



# **Zur Bestimmung von Messunsicherheiten terrestrischer Laserscanner**

Vom Fachbereich Bauingenieurwesen und Geodäsie  
der Technischen Universität Darmstadt  
zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte Dissertation

**von Dipl.-Ing. Bianca Gordon** geb. Klein  
aus Lich

Referent: Prof. Dr.-Ing. Harald Schlemmer  
Koreferent: Prof. Dr. Wolfgang Göpfert

Tag der Einreichung: 26.06.2008  
Tag der mündlichen Prüfung: 22.09.2008

Darmstadt 2008



# Zusammenfassung

Das terrestrische Laserscanning wird für zahlreiche Anwendungen als schnell durchführbares, berührungsloses 3D-Messverfahren eingesetzt. Insbesondere für anspruchsvolle Messaufgaben spielt die hierbei erreichbare Genauigkeit der 3D-Vermessung eine bedeutende Rolle.

Die vorliegende Dissertation befasst sich auf vielschichtige Weise mit Genauigkeitsuntersuchungen terrestrischer Laserscanner.

Zunächst erfolgt eine detaillierte Analyse der potenziellen Einflussfaktoren auf die Laserscannermessgenauigkeit. Hierbei wird zwischen systematischen Einflüssen und äußeren Umgebungseinflüssen unterschieden. Die systematischen Einflüsse beziehen sich auf Unzulänglichkeiten des Laserscanner-Messsystems. Äußere Umgebungsbedingungen beeinflussen die Laserabtastung beispielsweise durch die Dämpfung des Laserstrahls in der Atmosphäre oder durch die Oberflächeneigenschaften des Messobjektes. Aus der Analyse der zahlreichen Einflussfaktoren resultiert ein umfassendes Modell zur Beschreibung der Messgenauigkeit beim terrestrischen Laserscanning. Auf der Grundlage dieses Genauigkeitsmodells wird ein Algorithmus entwickelt, der sowohl die Systemkalibrierung eines Laserscanners erlaubt als auch die Möglichkeit bietet, aus den Messdaten selbst die Information bezüglich der während der Laserabtastung vorherrschenden Umgebungsbedingungen zu ermitteln. Dieses Verfahren zur Genauigkeitsabschätzung ist eingebettet in einen Ausgleichsalgorithmus zur Bestimmung der Orientierung mehrerer Laserscanner-Punktwolken. Der Orientierungsalgorithmus wird zum Einen um funktionale Parameter bezüglich der systematischen Instrumentenabweichungen erweitert, so dass die Kalibrierparameter als Unbekannte in der Orientierungsberechnung mitgeschätzt werden. Zum Anderen erfolgt im stochastischen Modell des Orientierungsalgorithmus eine Zerlegung der Varianz in einzelne, auf die äußeren Einflussfaktoren bezogene Komponenten, so dass durch das Verfahren der Varianzkomponentenschätzung simultan Messgenauigkeiten bezüglich der äußeren Messbedingungen bestimmt werden können. Auf diese Weise gelingt eine umfassende Abschätzung der Laserscannermessgenauigkeit, die sowohl die systematischen Abweichungen des Messsystems als auch die äußeren, realen Messbedingungen erfasst.

Das Potenzial des vorgestellten Verfahrens zur Abschätzung der Laserscannermessgenauigkeit wird anhand synthetischer sowie realer Messdaten veranschaulicht und analysiert.

Ferner dient das abgeleitete Genauigkeitsmodell zur beispielhaften Ermittlung einer 3D-Messunsicherheitsgröße für terrestrische Laserscanner nach Empfehlungen der internationalen Richtlinie *Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen* [DIN/ISO, 1999].

Zur interdisziplinären Akzeptanzsteigerung des terrestrischen Laserscannings wird zurzeit in Fachkreisen über die Konzeption eines Standards zur Überprüfung terrestrischer Laserscanner diskutiert. Ziel ist die einheitliche und vergleichbare Beschreibung des Leistungspotenzials sowie der Genauigkeit terrestrischer Laserscanner anhand von standardisierten Kenngrößen, die innerhalb eines Überprüfungsszenarios zu bestimmen sind. Ein erster Entwurf für eine standardisierte Laserscanner-Überprüfung liegt bereits vor. Im Rahmen dieser Arbeit wird der Entwurf

experimentell realisiert. Somit können die vorgeschlagenen Kenngrößen *Antastabweichung*, *mittlere Abstandsabweichung* und *Ebenheitsmessabweichung* ermittelt und einer detaillierten und kritischen Analyse unterzogen werden, so dass aus den gewonnenen Erkenntnissen Konkretisierungsvorschläge für die Konzeption eines Prüfungsstandards resultieren.

# Abstract

Terrestrial laser scanning is an efficient, non-contact 3-D measuring technique used in many applications. For high-quality measurement applications, the achievable measurement accuracy is of particular importance.

This thesis takes a multi-layered approach to investigating the accuracy of terrestrial laser scanners.

Initially, the potential error sources are analyzed in detail, separating the instrument errors from the environmental influences on the laser scanning accuracy, e.g. the atmospheric damping of the laser signal or the negative influence of the scanned object's surface itself. From this analysis a comprehensive accuracy model of terrestrial laser scanning is derived. Based on this model, an algorithm is developed to estimate both the instrument dependent errors (correction parameters) and quality measures concerning the environmental influences. The parameter estimation is integrated in the orientation process (or registration process) of several laser scanner point clouds. The correction parameters are determined, together with the orientation parameters, within a least squares adjustment. Whereas, variance component estimation is used to estimate the quality measures simultaneously. Therefore, a comprehensive assessment of the laser scanner measurement accuracy is achieved. The potential of this approach is investigated and demonstrated by evaluating both simulated and real datasets.

Furthermore, the derived accuracy model enables the determination of a 3-D uncertainty measure for terrestrial laser scanning in accordance with the recommendation of the international standard *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*. [DIN/ISO, 1999]

The concept of a guideline for a standardised laser scanner calibration to increase the interdisciplinary acceptance of terrestrial laser scanning is currently under discussion. The purpose of the guideline is to describe the performance as well as the achievable accuracy in a consistent and comparable manner by means of standardised quality parameters. Performing laser scanner measurements in a predefined scenario allows these quality parameters to be determined. A first draft for a standardised laser scanner calibration method is available and is experimentally realised within this thesis. The proposed quality parameters; *probing error*, *mean spacing error* and *flatness measurement error* are determined through measurement and are analyzed in detail. Finally, recommendations for the concept of a standardised calibration guideline are given.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>15</b>
1.1	Einführung . . . . .	15
1.2	Gliederung der Arbeit . . . . .	17
<b>2</b>	<b>Funktionsweise und Messprinzipien terrestrischer Laserscanner</b>	<b>19</b>
2.1	Das inhärente Koordinatensystem eines Laserscanners . . . . .	21
2.2	Die Laserscanner-Messelemente und ihre Messprinzipien . . . . .	22
2.2.1	Prinzipien der Streckenmessung beim Laserscanning . . . . .	23
2.2.2	Verfahren zur räumlichen Laserstrahlablenkung . . . . .	24
2.3	Einflussfaktoren auf die Laserscannermessung . . . . .	28
2.3.1	Einflussfaktoren der elektrooptischen Distanzmessung . . . . .	28
2.3.2	Einflussfaktoren auf den äußeren Lichtweg des Messstrahls . . . . .	29
2.3.3	Einflüsse auf die räumliche Strahlablenkung . . . . .	33
2.4	Zusammenfassung . . . . .	34
<b>3</b>	<b>Untersuchungen terrestrischer Laserscanner: Überblick, Diskussion, eigene Zielsetzungen</b>	<b>35</b>
3.1	Untersuchungen der Messgenauigkeit . . . . .	36
3.2	Untersuchungen der Einflüsse auf die reflektorlose Distanzmessung . . . . .	37
3.3	Ansätze zur Kalibrierung einzelner Systemkomponenten . . . . .	38
3.3.1	Kalibrierparameterbestimmung der Distanzmessung . . . . .	38
3.3.2	Bestimmung von Ziel- und Kippachsenfehler sowie einer Exzentrizität . . . . .	38
3.4	Ansätze zur Systemkalibrierung terrestrischer Laserscanner . . . . .	39
3.4.1	Systemkalibrierung durch Pseudobeobachtungen zu Referenzpunkten . . . . .	39
3.4.2	Systemkalibrierung durch räumlich-orientierte Flächen . . . . .	40
3.5	Ansätze zur standardisierten Überprüfung terrestrischer Laserscanner . . . . .	41
3.5.1	Vergleichende Untersuchungen . . . . .	42
3.5.2	Entwurf eines Prüfzenarios zur Bestimmung von Kenngrößen nach HEISTER . . . . .	44
3.6	Zusammenfassende Analyse der Untersuchungen . . . . .	45
3.6.1	Analyse der Genauigkeitsuntersuchungen . . . . .	45
3.6.2	Analyse der Kalibrieransätze . . . . .	45
3.6.3	Analyse der Untersuchungen zu einem Standard-Prüfverfahren . . . . .	46
3.7	Zielsetzungen für eigene Untersuchungen . . . . .	46
3.7.1	Optimierter Kalibrieransatz mit integrierter Messunsicherheitsbestimmung . . . . .	46
3.7.2	Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM . . . . .	47
3.7.3	Verifizierung von Feldprüfverfahren . . . . .	47
<b>4</b>	<b>Numerische Untersuchungen zur Messgenauigkeit eines terrestrischen Laserscanners</b>	<b>49</b>
4.1	Modellbildung . . . . .	50
4.1.1	Das funktionale Modell eines Laserscanners mit 45°-Schrägspiegel . . . . .	50
4.1.2	Das stochastische Modell . . . . .	77

4.2	Modellverifikation . . . . .	83
4.2.1	Konzeption eines Kalibrierfeldes . . . . .	83
4.2.2	Test der Konzeption mittels synthetischen Beobachtungen . . . . .	85
4.2.3	Realisierung des Kalibrierfeldes . . . . .	89
4.2.4	Laserscanning im Kalibrierfeld . . . . .	94
4.2.5	Parameterschätzung im funktionalen Modell: Kalibrierparameter . . . . .	95
4.2.6	Parameterschätzung im stochastischen Modell: Varianzkomponenten . . . . .	104
4.3	Zusammenfassung . . . . .	120
<b>5</b>	<b>Das Messunsicherheitsbudget eines terrestrischen Laserscanners nach GUM</b>	<b>123</b>
5.1	Der Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen . . . . .	124
5.2	Die Modellierung der Messunsicherheit eines Laserscanners . . . . .	125
5.3	Das Messunsicherheitsbudget eines Laserscanners . . . . .	128
5.3.1	Das Messunsicherheitsbudget in einer simulierten Kugel . . . . .	129
5.3.2	Das Messunsicherheitsbudget einer Ebenenabtastung . . . . .	131
5.4	Zusammenfassung . . . . .	134
<b>6</b>	<b>Realisierung und Analyse des Überprüfungsverfahrens nach HEISTER</b>	<b>135</b>
6.1	Prüfkörper zur Laserscannerüberprüfung . . . . .	136
6.1.1	Prüfkörper Kugel . . . . .	137
6.1.2	Prüfkörper Ebene . . . . .	137
6.1.3	Prüfkörper Tetraeder . . . . .	137
6.2	Entwurf für ein standardisiertes Überprüfungsverfahren . . . . .	138
6.2.1	Antastabweichung . . . . .	139
6.2.2	Abstandsabweichung . . . . .	141
6.2.3	Ebenheitsmessabweichung . . . . .	141
6.2.4	Anpassung geometrischer Körper an die Prüfkörper-Punktwolke . . . . .	143
6.3	Realisierung des Überprüfungszenarios . . . . .	146
6.3.1	Dimensionen des Messvolumens . . . . .	146
6.3.2	Das Überprüfungszenario . . . . .	146
6.4	Analyse der Laserscans des Überprüfungszenarios . . . . .	148
6.4.1	Betrachtungen zur Antastabweichung . . . . .	150
6.4.2	Betrachtungen zur mittleren Abstandsabweichung . . . . .	155
6.4.3	Betrachtungen zur Ebenheitsmessabweichung . . . . .	164
6.5	Zusammenfassende Bewertung der Untersuchungsergebnisse . . . . .	169
6.5.1	Entwurf von HEISTER . . . . .	169
6.5.2	Portabler Prüfkörper . . . . .	170
6.6	Diskussion einer standardisierten Laserscannerüberprüfung . . . . .	170
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>173</b>
<b>A</b>	<b>Die Parametrisierung der 3D-Rotationsmatrix</b>	<b>183</b>
<b>B</b>	<b>Die Varianzkomponentenschätzung</b>	<b>187</b>
B.1	Die Gewichtsabstimmung mittels Varianzkomponentenschätzung . . . . .	187
B.2	Das Modell der Varianzkomponentenschätzung . . . . .	188
B.2.1	Alternative Schätzung der Varianzkomponenten . . . . .	189
B.2.2	Reihende Varianzkomponenten . . . . .	190
B.2.3	Überlappende Varianzkomponenten . . . . .	191
<b>C</b>	<b>Die Funktionsweise des Streifenlichtmesssystems GOM ATOS</b>	<b>193</b>



# Abbildungsverzeichnis

2.1	Das Prinzip des terrestrischen Laserscanings . . . . .	19
2.2	Instrumentensystem eines Laserscanners definiert durch die primäre und sekundäre Drehachse . . . . .	21
2.3	Strahlablenkung mittels Schwenkspiegel: a) Prinzip der Strahlablenkung, b) Fächerförmige Strahlablenkung bei unterschiedlicher Spiegelstellung . . . . .	25
2.4	45°-Schrägspiegel . . . . .	26
2.5	Laserscanner FARO LS 840 bzw. 880 mit Schrägspiegel . . . . .	26
2.6	Funktionsprinzip der Laserstrahlablenkung mittels Schrägspiegel . . . . .	27
2.7	Der Effekt des „Kometenschweif“ . . . . .	30
2.8	Der Laser-„Footprint“ bei schrägem Auftreffwinkel . . . . .	31
2.9	Laserstrahl-Reflexion auf a) diffus reflektierenden und b) spiegelnden Oberflächen . . . . .	31
3.1	Übernommen aus MECHELKE u. a. [2008]: Verteilung der Abweichungen der gescannten Distanzen zur Referenz für vier untersuchte Laserscanner . . . . .	42
4.1	Parallelversetzung des Laserstrahls in x- und z-Richtung relativ zur Drehachse des Schrägspiegels . . . . .	52
4.2	Raumkurve des imaginären Nullpunkts bei Parallelversetzung des Laserstrahls in x- und z-Richtung: a) Schnitt eines Zylinders mit einer Kugel; b) Viviani-Kurve: Schnittkurve des Zylinders mit der Kugel; c) Viviani-Kurve des Laserstrahls durch Parallelversetzung bei 360°-Drehung des Schrägspiegels . . . . .	53
4.3	Abweichung der Strahlablenkung durch fehlerhafte Stellung des Schrägspiegels: Sollablenkung um 90° (grün) gegenüber der tatsächlichen Ablenkung um $90^\circ + 2d\gamma$ (rot) . . . . .	54
4.4	Aufnahmekonfiguration der simulierten Abtastung einer a) vertikalen sowie einer b) horizontalen Ebene . . . . .	58
4.5	Deformation einer ebenen vertikalen (oben) und horizontalen (unten) Punktwolke durch Nullpunktabweichung der Streckenmessung . . . . .	59
4.6	Deformation einer ebenen vertikalen (oben) und horizontalen (unten) Punktwolke durch Exzentrizität zur primären Drehachse in x-Richtung . . . . .	61
4.7	Deformation einer ebenen vertikalen (oben) und horizontalen (unten) Punktwolke durch Exzentrizität zur primären Drehachse in z-Richtung . . . . .	62
4.8	Deformation einer ebenen vertikalen (oben) und horizontalen (unten) Punktwolke durch Indexabweichung des Vertikalkreises . . . . .	63
4.9	Deformation einer ebenen vertikalen Punktwolke durch Zielachsenabweichung . . . . .	64
4.10	Deformation einer ebenen vertikalen Punktwolke durch Abweichung der primären Drehachse . . . . .	65
4.11	Deformation einer ebenen vertikalen Punktwolke durch Exzentrizität zur sekundären Drehachse in x-Richtung . . . . .	66
4.12	Deformation einer ebenen vertikalen Punktwolke durch Exzentrizität zur sekundären Drehachse in y-Richtung . . . . .	67

4.13	Genauigkeitsmodell des Laserscannings in Abhängigkeit vom Auftreffwinkel $\psi$ . . . .	81
4.14	Das Kalibrierfeld mit 13 Testebenen sowie elf fiktiven Laserscannerstandpunkten (1 bis 11) und einem Standpunkt einer Referenzmessung (R) inklusive des Koordinatensystems der Referenzdaten . . . . .	84
4.15	Höhenliniengrafiken der untersuchten Ebenen 1 und 5 . . . . .	90
4.16	Höhenliniengrafiken der untersuchten Ebenen 7 und 14 . . . . .	91
4.17	Verknüpfung des Datenmaterials in der Kalibrierung mit Referenzdaten: Durch die Verbesserungsgleichungen 4.41 und 4.42 wird die Punktwolke eines jeden Laserscannerstandpunktes mit den Referenzdaten der ECDS3-Beobachtungen in Verbindung gebracht. . . . .	96
4.18	Verknüpfung des Datenmaterials in der In-Situ-Kalibrierung: Die Punktwolke eines jeden Laserscannerstandpunktes wird mit der Punktwolke eines jeden anderen Laserscannerstandpunktes in Zusammenhang gebracht. . . . .	100
4.19	Querschnitte durch die Punktwolken einer matt lackierten Fensterglasscheibe sowie einer Styroporplatte . . . . .	105
4.20	Einteilung der Laserscannerpunkte nach ihrer Messentfernung und Schätzung entsprechender Varianzkomponenten . . . . .	107
4.21	Einteilung der Laserscannerpunkte nach ihrem Auftreffwinkel und Schätzung entsprechender Varianzkomponenten . . . . .	110
4.22	Verlauf der Teilterme $\cot \psi$ und $2 \sin 4\psi$ sowie ihrer Überlagerung . . . . .	111
4.23	Übernommen aus SCHÄFER und SCHULZ [2005]: Einfluss des Auftreffwinkels auf die Standardabweichung der Einzelmessung (berechnet aus 1000 Einzelmessungen) . . .	113
4.24	3D-Punktgenauigkeit in 10m Entfernung in Abhängigkeit vom Auftreffwinkel $\psi$ . . .	114
5.1	Messunsicherheitsbudget der 3D-Punkte eines simulierten Laserscans aus dem Zentrum einer Kugel . . . . .	129
5.2	Messunsicherheitsbudgets für Messentfernungen von 1 bis 50m . . . . .	130
5.3	Messunsicherheitsbudgets der 3D-Punkte der simulierten Laserscans einer vertikalen und einer horizontalen Ebene . . . . .	132
5.4	Messunsicherheitsbudgets der 3D-Punkte der simulierten Laserscans einer vertikalen und einer horizontalen Ebene in Bezug zum Auftreffwinkel $\psi$ . . . . .	133
6.1	Möglichkeiten der Punktsignalisierung beim Laserscanning: a) Kugel; b) schwarz-weiße Zielmarke . . . . .	136
6.2	a) Entwurf des Tetraeder-Prüfkörpers; b) Realisierung des Tetraeders . . . . .	138
6.3	Festlegung des Messvolumens nach HEISTER [2006] . . . . .	139
6.4	Anordnung der Kugeln im Messvolumen zur Bestimmung der Antast- sowie der Abstandsabweichung nach HEISTER [2006] . . . . .	140
6.5	Anordnung der Ebenen im Messvolumen zur Bestimmung der Ebenheitsmessabweichung nach HEISTER [2006] . . . . .	142
6.6	Die Verteilung der Kugeln und Tetraeder im Messvolumen . . . . .	147
6.7	Die Verteilung und Orientierung der Ebenen im Messvolumen . . . . .	148
6.8	Der „Kometenschweif“-Effekt am Beispiel einer gescannten Kugel: a) Frontalansicht; b) Schrägansicht mit „Kometenschweif“ . . . . .	149
6.9	Fehlmessungen auf einer Kugel für die Laserstrahlen mit nahezu rechtwinkligem Auftreffwinkel: a) Frontalansicht; b) Seitenansicht mit erkennbarer „Nase“ . . . . .	149
6.10	A priori Standardabweichungen der Gewichtseinheit der geschätzten Kugeln . . . . .	150
6.11	Geschätzte Kugelradien im Vergleich zu ihrem Sollwert . . . . .	151
6.12	Differenzen der geschätzte Kugelradien aus Beobachtungen der 1. und 2. Lage . . . . .	152
6.13	Verteilung der Kugeln der Zusammenstellungen „Set 2“, „Set 3“ und „Set 4“ . . . . .	153
6.14	Abstände der geschätzte Kugelmittelpunkte der 1. und 2. Lage . . . . .	156
6.15	Verteilung der Kugelpaare der Zusammenstellungen „Set 2“, „Set 3“ und „Set 4“ . . .	157

6.16	Standardabweichungen und „Soll-Ist“-Differenzen der Kugelabstände in Abhängigkeit von der jeweiligen Messentfernung . . . . .	159
6.17	Standardabweichungen und „Soll-Ist“-Differenzen der Kugelabstände in Abhängigkeit vom jeweiligen Kugelabstand . . . . .	160
6.18	Mittlere Abstandsabweichungen $\Delta L$ und Abstandsmessunsicherheiten $u_L$ für jeweils eine Gruppe von Kugelabständen in Abhängigkeit vom mittleren Kugelabstand der Gruppe . . . . .	161
6.19	Verteilung der Ebenen der Zusammenstellungen „Set 2“ und „Set 3“ . . . . .	164
6.20	Ebenheitsmessabweichungen $R_E$ einzelner Ebenen sowie die Standardabweichungen der Gewichtseinheit $\hat{\sigma}_0$ der Ebenenausgleichungen . . . . .	167
6.21	Die Varianz der Gewichtseinheit der Ebenenausgleichung in Abhängigkeit von Messentfernung und Auftreffwinkel . . . . .	168
A.1	Rotation um den Winkel $\theta$ um eine beliebige Achse $\vec{a}$ . . . . .	184



# Tabellenverzeichnis

4.1	Ergebnisse der Kalibrierparameterschätzung für drei Simulationen im Testfeld mit Referenzbeobachtungen übergeordneter Genauigkeit . . . . .	86
4.2	Ergebnisse der In-Situ-Kalibrierparameterschätzung für drei Simulationen im Testfeld . . . . .	88
4.3	Ergebnisse der Ebenenuntersuchung mit GOM ATOS II . . . . .	92
4.4	Ebenenuntersuchung mittels Ergebnisse der Einmessung mit Industriemesssystem . . . . .	93
4.5	Herstellerangaben zur Messgenauigkeit des Laserscanners IMAGER 5003 nach ZOLLER + FRÖHLICH GMBH [2005] . . . . .	94
4.6	Ergebnisse der Kalibrierparameterschätzung im Datensatz mit 700 Punkten pro Ebene und Lage mit Referenzdaten . . . . .	98
4.7	Ergebnisse der In-Situ-Kalibrierparameterschätzung im Datensatz mit 700 Punkten pro Ebene und Lage . . . . .	102
4.8	Ergebnisse der Varianzkomponentenschätzung innerhalb der Orientierungsberechnung nach Einteilung der beobachteten Punkte nach Oberflächen . . . . .	105
4.9	Ergebnisse der Varianzkomponentenschätzung innerhalb der Orientierungsberechnung nach Einteilung der beobachteten Punkte nach der Messentfernung . . . . .	107
4.10	Ergebnisse der Varianzkomponentenschätzung innerhalb der Orientierungsberechnung nach Einteilung der beobachteten Punkte nach der Messentfernung . . . . .	110
4.11	Ergebnisse der Varianzkomponentenschätzung innerhalb der Orientierungsberechnung mit entfernungs- und auftreffwinkelabhängigem Genauigkeitsmodell . . . . .	113
4.12	Vergleich der Ergebnisse der Kalibrierparameterschätzung mit Referenzdaten: mit angepasstem stochastischem Modell (schwarz) versus einheitliche Gewichtung (grau) . . . . .	117
4.13	Ergebnisse der In-Situ-Kalibrierparameterschätzung: mit angepasstem stochastischem Modell (schwarz) versus mit einheitlicher Gewichtung (grau) . . . . .	118
5.1	Angenommene Werte der Eingangsgrößen $x_i$ sowie ihrer Standardunsicherheiten . . . . .	128
5.2	Korrelationskoeffizienten $r_{x_i x_j}$ der Einflussgrößen $r_i$ . . . . .	129
6.1	Antastabweichungen $R$ und -messunsicherheiten $u_R$ der vier Kugelzusammenstellungen . . . . .	154
6.2	mittlere Abstandsabweichungen $\Delta L$ und Abstandsmessunsicherheiten $u_L$ der vier Kugelzusammenstellungen . . . . .	158
6.3	Mittlere Abstandsabweichungen $\Delta L$ und Abstandsmessunsicherheiten $u_L$ der neun gescannten Tetraeder . . . . .	162
6.4	Ebenheitsmessabweichungen $R_E$ und -unsicherheiten $u_E$ der drei Ebenenzusammenstellungen . . . . .	165
6.5	Ebenheitsmessabweichungen und -unsicherheiten der drei Ebenenzusammenstellungen für auf $0,433m^2$ verkleinerte Ebenen . . . . .	166



# Kapitel 1

## Einleitung

### 1.1 Einführung

Das terrestrische Laserscanning konnte sich in den letzten Jahren als berührungsloses Messverfahren zur dreidimensionalen Objekterfassung etablieren. Die Einsatzbereiche sind vielschichtig: Im absoluten Nahbereich leisten 3D-Laserscanner in der industriellen Fertigung zahlreicher Bauteile nützliche Dienste zur Qualitätskontrolle. Möglich ist auch die Digitalisierung wertvoller Unikate im Designprozess. In Bereichen der Archäologie, der Kunst(-geschichte), der Architektur oder ähnlichen Fachgebieten hielt das 3D-Laserscanning als einfach durchführbares Messverfahren Einzug und ermöglicht hier die digitale Konservierung und Archivierung wertvoller Kulturgüter. Ein wesentliches Einsatzgebiet terrestrischer 3D-Laserscanner mittlerer Reichweite ist die Bestandserfassung von Gebäuden und Industrieanlagen. Hier werden sowohl Innenräume als auch Außenbereiche dreidimensional erfasst.

Weitere anspruchsvolle Anwendungsgebiete liegen im Bereich der Qualitätskontrolle. Durch die schnelle, großflächige 3D-Erfassung ist es möglich, auch große Bauteile, wie etwa Flugzeug- oder Schiffsbauteile, dreidimensional abzutasten, um sie anschließend gegen ihre Sollgestalt zu vergleichen oder ihre Passgenauigkeit gegenüber anderen Bauteilen festzustellen. Darüber hinaus wird das 3D-Laserscanning für Deformationsanalysen eingesetzt (z. B. in GRIMM-PITZINGER und RUDIG [2005] und ELING und KUTTERER [2007]).

Insbesondere bei Aufgaben in der Qualitätskontrolle oder in der Deformationsanalyse spielt die erreichbare Genauigkeit der 3D-Vermessung eine zentrale Rolle, da hier immer die Frage zu klären ist, ob es sich bei einer eventuell detektierten Abweichung des Messobjektes von der Soll- oder Ursprungsgestalt tatsächlich um eine signifikante Abweichung handelt oder ob sie lediglich in der eingeschränkten Messgenauigkeit des Laserscannersystems begründet liegt. Somit ist dem Messergebnis stets ein Genauigkeitsmaß zuzuordnen, das die qualitative Beurteilung des Messergebnisses erlaubt. In diesem Zusammenhang sei der Begriff der **Messunsicherheit** erwähnt. Nach dem *Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen* [DIN/ISO, 1999] bedeutet der Begriff Messunsicherheit: „Dem Messergebnis zugeordneter Parameter, der die Streuung der Werte kennzeichnet, die vernünftigerweise der Messgröße zugeordnet werden könnten.“

Zur Bestimmung der Messunsicherheit nach DIN/ISO [1999] sind die Messabweichungen, die sowohl systematischer als auch zufälliger Gestalt sein können, möglichst umfassend zu bestimmen. Hinsichtlich des 3D-Laserscannings sind somit detaillierte Kenntnisse über vielfältige Messabweichungen gefordert. Da sich die heute auf dem Markt befindlichen Laserscanner dem Anwender als „Black-Box-Systeme“ präsentieren, stellt zunächst die zuverlässige Kalibrierung zur Aufdeckung systematischer Messabweichungen eine Herausforderung dar. Die Erfahrungen mit dem 3D-Laserscanning haben ferner in den letzten Jahren gezeigt, dass die Genauigkeit bei diesem

modernen Messverfahren nicht nur von inneren, gerätebedingten Effekten geprägt wird. Aufgrund der berührungslosen Abtastung der Messobjekte durch reflektorlose Distanzmessung zeigte sich in zahlreichen Untersuchungen eine deutliche Abhängigkeit von der Beschaffenheit der abgetasteten Oberflächen, insbesondere deren Rauigkeit und Farbe. Darüber hinaus spielen die Messentfernung sowie der Auftreffwinkel des Laserstrahls auf dem Messobjekt eine nicht zu vernachlässigende Rolle.

Bisher veröffentlichte Untersuchungen berichten über die Auseinandersetzung mit vielfältigen Aspekten, die die Laserscannermessgenauigkeit beeinflussen können. Im Vordergrund steht zumeist die Untersuchung der Distanzmessgenauigkeit. Des Weiteren wurden zahlreiche Kalibrieransätze vorgestellt, die sich entweder auf einzelne Laserscannerkomponenten beziehen oder das gesamte Messsystem betrachten. Ein gesamtheitliches Genauigkeitskonzept, das sowohl auf den Laserscanner bezogene Messabweichungen als auch durch Faktoren der Umgebungsbedingungen verursachte Messabweichungen modelliert, wurde jedoch bisher nicht erarbeitet. Daher ist es ein Ziel dieser Arbeit, ein Verfahren vorzustellen, das eine Systemkalibrierung eines Laserscanners erlaubt und gleichzeitig die Möglichkeit bietet, aus den Messdaten selbst die Information bezüglich der während der Messung vorherrschenden Umgebungsbedingungen zu ermitteln. Auf diese Weise werden sowohl auf das Messinstrument bezogene Parameter als auch äußere Einflussfaktoren erfasst.

In Fachkreisen wird zurzeit über einen Standard zur Laserscannerüberprüfung sowie der Vereinheitlichung der Kenngrößen zur Beschreibung der Laserscannergenauigkeit diskutiert. Ziel ist es, Laserscanner zum Einen unabhängig von untereinander nicht vergleichbaren Herstellerangaben bezüglich ihres Leistungspotenzials sowie ihrer Genauigkeit vergleichen zu können. Zum Anderen bietet eine standardisierte Überprüfung die Möglichkeit, das Messinstrument in zeitlichen Abständen auf Veränderungen zu testen.

Ein erster Entwurf einer Richtlinie wurde bereits vorgestellt. Daran schlossen sich Untersuchungen einiger Aspekte des Entwurfes an. Einer vollständigen Realisierung des Richtlinienentwurfes sowie einer detaillierten Analyse der darin vorgeschlagenen Kenngrößen widmet sich die vorliegende Arbeit. In Ergänzung wird die Verwendung eines portablen Prüfkörpers im Rahmen einer Feldprüfung für Laserscanner untersucht werden.

Die Untersuchungen dieser Arbeit möchten somit einen wesentlichen Beitrag zum vertieften Verständnis der komplexen Zusammenhänge der Laserscannermessgenauigkeit leisten. Hierzu gehört die Aufstellung und Verifizierung eines ganzheitlichen Genauigkeitskonzeptes für terrestrische Laserscanner. Des Weiteren wird durch die Analyse des bestehenden Richtlinienentwurfes das Ziel verfolgt, die detaillierte Konzeption einer standardisierten Laserscannerüberprüfung zu forcieren.



## 1.2 Gliederung der Arbeit

Die auf dem Markt befindlichen Laserscanner unterscheiden sich in Messprinzip, Bauweise und ihren daraus resultierenden typischen Einsatzgebieten. In Kapitel 2 werden zunächst die üblichen Funktionsweisen erläutert mit dem Hauptaugenmerk auf polar messenden Laserscannern. Innerhalb dieser Betrachtungen werden systematische Abweichungen angesprochen, die unweigerlich auftreten, verursacht einerseits durch die Unvollkommenheit des Messinstrumentariums und andererseits durch Einflüsse der Umgebungsbedingungen.

Kapitel 3 fasst bereits durchgeführte Untersuchungen terrestrischer Laserscanner sowie aktuelle Fragestellungen zum Themenkomplex des Prüfens und Kalibrierens terrestrischer Laserscanner zusammen. Zudem werden die Zielsetzungen dieser Arbeit formuliert.

Kapitel 4 widmet sich numerischen Untersuchungen zur Laserscannermessgenauigkeit. Vorgestellt wird ein Kalibrieransatz, der in die Orientierungsberechnung mehrerer Laserscannerpunktfolgen integriert ist. Er ermöglicht die Bestimmung systematischer, durch Unzulänglichkeiten des Instrumentes bedingte Abweichungen. Simultan kann aus den Laserscanningdaten mittels Varianzkomponentenschätzung Genauigkeitsinformation gewonnen werden, die äußere Einflussfaktoren der Laserabtastung beschreibt.

Kapitel 5 demonstriert auf der Grundlage der in Kapitel 4 gewonnenen Erkenntnisse bezüglich der systematischen und zufälligen Messabweichungen beispielhaft die Ermittlung einer 3D-Messunsicherheit für terrestrische Laserscanner nach der international in metrologischen Fachkreisen anerkannten Richtlinie [DIN/ISO, 1999].

Kapitel 6 setzt einen Entwurf für eine standardisierte Überprüfung terrestrischer Laserscanner um und analysiert die daraus ermittelten Kenngrößen. Darüber hinaus berichtet es über Testmessungen mit einem selbst entwickelten Prüfkörper zur Feldprüfung terrestrischer Laserscanner.

Kapitel 7 fasst die Ergebnisse dieser Arbeit zusammen und gibt Anstöße für mögliche, an die geschilderten Untersuchungen anschließende Forschungsarbeiten.



## Kapitel 2

# Funktionsweise und Messprinzipien terrestrischer Laserscanner

Terrestrische 3D-Laserscanner sind komplexe Messsysteme, die berührungslos Messobjekte abtasten und somit deren Dimension und Gestalt dreidimensional erfassen können (Abbildung 2.1).

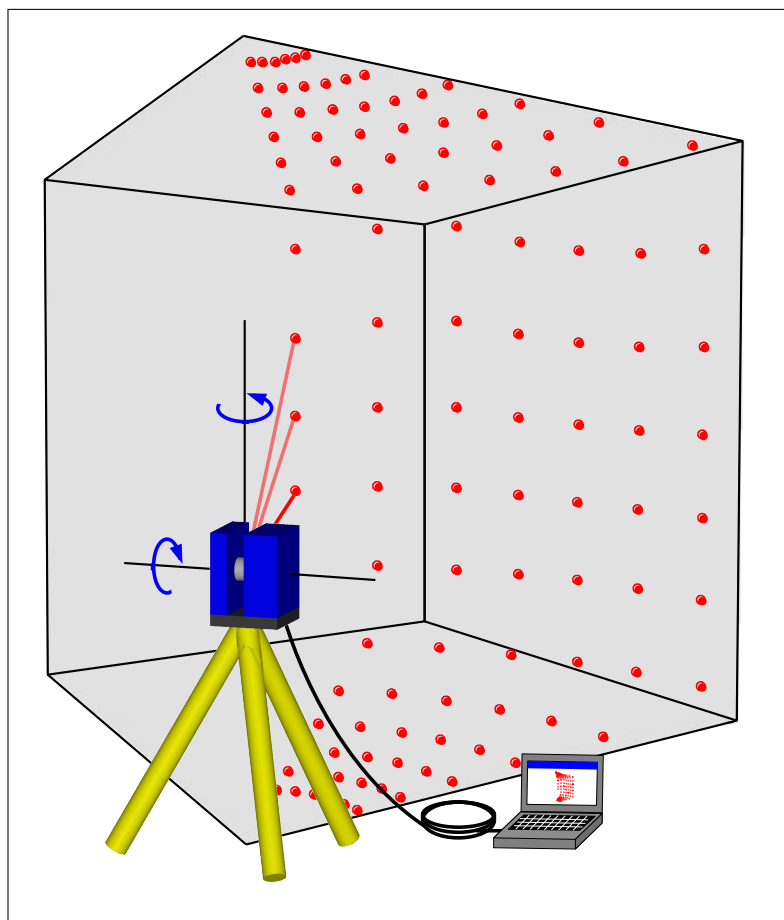


Abbildung 2.1: Das Prinzip des terrestrischen Laserscanings

Die dreidimensionale Abtastung wird möglich, indem ein kollimierter Laserstrahl in zwei zueinander orthogonalen Richtungen in diskreten Winkelintervallen abgelenkt wird. Als Messdaten erhält der Anwender sogenannte Punktwolken, die aus 3D-Messpunkten mit ihren x-, y- und z-Koordinaten bestehen. Der Aufbau eines terrestrischen Laserscanners ist dem Aufbau eines motorisierten, reflektorlos messenden Tachymeters sehr ähnlich. Im Wesentlichen besteht er aus folgenden drei Komponenten:

1. Entfernungsmesseinheit
2. Einheit zur Ablenkung des Laserstrahls in zwei zueinander orthogonalen Richtungen (meist horizontal und vertikal)
3. Steuer- und Aufzeichnungseinheit

[WEHR, 1997].

Die Entfernungsmesseinheit bestimmt **reflektorlos** durch elektrooptische Entfernungsmessung oder durch das Triangulationsverfahren die Schrägstrecken zu den Messpunkten auf der Oberfläche des abzutastenden Messobjektes.

Durch die Ablenkeinheit wird der Laserstrahl in zwei zueinander orthogonalen Richtungen über das Messobjekt geführt. Die Laserstrahlablenkung erfolgt durch Rotation um zwei zueinander orthogonale Achsen. In üblichen Messszenarien ist die primäre Rotationsachse horizontal ausgerichtet, während die sekundäre Rotationsachse vertikal ausgerichtet ist. Die Ablenkung wird entweder durch Schrittmotoren oder durch drehbare Spiegel erreicht. In manchen Laserscannern sind beide Varianten realisiert, indem z. B. die horizontale Ausrichtung motorgetrieben stattfindet, während der Laserstrahl in der Vertikalen über einen Spiegel abgelenkt wird.

Die Steuer- und Aufzeichnungseinheit steuert die Entfernungsmessung und die Ablenkung des Laserstrahls und errechnet für jeden Messpunkt anhand der gemessenen Strecke sowie der beiden Ablenkwinkel die dreidimensionalen kartesischen Koordinaten im inhärenten Instrumentenkoordinatensystem und speichert diese. Zusätzlich wird zumeist die Intensität des reflektierten Signals detektiert und gespeichert.

Die auf dem Markt befindlichen Laserscannersysteme lassen sich je nach Messfeld, Reichweite oder Funktionsprinzip unterschiedlich kategorisieren. Bezüglich des Messfeldes kennt man sogenannte Panorama-View-Scanner, die mit einer vollständigen Drehung um eine vertikale Achse und mit einem vertikalen Gesichtsfeld von meistens  $80^\circ$  eine nahezu komplette Rundum-Erfassung erreichen. Dem gegenüber stehen die sogenannten Camera-View-Scanner, deren Messbereich nur die Erfassung eines Kugelausschnittes ihrer Umgebung erlaubt.

Eine Einteilung der Laserscannersysteme nach der Reichweite gelingt in drei Gruppen:

1. Laserscanner für den Nahbereich können Objekte in Entfernungen von ca. 0,5m bis 10m, in selten Fällen auch bis 25m abtasten. Die Entfernung zum Messobjekt wird meist durch das Triangulationsverfahren bestimmt.
2. Laserscanner mit einer mittleren Reichweite arbeiten in einem Entfernungsbereich von ca. 1m bis 100m. Hier kommt zur Distanzmessung meist das Phasenvergleichsverfahren zum Einsatz.
3. Für Laserscaningaufgaben in größeren Dimensionen stehen Laserscanner mit Reichweiten von bis zu mehreren hundert Metern zur Verfügung. Die Distanzmessung erfolgt bei diesen Systemen zumeist über das Impulslaufzeitverfahren.

Des Weiteren unterscheiden sich die verfügbaren Laserscannersysteme nach ihrer Bauart und ihren speziellen Funktionsprinzipien. Übersichten zu den auf dem Markt befindlichen Laserscannern und ihren technischen Daten sind in TUM [2004], DEUMLICH und STAIGER [2002] oder in KERN [2002] zu finden.

## 2.1 Das inhärente Koordinatensystem eines Laserscanners

Die Ablenkung des Laserstrahls eines polar messenden Laserscanners erfolgt um zwei zueinander orthogonale Drehachsen, so dass das Instrument selbst ein lokales 3D-Koordinatensystem realisiert, dessen Orientierung im Raum beliebig ist [NEITZEL, 2006c]. Dieses Laserscanner-eigene Koordinatensystem soll hier als mathematisches Rechtssystem definiert werden.

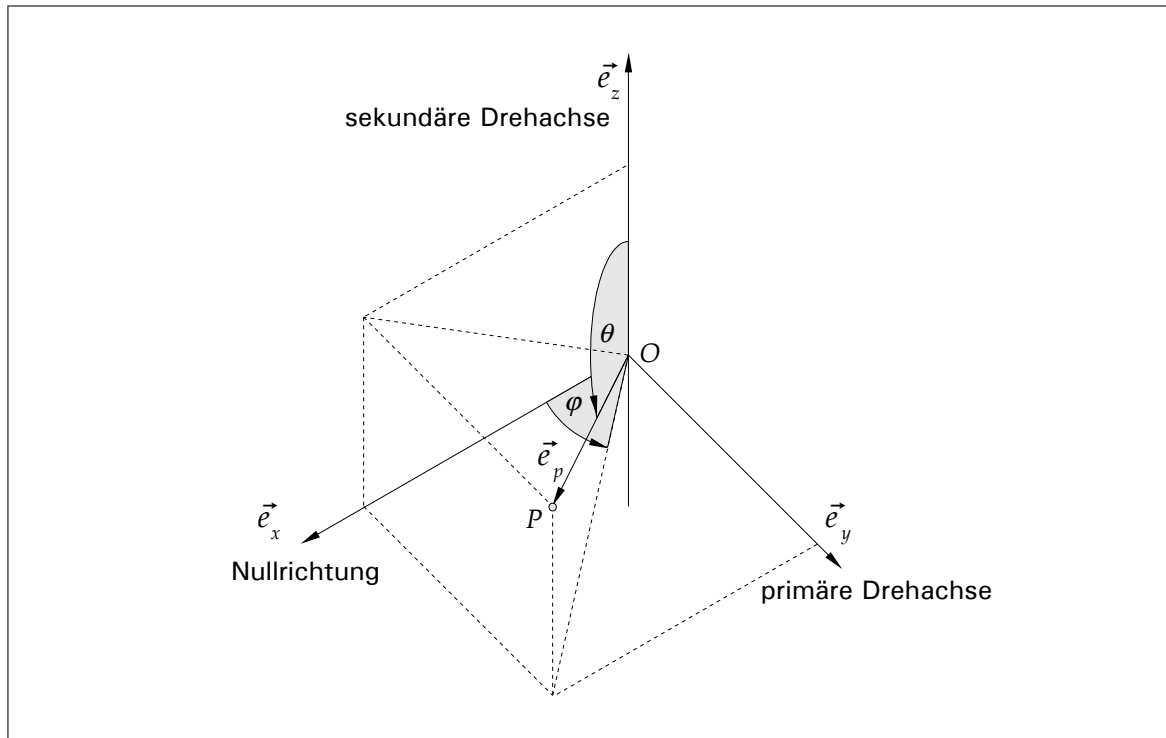


Abbildung 2.2: Instrumentensystem eines Laserscanners definiert durch die primäre und sekundäre Drehachse

Den Ursprung des Koordinatensystems bildet der Schnittpunkt der beiden Drehachsen. Um die primäre Drehachse, die in üblichen Instrumentenaufstellungen horizontal ausgerichtet ist, wird der Laserstrahl fächerförmig abgelenkt. Diese Drehachse bildet im Laserscanner-Koordinatensystem die y-Achse. Die sekundäre Drehachse steht idealerweise orthogonal zur primären Drehachse und bildet im Laserscanner-Koordinatensystem die z-Achse, die in den meisten Messszenarien vertikal ausgerichtet ist. Zuletzt ergänzt die x-Achse, die orthogonal auf der y- und z-Achse steht, das Laserscanner-Koordinatensystem zu einem rechtshändigen Koordinatensystem<sup>1</sup>, in dem die Polarkoordinaten  $r$ ,  $\psi$  und  $\theta$  definiert sind. Die Überführung der Polarkoordinaten in kartesische Koordinaten erfolgt durch den Zusammenhang:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} \cos \varphi \cdot \sin \theta \\ \sin \varphi \cdot \sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (2.1)$$

Das inhärente Laserscanner-Koordinatensystem wird in Abbildung 2.2 veranschaulicht.

<sup>1</sup>In der Tradition der Geodäsie wäre die Abstraktion eines linkshändigen Koordinatensystems schlüssig. Da jedoch die üblichen terrestrischen Laserscanner Koordinaten in einem mathematischen Rechtssystem liefern, wird das Laserscanner-Instrumentensystem hier als Rechtssystem definiert.

## 2.2 Die Laserscanner-Messelemente und ihre Messprinzipien

Das definierte Laserscanner-Koordinatensystem ist aufgrund unvermeidbarer Unzulänglichkeiten des Messsystems bezüglich der Fertigung, Mechanik und Elektronik in der Realität nicht exakt zu realisieren. So erhält man in der Praxis anstatt der theoretisch definierten Polarkoordinaten  $(r, \varphi, \theta)$  der Gleichung 2.1 die polaren Messwerte  $(s, \alpha, \zeta)$ .

Da beim terrestrischen Laserscanning der Laserstrahl automatisch in diskreten Winkelintervallen um die primäre und sekundäre Rotationsachse ausgerichtet wird, erfolgt die Auswahl der Messpunkte im Messszenario willkürlich. Der Abgriff der entsprechenden Winkel bezogen auf jeweils eine Nullrichtung erfolgt durch Winkelencoder [SCHLEMMER, 2004], so dass die polaren Messelemente  $\alpha$  und  $\zeta$  als Horizontal- bzw. Vertikalwinkel zum Objektpunkt aufgefasst werden können. Die Strecke  $s$  zum Messpunkt wird reflektorlos durch eines der unten besprochenen Verfahren ermittelt.

$s$ ,  $\alpha$  und  $\zeta$  sind somit als die **originären Messgrößen** beim Laserscanning anzusehen. Üblicherweise werden die originären Messelemente, im Allgemeinen geräteintern in kartesische Koordinaten umgerechnet, so dass der Anwender **abgeleitete Werte** in Form von  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Koordinaten des abgetasteten Punktes als Ergebnisse erhält. Sie stellen die Komponenten des Vektors  $\vec{p}_i = (x_i, y_i, z_i)^T$  vom Instrumentennullpunkt  $P_0$  zum Messpunkt  $P_i$  dar. Die originären Messelemente  $s$ ,  $\alpha$  und  $\zeta$  ergeben sich wieder aus folgenden Formeln:

$$\begin{aligned} s_i &= \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2} \\ \zeta_i &= \arccos\left(\frac{z_i - z_0}{s_i}\right) \\ \alpha_i &= \arctan\left(\frac{y_i - y_0}{x_i - x_0}\right) \quad \text{für } x_i \neq x_0 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Der Instrumentenschnittpunkt ist definiert als der Schnittpunkt der Rotationsachsen und der Zielachse des Entfernungsmessers [RIETDORF, 2005].

Die bereits angesprochenen Unzulänglichkeiten des Messsystems werden vom Hersteller bereits in Form von Korrekturwerten berücksichtigt und an die originären Messelemente angebracht, so dass der Anwender davon ausgehen muss, mit den Gleichungen 2.2 nicht die originären polaren Messelemente zu errechnen, sondern bereits korrigierte Werte zu erhalten.

Die meisten Laserabtastsysteme ermitteln simultan mit dem Messwert der Distanzmessung einen Reflektivitätswert, der bei Phasenmesssystemen der Amplitude des detektierten Streulichts entspricht [METTENLEITER und FRÖHLICH, 2000]. Diese vierte Messinformation wird als Intensität [WEHR, 1997], Reflektivität oder Signalstärke [KERN, 2003] bezeichnet. Sie gibt Auskunft über die Dämpfung des Messstrahls verursacht durch mannigfaltige äußere Einflussfaktoren, z. B. atmosphärische Dämpfung, schräger Auftreffwinkel auf dem Messobjekt, Oberflächenbeschaffenheit und -farbe des Messobjektes.

### 2.2.1 Prinzipien der Streckenmessung beim Laserscanning

Man unterscheidet zwischen polar messenden Laserscannern, die durch Verfahren der elektrooptischen Distanzmessung die Entfernung zur Objektoberfläche messen und Laserscannern, die die Distanz zum Messobjekt über das Triangulationsverfahren<sup>2</sup> ermitteln. Polar messende Laserscanner verwenden entweder das Impulsmessverfahren oder das Phasenvergleichsverfahren zur elektrooptischen Distanzmessung.

#### 2.2.1.1 Impulsmessverfahren

Beim Impulsmessverfahren wird vom Distanzmesser ein Laserimpuls ausgesendet, der an der Objektoberfläche reflektiert und von einer Photodiode im Distanzmesser schließlich wieder detektiert wird. Misst man die Laufzeit  $t$  des Impulses mit Hilfe eines elektronischen Zählers, kann die Distanz  $s$  zum Messobjekt mit

$$s = \frac{1}{2} \cdot c \cdot t = \frac{1}{2 \cdot n} \cdot c_0 \cdot t \quad (2.3)$$

unter Zuhilfenahme der Signalgeschwindigkeit  $c$  bzw. der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum  $c_0 = 299792458 \text{ m/s}$  und der Brechzahl der Atmosphäre  $n$  ermittelt werden. Eine entscheidende Rolle für die Auflösung der Distanzmessung spielt die Auflösung der Laufzeitmessung. Die Anforderung an die Auflösung der Zeitmessung  $\Delta_t$  bei gewünschter Auflösung der Distanzmessung  $\Delta_s$  kann mit

$$\Delta_t = \frac{2}{c} \cdot \Delta_s \quad (2.4)$$

ermittelt werden [JOECKEL und STOBBER, 1995].

Das Impulsmessverfahren eignet sich insbesondere für große Messentfernungen. Laserscanner, deren Distanzmessung durch Messung der Impulslaufzeit realisiert wird, sind z. B. LEICA HDS3000 [LEICA GEOSYSTEMS, 2004], TRIMBLE 3D-Scanner der GX-Serie [TRIMBLE NAVIGATION LTD., 2007] sowie RIEGL LMS-Z360i.

#### 2.2.1.2 Phasenvergleichsverfahren

Beim Phasenvergleichsverfahren wird die Phasenverschiebung einer vom Distanzmesser ausgestrahlten, am Messobjekt reflektierten und wieder empfangenen harmonischen elektromagnetischen Schwingung bestimmt. Die harmonische Schwingung wird festgelegt durch ihre Amplitude  $A$  und den Phasenwinkel  $\varphi$  bzw. ihre Frequenz  $f$  und den Nullphasenwinkel  $\varphi_0$ :

$$y = A \cdot \sin \varphi \quad (2.5)$$

mit

$$\varphi = \omega t + \varphi_0 = 2\pi f t + \varphi_0. \quad (2.6)$$

---

<sup>2</sup>Da das Triangulationsverfahren nicht zu den polar messenden Verfahren gezählt wird, findet es in den weiterführenden Betrachtungen keine Berücksichtigung.

Die Wellenlänge  $\lambda$  der Schwingung dient als Maßeinheit für die Streckenmessung:

$$\lambda = \frac{c}{f}. \quad (2.7)$$

Das vom Distanzmesser detektierte Messsignal wurde durch das Zurücklegen der doppelten Entfernung zum Messobjekt gegenüber dem im Distanzmesser laufenden Referenzsignal um  $\Delta\varphi$  phasenverschoben. Ist die doppelte Entfernung zum Messobjekt kleiner als die Wellenlänge der Schwingung, ergibt sich aus der Phasenverschiebung direkt die doppelte Strecke zum Messobjekt:

$$2s = \Delta\lambda = \Delta\varphi 4\pi\lambda. \quad (2.8)$$

Andernfalls ergibt sich die Strecke  $s$  aus dem Vielfachen  $N$  der Wellenlänge  $\lambda$  und dem Reststück  $\Delta\lambda$ :

$$2s = N \cdot \lambda + \Delta\lambda \quad \text{bzw.} \quad s = \frac{1}{2}(N \cdot \lambda + \Delta\lambda) \quad (2.9)$$

Um die unbekannte Anzahl  $N$  der ganzen Wellenlängen zu ermitteln, werden für die Streckenmessungen unterschiedliche Messsignale mit unterschiedlichen Maßstabswellenlängen verwendet. Durch eine oder mehrere Grobmessungen mit relativen großen Wellenlängen ergibt sich für die Entfernung zum Messobjekt zunächst nur ein Phasenreststück, falls die Wellenlänge größer als die doppelte Entfernung ist. Aus diesem Phasenreststück wird nach Gleichung 2.8 die Strecke zunächst grob ermittelt, da die Auflösung der Phasenmessung auf  $\frac{1}{5000}$  bis  $\frac{1}{10000}$  der verwendeten Maßstabswellenlänge beschränkt ist. Durch eine finale Feinmessung kann nun anhand der groben Kenntnis der Streckenlänge die ganzzahlige Größe  $N$  abgeleitet werden, so dass sich mit dem Phasenreststück der Feinmessung die Entfernung zum Messobjekt dem Feinmaßstab entsprechend genau ergibt.

Laserscanner mit einer Distanzmesseinheit, die auf dem Phasenvergleichsverfahren beruht, sind z. B. ZOLLER+FRÖHLICH IMAGER 5003 (baugleich mit LEICA HDS4500, LEICA GEOSYSTEMS [2005]) und FARO Laser Scanner LS [FARO EUROPE GMBH & CO. KG, 2005].

### 2.2.2 Verfahren zur räumlichen Laserstrahlablenkung

Um beim terrestrischen Laserscanning kartesische 3D-Koordinaten zu erhalten, ist der Laserstrahl um zwei zueinander orthogonale Rotationsachsen abzulenken. Während in üblichen Messszenarien die primäre Rotationsachse horizontal ausgerichtet ist und der Kippachse beim Theodolit beziehungsweise Tachymeter entspricht, korrespondiert die sekundäre Rotationsachse mit der vertikalen Stehachse des Laserscannersystems.

Die tatsächlichen Realisierungen der Ablenkung um die beiden Rotationsachsen folgen meist unterschiedlichen Prinzipien. Die Ablenkung um die sekundäre (meist vertikale) Drehachse erfolgt in den häufigsten Fällen durch Servomotoren im Unterbau des Systems, die den Oberbau inklusive des eigentlichen Laserabtasters bewegen. Die Teilkreisposition zum Zeitpunkt der Messung wird anhand eines Winkelencoders erfasst.

Die Strahlablenkung um die (meist horizontale) primäre Drehachse wird hingegen vielfach durch einen rotierenden Spiegel erzielt.

Im Folgenden werden zwei Ablenkprinzipien mittels Spiegel vorgestellt.



### 2.2.2.1 Die Strahlablenkung mittels Schwenkspiegel

Befindet sich im Strahlengang des Lasers ein Planspiegel, in dessen Spiegelebene die primäre Rotationsachse liegt, so kann bei Rotation um die primäre Achse durch das Reflexionsgesetz

$$\text{Einfallswinkel } \alpha = \text{Ausfallswinkel } \beta \quad (2.10)$$

[KUCHLING, 1995] der Laserstrahl rechtwinklig zur Rotationsachse abgelenkt werden (Abbildung 2.3). Eine Auslenkung des Planspiegels um einen Winkel  $\theta$  erzeugt eine Ablenkung des Laserstrahls um  $2 \cdot \theta$ . Somit genügt eine Drehung des einseitig verspiegelten Planspiegels um  $180^\circ$ , um eine Strahlablenkung von insgesamt  $360^\circ$  zu erreichen. Der Spiegel kann somit in einer kontinuierlichen Drehbewegung gehalten werden. Die Latenzzeit, in der die Rückseite des Spiegels dem Laser zugewandt ist, kann genutzt werden, um den Beginn beziehungsweise das Ende eines Vertikalprofils zu erkennen oder um die Drehung um die sekundäre Drehachse durchzuführen [KERN, 2003].

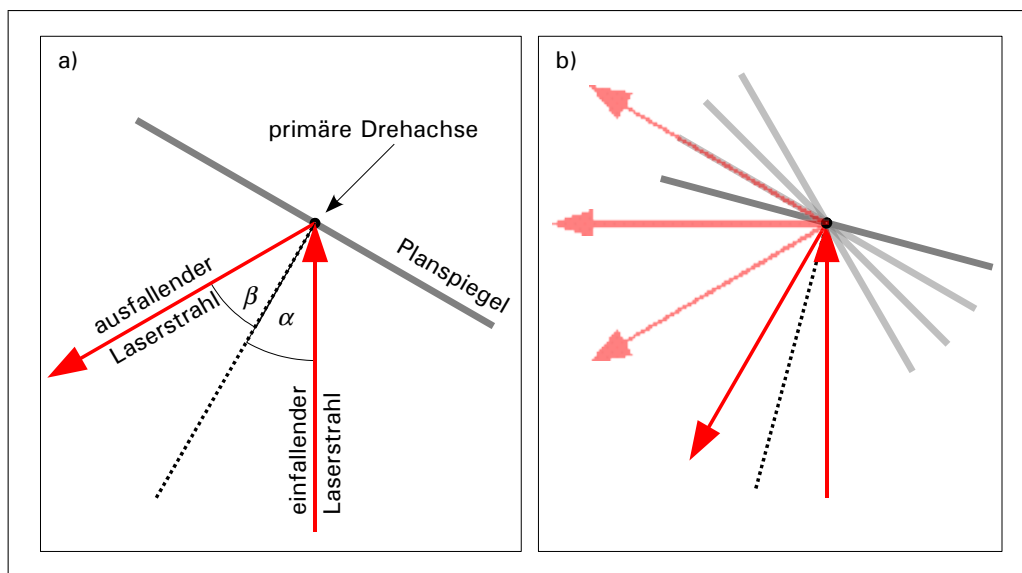


Abbildung 2.3: Strahlablenkung mittels Schwenkspiegel: a) Prinzip der Strahlablenkung, b) Fächerförmige Strahlablenkung bei unterschiedlicher Spiegelstellung

### 2.2.2.2 Die Strahlablenkung mittels $45^\circ$ -Schrägspiegel

In einigen auf dem Markt befindlichen Laserscannern ist die Strahlablenkung durch einen um  $45^\circ$  zur primären Rotationsachse schräg gestellten Spiegel realisiert. Abbildung 2.4 veranschaulicht dieses Prinzip.

Der Laserstrahl wird idealerweise in der primären Rotationsachse auf den Schrägspiegel projiziert. Durch das Reflexionsgesetz wird der Strahl im Auftreffpunkt auf den Spiegel um einen Winkel von  $90^\circ$  reflektiert. In der in der Abbildung 2.6 dargestellten Nullstellung des Spiegels wird der Strahl in der sekundären Drehachse reflektiert. Wird der Schrägspiegel nun um den Winkel  $\theta$  um die primäre Drehachse gedreht, erfolgt eine Ablenkung des Laserstrahls ebenfalls um den Winkel  $\theta$  relativ zur sekundären Drehachse. Bei einer kompletten Umdrehung um die primäre Rotationsachse liegen somit alle fächerförmig ausgesendeten Laserstrahlen in einer Ebene, die orthogonal zur primären Rotationsachse steht.

Terrestrische Laserscanner, deren Strahlablenkung durch einen Schrägspiegel realisiert wird, sind z. B. ZOLLER+FRÖHLICH IMAGER 5003 oder FARO Laser Scanner LS 840 bzw. 880 (Abbildung 2.5).

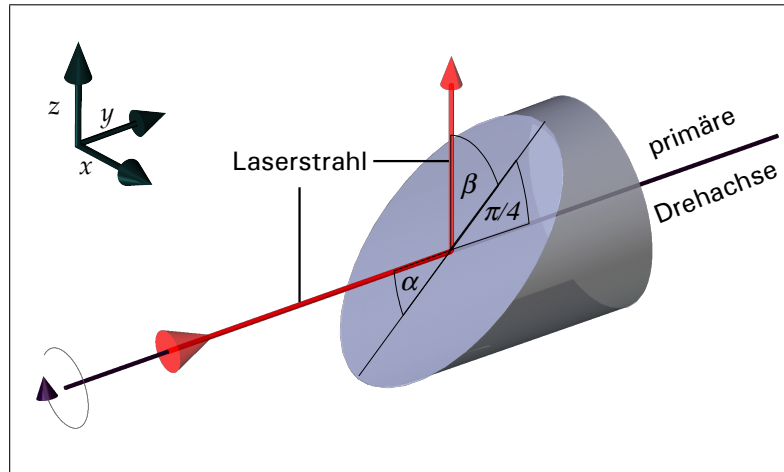


Abbildung 2.4: 45°-Schrägspiegel



Abbildung 2.5: Laserscanner FARO LS 840 bzw. 880 mit Schrägspiegel

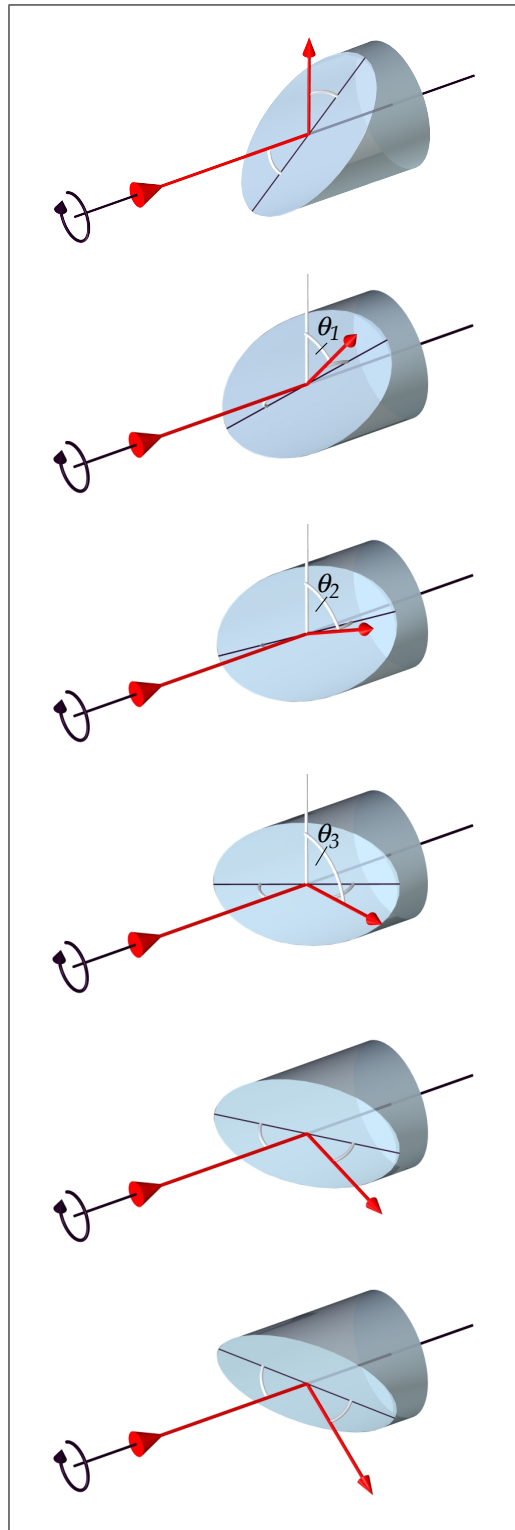


Abbildung 2.6: Funktionsprinzip der Laserstrahlablenkung mittels Schrägspiegel

## 2.3 Einflussfaktoren auf die Laserscannermessung

Die Messwerterfassung mittels terrestrischer Laserscanner unterliegt zahlreichen beeinflussenden Faktoren. Einige dieser Faktoren sind durch Unzulänglichkeiten des Messinstrumentes begründet, beziehen sich demnach auf das Gerät selbst und können als **innere Einflussfaktoren** bezeichnet werden. Hierbei handelt es sich hauptsächlich um systematische Einflüsse, die durch eine Kalibrierung zu bestimmen sind, so dass das Messergebnis durch Korrekturen berichtigt werden kann.

Zusätzlich ist der Messstrahl auf seinem Weg vom Laserscanner zum Messpunkt und zurück weiteren, **äußeren Einflüssen** ausgesetzt, die sich auf die Messung negativ auswirken. Beeinflussende Faktoren sind u. a. die Beschaffenheit und Farbe der abzutastenden Oberflächen, der Auftreffwinkel des Messstrahls auf dem Messobjekt sowie die atmosphärischen Einflüsse, die den Messstrahl auf seinem Weg vom Laserscanner zum Messobjekt und zurück beeinträchtigen. Diese Faktoren sind ebenso zumeist systematischer Natur, können jedoch im Gegensatz zu den inneren Einflussfaktoren im Allgemeinen nicht durch Korrekturgrößen berücksichtigt werden.

Einige der inneren und äußeren Einflussfaktoren werden im Folgenden angesprochen.

### 2.3.1 Einflussfaktoren der elektrooptischen Distanzmessung

Die bereits aus den Erfahrungen mit der elektrooptischen Distanzmessung bekannten Fehlerquellen und Genauigkeitsdefizite können auf terrestrische Laserscanner übertragen werden, deren Streckenmessung nach dem Impulslaufzeitverfahren oder Phasenvergleichsverfahren durchgeführt wird.

#### 2.3.1.1 Additionskorrektur

Ebenso wie in der Tachymetrie ist auch beim Laserscanning die Berücksichtigung einer **Additionskorrektur** bezüglich der Streckenmessung denkbar. Zwar sind keine Exzentrizitäten verursacht durch Reflektoren zu kompensieren, da die Distanzmessung reflektorlos erfolgt. Jedoch entstehen durch die Laserstrahlableitungen mittels rotierender Spiegelsysteme Totwege des Messstrahls noch innerhalb des Messsystems. Als Totweg kann die kurze Distanz des Laserstrahls von seinem Aussendepunkt bzw. Detektionspunkt zum gedachten Nullpunkt des Messsystems, der idealerweise mit dem Schnittpunkt der primären und sekundären Rotationsachse übereinstimmen sollte, bezeichnet werden. Wurde für diesen Totweg ein fehlerhafter Wert geräteintern abgelegt, kann die gemessene Strecke zusätzlich um die Abweichung zum tatsächlichen Wert durch eine Additionskorrektur berichtigt werden.

#### 2.3.1.2 Maßstabskorrektur

Erfolgt die Distanzmessung nach dem Phasenvergleichsverfahren, wird der Maßstab durch die Modulationsfrequenz der Feinmessung festgelegt. Im Falle einer Abweichung der tatsächlichen Frequenz des Entfernungsmessers von der Sollfrequenz ist die Distanzmessung durch eine **Maßstabskorrektur** zu berichtigen [DEUMLICH und STAIGER, 2002].

#### 2.3.1.3 Zyklische Phasenfehler

Im Vergleich zum Impulslaufzeitverfahren ist das Phasenvergleichsverfahren anfälliger gegenüber systematischen Fehlern. Eine bekannte Fehlerquelle sind **zyklische Phasenfehler**, die verschiedene Ursachen haben können. U. a. kann es durch die enge Nachbarschaft von Sende- und Empfangseinrichtung für das Streckenmesssignal zum elektrischen Übersprechen des empfangenen Streckensignals und des Referenzsignals kommen, wodurch die Messung verfälscht wird. Des Weiteren kann durch optisches Übersprechen elektromagnetische Strahlung direkt vom Sender zum Empfänger gelangen und sich mit der vom Messobjekt reflektierten Strahlung überlagern. Mehrwegeeffekte, die durch Reflexionen an Linsen oder Sende- und Empfangsdioden die Strecke mehrfach durchlaufen,

zählen ebenfalls zu den Ursachen der zyklischen Phasenfehler [JOECKEL und STÖBER, 1995]. Sie zeigen sich in einer Sinusschwingung mit der Periode des Feinmaßstabes. Dementsprechend ergibt sich das Korrekturmodell, dessen Parameter durch Messen von Vergleichsstrecken auf einer Komparatorbank ermittelt werden können [DEUMLICH und STAIGER, 2002].

#### 2.3.1.4 Phaseninhomogenitäten

Eine weitere Fehlerquelle der Distanzmessung nach dem Phasenvergleichsverfahren sind die sogenannten Phaseninhomogenitäten. Weist der Sendestrahl eines elektrooptischen Distanzmessers orthogonal zur Ausbreitungsrichtung unterschiedliche Modulationsphasen auf, ergeben sich systematische Abweichungen in der Entfernungsmessung, falls die Distanz mit jeweils unterschiedlichen Teilen des Sende- bzw. Empfangsstrahlenbündels gemessen wird SCHLEMMER [1996].

### 2.3.2 Einflussfaktoren auf den äußeren Lichtweg des Messstrahls

Durch die reflektorlose Entfernungsmessung wird der Laserstrahl direkt auf die abzutastende Oberfläche projiziert und dort diffus reflektiert, so dass ein Teil des Signals wieder vom Laserscanner detektiert werden kann. Auf diesem Weg ist der Laserstrahl einigen äußeren, meist nicht beherrschbaren Einflüssen ausgesetzt. Hier sind zunächst die bereits aus der elektrooptischen Distanzmessung bekannten meteorologischen Einflussfaktoren zu nennen. Hinzu kommen bei der reflektorlosen Distanzmessung der Auftreffwinkel des Laserstrahls auf dem Messobjekt sowie die Geometrie und die Beschaffenheit der Objektoberfläche, die sich auf das Messergebnis auswirken können.

#### 2.3.2.1 Einfluss der Atmosphäre

Da die elektrooptische Streckenmessung nicht im Vakuum erfolgt, breitet sich der Messstrahl nicht mit der Vakuum-Lichtgeschwindigkeit  $c_0$  aus, sondern mit der langsameren Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c$ , die von den aktuellen meteorologischen Parametern (Temperatur, Luftdruck, Luftfeuchte, chemische Zusammensetzung der Luft) abhängt. Damit verlängert sich die Ausbreitungszeit des Messstrahls, so dass zur Ermittlung der Strecke die reale Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c$  heranzuziehen ist. Die von der Wellenlänge des Laserstrahls abhängige Gruppengeschwindigkeit  $c_{Gr}$  bildet gemeinsam mit der Vakuum-Lichtgeschwindigkeit  $c$  den Verhältnisswert  $N_{Gr}$

$$N_{Gr} = \frac{c_0}{c_{Gr}} \quad (2.11)$$

$N_{Gr}$  wird auch als Gruppen-Refraktionskoeffizient bezeichnet. Er errechnet sich aus der Formel nach BARREL und SEARS:

$$N_{Gr} = 287,604 + 3 \frac{1,6288}{\lambda^2} + 5 \frac{0,0136}{\lambda^4} \cdot 10^{-6} \quad (2.12)$$

Um den Refraktionskoeffizienten  $N_L$  unter den aktuellen meteorologischen Einflüssen zu erhalten, wird die Größe  $N_{Gr}$  in die Formel nach KOHLRAUSCH eingesetzt:

$$N_L = 1 + N_{Gr} \frac{273,15 \cdot p}{1013,25(273,15 + t)} - \frac{11,27 \cdot 10^{-6}}{273,15 + t} \quad (2.13)$$

Der Korrekturwert der rohen Streckenmessung  $s'$  entspricht der so genannten 1. Geschwindigkeitskorrektur:

$$K_N = s' \frac{N_{ref} - N_L}{N_L} \quad (2.14)$$

mit dem Referenz-Refraktionskoeffizient  $N_{ref}$

$$N_{ref} = \frac{c_0}{\nu \lambda_m}, \quad (2.15)$$

der von der Modulationsfrequenz  $\nu$  und der Wellenlänge  $\lambda_m$  abhängt.

KERN [2003] stellt grafisch dar, dass die Streckenkorrektur für einen roten und einen grünen Laser in einem Bereich von  $-40ppm$  bis  $30ppm$  zu erwarten ist. Sie verschwindet für eine Temperatur von  $20^\circ C$  sowie einem Luftdruck von  $1013,25hPa$  (Normaldruck). Somit spielen die meteorologischen Faktoren nur für Laserscanninganwendungen mit großen Zielweiten oder unter extremen atmosphärischen Bedingungen eine Rolle. Für übliche Messaufgaben liegt der Einfluss meist unter der Genauigkeit des Messgerätes.

Die durch die Refraktion hervorgerufene Bahnkrümmung des Messstrahls spielt beim terrestrischen Laserscanning keine Rolle, da sie erst für Strecken ab  $50km$  zu berücksichtigende Größenordnungen erreicht [DEUMLICH und STAIGER, 2002].

### 2.3.2.2 Der „Kometenschweif“

Da der Laserstrahl automatisch abgelenkt wird und somit nicht auf ausgewählte Punkte gelenkt wird, ergibt sich an Kanten der Effekt des so genannten „Kometenschweifs“ (nach STAIGER [2005]).

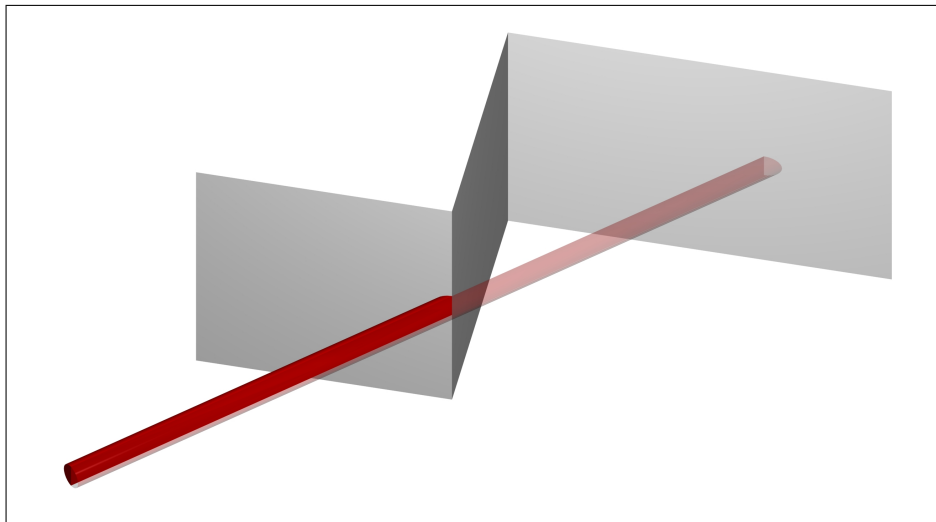


Abbildung 2.7: Der Effekt des „Kometenschweifs“

Die in die Messszene projizierte Ellipse des Laserstrahls (nach z. B. SCHÄFER und SCHULZ [2005] der so genannte „Footprint“ oder „Laserspot“) liegt nur zum Teil auf einem Objekt im Vordergrund. Der restliche Teil des „Footprints“ wird auf eine Fläche in größerer Entfernung projiziert. Dies hat zur Folge, dass als Messentfernung ein Mittel aus den reflektierten Teilstrahlen gebildet wird und der resultierende 3D-Punkt zwischen den abgetasteten Regionen liegt (siehe Abbildung 2.7). Dieser Effekt zeigt sich insbesondere bei Betrachtungen des Auflösungsvermögens terrestrischer Laserscanner (z. B. Untersuchungen mit dem 3D-Siemensstern in BÖHLER [2005]). Eine gute Bündelung des Laserstrahls reduziert die Gefahr eines „Kometenschweifs“.

### 2.3.2.3 Flacher Auftreffwinkel des Messstrahls

Ein weiterer Effekt tritt bei sehr flachen Auftreffwinkeln des Laserstrahls auf dem Messobjekt auf. Trifft der Laserstrahl rechtwinklig auf das Messobjekt, ist der „Footprint“ kreisförmig. Ist der Auftreffwinkel jedoch kleiner als  $100gon$ , wird der „Footprint“ zur Ellipse deformiert und die Distanz wird aus den gesamten Reflexionen des „Footprints“ ermittelt.

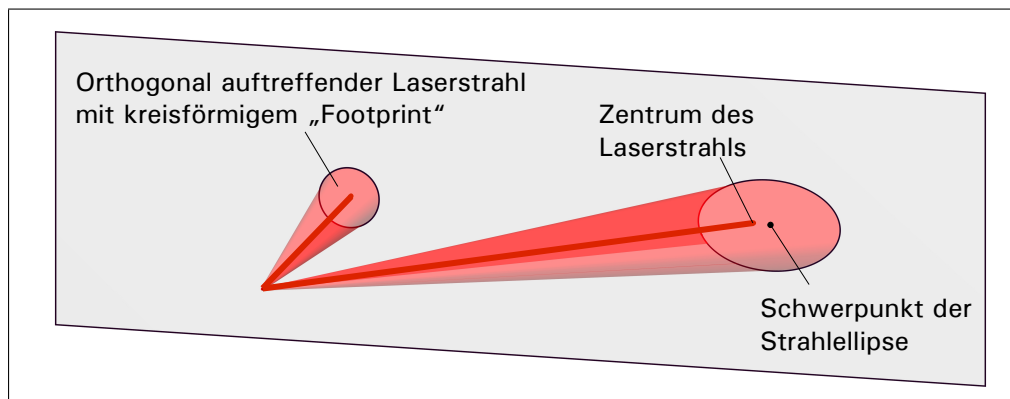


Abbildung 2.8: Der Laser-„Footprint“ bei schrägem Auftreffwinkel

In KERN [2003] wurde festgestellt, dass sich beim Auftreffen des Laserstrahls auf eine schräge Fläche seine Energiewellenfront so verformt, dass im Laserscanner näher gelegenen Teil der Reflexionsfläche die wirksamen Intensitäten zusammen rücken, während sie sich im weiter entfernten Teil der Reflexionsfläche auseinander ziehen. Dies hat zur Folge, dass das reflektierte Signal von den näher gelegenen Reflexionsanteilen dominiert wird und somit eine zu kurze Strecke zum Messpunkt ermittelt wird.

Betrachtet man den elliptischen „Footprint“ auf dem Messobjekt, ist von einem weiteren Effekt auszugehen. Hypothetisch ergibt sich die Streckenmessung als Mittel aus der Entfernung zum **Schwerpunkt der Ellipse**, der nicht auf der zentrischen Achse des Laserlichtkegels liegt (Abbildung 2.8). Folglich kann ebenso angenommen werden, dass Entfernungen unter einem Auftreffwinkel  $\psi$  kleiner als  $100gon$  immer zu lang gemessen werden.

Ein weiterer negativer Einfluss flacher Auftreffwinkel ist die geringere Signalstärke des reflektierten Signals in Richtung des einfallenden Strahls, so dass die Intensität des reflektierten Anteils des Laserstrahls mit flacher werdendem Auftreffwinkel abnimmt [SCHÄFER und SCHULZ, 2005].

Es bleibt festzuhalten, dass sich beim Laserscanning auf schräge Oberflächen mehrere Effekte überlagern, die die Intensität des Reflexionssignals beeinträchtigen und somit die Streckenmessung verfälschen können.

#### 2.3.2.4 „Schwarze Löcher“

Beim Laserscanning auf spiegelnden Oberflächen wird der Laserstrahl nicht diffus reflektiert. Vielmehr erfolgt eine vollständige Reflexion nach dem Reflexionsgesetz (2.10) (Abbildung 2.9), so dass er nicht zum Laserscanner zurück gelangt. Die Folge sind Datenlücken („schwarze Löcher“) in der Punktwolke, da für die entsprechenden Oberflächenpunkte keine Streckenmessung erfolgte.

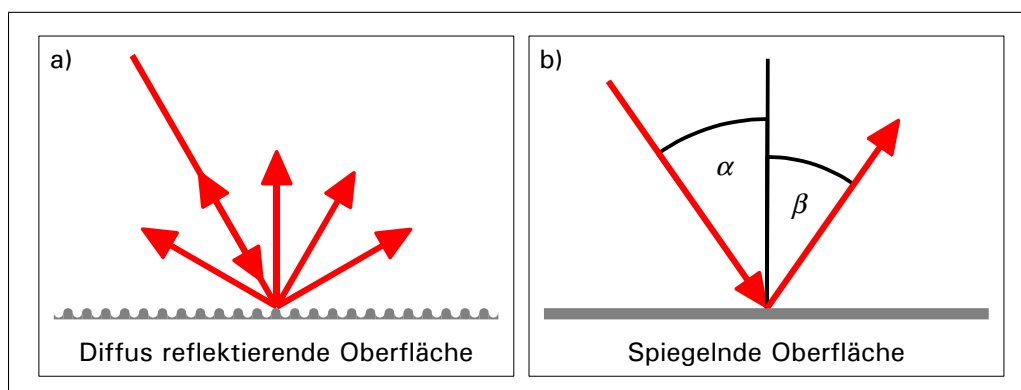


Abbildung 2.9: Laserstrahl-Reflexion auf a) diffus reflektierenden und b) spiegelnden Oberflächen

### 2.3.2.5 Einfluss der Oberflächenfarbe sowie der Oberflächenbeschaffenheit

Zahlreiche Untersuchungen verschiedener Stellen haben gezeigt, dass die Oberflächenfarbe sowie die Oberflächenbeschaffenheit der abzutastenden Objekte die Messergebnisse beim Laserscanning verfälschen können.

Die Farbe einer mittels Laserlicht abgetasteten Oberfläche beeinflusst die Reflektivität des zurückgeworfenen Signals, da die Farbe bestimmt, welche Frequenzanteile des Lichtes von ihr absorbiert und welche reflektiert werden.

KERN [2003] verwendet in diesem Zusammenhang den Begriff der Reflektanz, die als Verhältnis der reflektierten Lichtleistung  $P_r(\lambda)$  und der einstrahlenden spektralen Lichtleistung  $P_s(\lambda)$  in Abhängigkeit von der Wellenlänge  $\lambda$  des Lichtes definiert ist:

$$\rho(\lambda) = \frac{P_r(\lambda)}{P_s(\lambda)} \quad (2.16)$$

Sie bezieht sich ausschließlich auf das Reflexionsvermögen eines Materials unabhängig von den Umgebungsbedingungen. Sind weitere beeinflussende Faktoren wie z. B. ein schräger Auftreffwinkel und eine Dämpfung durch die Zielentfernung zu berücksichtigen, ist nach KERN [2003] der Begriff Reflektivität anstatt Reflektanz zu verwenden.

Die Reflektivität, die zuweilen auch als Intensität bezeichnet wird (z. B. in WEHR [1997]), wird in den meisten Laserscannern simultan zur Streckenmessung ermittelt. Die Entfernungsmessung erfolgt mit konstanter Sendesignalamplitude [METTENLEITER und FRÖHLICH, 2000]. Die Amplitude des detektierten Signals nach der Reflexion auf der Objektoberfläche hat sich jedoch entsprechend der Oberflächenfarbe verändert, so dass die Amplitude des Empfangssignals dem Reflektivitätswert der gescannten Oberfläche entspricht [METTENLEITER und FRÖHLICH, 2000] und somit detektiert werden kann.

Laut KERN [2003] und METTENLEITER und FRÖHLICH [2000] liegen die Auswirkungen der Oberflächenfarbe auf die Streckenmessung des Laserscanners ZOLLER+FRÖHLICH IMAGER 5003 unterhalb der Messgenauigkeit. In BÖHLER und MARBS [2004] und BÖHLER [2005] wurde hingegen durch umfangreiche vergleichende Untersuchungen mehrerer terrestrischer Laserscanner mittlerer und großer Reichweite festgestellt, dass die Strecken auf metallische, glänzende oder leuchtend farbige Oberflächen bei einer Messentfernung von 20m um bis zu 1cm verfälscht werden können, während beim Laserscanning auf weiße, graue oder schwarze, matte Oberflächen keine negativen Einflüsse festzustellen waren.

STERNBERG u. a. [2005] führten Laserscans auf Farbmusterblätter in einer Messentfernung von 8m mit dem Laserscanner Mensi GS100 durch. Für die in einer Ebene in unterschiedlichen Farben angebrachten Musterblätter konnten jeweils unterschiedliche Reflektivitätswerte bzw. Intensitätswerte detektiert werden. Es zeigte sich ein Zusammenhang zwischen dem Intensitätswert und dem Messrauschen: Mit geringer werdender Intensität stieg die Standardabweichung der geschätzten ausgleichenden Ebene zum Farbmusterblatt an. Darüber hinaus wurden ebenso systematische Abweichungen des Ebenenabstandes vom Laserscanner je nach Farbe festgestellt, die auf einen systematischen Einfluss der Oberflächenfarbe auf die Streckenmessung schließen lassen.

Anhand der genannten Untersuchungen zeigt sich, dass die Farbe des Messobjektes sowohl systematische als auch zufällige Abweichungen in der Laserabtastung verursachen kann.

Untersuchungen zum Messverhalten auf verschiedenen Oberflächenstrukturen zeigten, dass der Messstrahl in porösen Objektoberflächen (z. B. Styropor oder Teppich) eindringt und somit Strecken bei der Laserabtastung dieses Materials stets zu lang gemessen werden (z. B. KERN [2003], ZOGG [2003], SCHULZ und INGENSAND [2004], SCHULZ u. a. [2004] und STERNBERG u. a. [2005]).

Zusammenfassend ist festzuhalten, dass die Einflüsse auf den Messstrahl verursacht durch Oberflächenstruktur, Material, Farbe und Auftreffwinkel komplex sind und in der Praxis nicht voneinander getrennt werden können [STERNBERG u. a., 2005]



### 2.3.3 Einflüsse auf die räumliche Strahlablenkung

Aufgrund der ähnlichen Messprinzipien von Tachymetern und terrestrischen Laserscannern können bereits von Tachymetern beziehungsweise Theodoliten bekannte, instrumentell bedingte Abweichungen auf polar messende terrestrische Laserscanner übertragen werden.

#### 2.3.3.1 Indexabweichung des Vertikalkreises

Entsprechend dem Höhenindexfehler eines Theodolits ist beim Laserscanning mit einem Indexfehler des Vertikalkreises zu rechnen, falls die Nullmarke des zugehörigen Winkelencoders der primären Rotationsachse nicht mit der Richtung der sekundären Rotationsachse (z-Achse des inhärenten Koordinatensystems) übereinstimmt.

#### 2.3.3.2 Achsenabweichungen

Eine **Abweichung der Zielachse** bei einem terrestrischen Laserscanner liegt vor, falls der emittierte Laserstrahl nicht exakt rechtwinklig zur primären Rotationsachse ausgerichtet ist. Dies kann bei einer Strahlablenkung mittels Spiegel durch eine Fehlstellung des Spiegels verursacht werden, wenn z. B. ein Schrägspiegel (vgl. Kap. 2.2.2.2) nicht exakt im  $45^\circ$ -Winkel zur primären Drehachse ausgerichtet ist oder ein Schwenkspiegel (vgl. Kap. 2.2.2.1) zur primären Drehachse verschwenkt ist. Bilden die primäre und die sekundäre Rotationsachse keinen rechten Winkel zueinander, liegt eine **Abweichung der primären Rotationsachse** vor, die auch als Kippachsenabweichung bezeichnet werden kann.

In NEITZEL [2006b] gelingt es durch eine Zwei-Lagen-Messung, die Ziel- und Kippachsenabweichung eines Laserscanners IMAGER 5003 von ZOLLER+FRÖHLICH zu ermitteln.

#### 2.3.3.3 Exzentrizitäten

Idealerweise schneiden sich die primäre und die sekundäre Rotationsachse sowie die Zielachse eines polar messenden Laserscanners in einem Punkt. Dies lässt sich jedoch zumeist nicht ausreichend realisieren, so dass Exzentrizitäten zwischen den Achsen zu systematischen Messabweichungen führen. Zusätzlich können Exzentrizitäten durch eine inexakte Projektion des Laserstrahls auf die Spiegelablenkeinheit hervorgerufen werden. Liegt der Auftreffpunkt des Lasers nicht im Schnittpunkt der Rotationsachsen, sondern ist parallel zu ihnen verschoben, können die daraus resultierenden Abweichungen durch entsprechende Exzentrizitäten modelliert werden.

Untersuchungen hinsichtlich der Existenz finden sich z. B. in RIETDORF [2005], AMIRI PARIAN und GRÜN [2005] und SCHÄFER und SCHULZ [2005]. NEITZEL [2006b] schätzt simultan zur Ermittlung eines Ziel- und Kippachsenfehlers des Laserscanners IMAGER 5003 eine Zielachsenexzentrizität (vgl. Kap. 3.3.2).

## 2.4 Zusammenfassung

Terrestrische Laserscannersysteme stellen sich dem Anwender als komplexe Messsysteme dar. Sie bestehen aus einer Distanzmesseinheit, die sowohl die Entfernung  $s$  zum Messpunkt als auch die Intensität des zurückgeworfenen Strahls detektiert. Die automatische Ablenkung des Laserstrahls um zwei Achsen zur flächenhaften 3D-Abtastung der Messszene erfolgt über Servomotoren und Spiegelsysteme und wird zum Zeitpunkt der Distanzmessung aus der Stellung des Motors beziehungsweise durch Winkelencoder abgeleitet, so dass die beiden Winkel  $\alpha$  und  $\zeta$  die Strahlablenkung zum Messpunkt beschreiben. Unter Berücksichtigung geräteinterner, dem Anwender verborgen bleibenden Korrekturen werden diese Polarkoordinaten in kartesische Koordinaten des Messpunktes umgewandelt.

Die realistische Einschätzung der Messgenauigkeit terrestrischer Laserscanner stellt ein Problem dar, da die Messergebnisse durch zahlreiche Faktoren beeinflusst werden. Diese Faktoren können in zwei Gruppen eingeteilt werden:

1. Liegen **gerätebedingte systematische Abweichungen** vor, wie die Abweichungen der Distanzmessung, Achsenabweichungen und Exzentrizitäten, besteht theoretisch die Möglichkeit, sie in Form einer Kalibrierung zu bestimmen und die Messergebnisse durch entsprechende Korrekturen zu berichtigen.

In der Praxis stellt eine umfassende Kalibrierung eines solch komplexen Messsystems jedoch eine Herausforderung dar. Eine Schwierigkeit besteht in der Tatsache, dass die Anzielung der abzutastenden Punkte in festen Winkelintervallen erfolgt, die Messpunkte demnach nicht direkt angezielt und nicht ausgewählt werden können. Somit sind Festpunkte in besonderer Weise zu signalisieren.

- Zur Signalisierung von Punkten finden Kugeln Verwendung, deren Oberflächen gescannt werden. Aus den Oberflächenpunkten wird im Post-Processing der Kugelmittelpunkt geschätzt.
- Eine weitere Möglichkeit der Signalisierung bieten Schwarz-Weiß-Zielmarken. Ist ein Muster der Zielmarke in der Laserscanner-Software abgelegt, kann der Mittelpunkt anhand des Intensitätskontrastes zwischen weißer und schwarzer Flächen der Zielmarke gefunden werden.

Die signalisierten Punkte ergeben sich somit nicht direkt aus den Messungen. Vielmehr werden sie indirekt aus den gescannten 3D-Punkten einer Oberfläche oder anhand der Intensitätswerte einer Zielmarke abgeleitet.

2. Zu den gerätebedingten Effekten kommen einige **äußere Einflussfaktoren** hinzu. So können Messobjektgeometrien und Oberflächeneigenschaften Einflüsse induzieren, die sich überlagern und somit nur schwerlich getrennt betrachtet werden können. Eine Erfassung der Einflüsse und entsprechende Berücksichtigung durch Korrekturen ist kaum möglich, da sie innerhalb einer Messszene stark variieren können.

Die vorliegende Arbeit widmet sich einem Ansatz zur Laserscanner-Kalibrierung, um die unter 1. genannten Instrumentenabweichungen zu bestimmen und entsprechende Korrekturen zu erhalten. Des Weiteren ist es das Ziel, Effekte, die in Form von Korrekturen nicht erfassbar sind (vgl. 2.), in Form von Genauigkeitsmaßen zu erfassen, so dass der Anwender in der Lage ist, auch unter Berücksichtigung der äußeren Einflussfaktoren die Messergebnisse realistisch zu beurteilen.

## Kapitel 3

# Untersuchungen terrestrischer Laserscanner: Überblick, Diskussion, eigene Zielsetzungen

In diesem Kapitel soll versucht werden, einen möglichst umfassenden Überblick zu den bisher veröffentlichten Untersuchungen terrestrischer Laserscanner zu geben. Das Spektrum dieser Veröffentlichungen reicht dabei von einfachen Genauigkeitsuntersuchungen zu den in Laserscannern verwendeten Distanzmessern über komplexe Kalibrierungen des gesamten Laserscannersystems bis hin zu vergleichenden, praxisnahen Untersuchungen verschiedener Laserscanner. Für eine systematische Betrachtung mit detaillierter Diskussion wird deshalb zunächst eine Gruppierung nach den Zielrichtungen der Untersuchungen vorgenommen. Prinzipiell lassen sich fünf Hauptaspekte aus den Veröffentlichungen extrahieren, die im Folgenden kurz skizziert seien:

1. Zu Beginn standen häufig Untersuchungen zur Messgenauigkeit beim terrestrischen Laserscanning mit Schwerpunkt Distanzmessgenauigkeit.
2. Gerade in den Genauigkeitsuntersuchungen zeigten sich oftmals **Einflussfaktoren auf die reflektorlose Distanzmessung**, z. B.
  - die Oberflächenfarbe des Messobjektes,
  - die Oberflächenbeschaffenheit des Messobjektes sowie
  - der Auftreffwinkel des Laserstrahls auf dem Messobjekt
3. Die konkrete **Ermittlung von auf das Laserscannersystem bezogenen Korrekturparametern** stellt eine besondere Herausforderung dar, da sich Laserscanner zumeist als „Black-Box“-Systeme präsentieren, deren einzelne Komponenten und ihre gegenseitigen Wechselwirkungen dem Nutzer größtenteils verborgen bleiben und somit die plausible Herleitung entsprechender Korrekturfunktionen erheblich erschwert wird. Dennoch befassen sich einige Quellen mit der gezielten **Kalibrierung einzelner Systemkomponenten**, um insbesondere Korrekturen
  - des Distanzmessers (Additionskorrektur, Maßstabskorrektur),
  - Ziel- und Kippachsenabweichungen sowie
  - Exzentrizitäten

zu ermitteln.

4. Des Weiteren finden sich Arbeiten, die bestrebt sind, umfassende Korrekturmodelle aufstellen zu können, um eine **Kalibrierung des gesamten Messsystems** zu realisieren. Die verwendeten Ansätze vereinigen Instrumentenparameter unterschiedlicher Systemkomponenten in einer Korrekturfunktion und schätzen diese Parameter anhand der Auswertung einer typischen Laserscanner-Rundum-Erfassung. Vorgestellt wurden hierfür bisher Ansätze
  - unter der Verwendung von abgeleiteten Pseudobeobachtungen zu Referenzpunkten (z. B. LICHTI und FRANKE [2005], LICHTI [2007])
  - unter Verwendung von abgeleiteten, räumlich orientierten Flächen (z. B. ALKIS u. a. [2003], DÜPPE und KLEIN [2005], RIETDORF [2005]).
5. Darüber hinaus existiert in der Fachwelt der Wunsch, terrestrische Laserscanner einem **standardisierten Überprüfungsverfahren** unterziehen zu können, um zum Einen Instrumente unterschiedlicher Hersteller und unterschiedlichen Typs hinsichtlich ihres Genauigkeitspotenzials objektiv vergleichen zu können. Zum Anderen kann ein standardisiertes Überprüfungsverfahren, dem ein Laserscanner in einem konstanten Zeitintervall wiederholt unterzogen wird, Aufschluss über eine Veränderung der Messgenauigkeit geben. Erste Ansätze hierzu sind
  - die vergleichenden Untersuchungen mehrerer terrestrischer Laserscanner an der Hafen-City Universität in Hamburg [MECHELKE u. a., 2008]
  - der Vergleich mehrerer möglicher Kenngrößen zur Laserscannerüberprüfung von KERN [2008]
  - der Entwurf für ein standardisiertes Überprüfungsverfahren nach HEISTER [2006], das die Bestimmung der Kenngrößen Ebenheitsmessabweichung, Antastabweichung sowie Längenmessabweichung vorsieht.

Der folgende Abriss zu bisher durchgeführten Laserscanner-Untersuchungen beginnt im Abschnitt 3.1 mit Betrachtungen zur Laserscanner-Messgenauigkeit. Hier wird meist auch ein Zusammenhang mit äußeren Einflussfaktoren auf die Laserabtastung (Abschnitt 3.2) diskutiert, so dass mitunter keine klare Trennung erfolgt. Im Weiteren werden in den Abschnitten 3.3 und 3.4 Arbeiten vorgestellt, die die Ermittlung instrumentell bedingter Systematiken der Laserscannersysteme selbst zum Inhalt haben. Schließlich werden im Abschnitt 3.5 die Aufsätze zur standardisierten Überprüfung von Laserscannern diskutiert.

### 3.1 Untersuchungen der Messgenauigkeit

Umfangreiche, vergleichende Untersuchungen mehrerer terrestrischer Laserscanner sind in BÖHLER [2005], BÖHLER und MARBS [2004] und BÖHLER u. a. [2003] zu finden. U. a. wurde die Distanzmessgenauigkeit der betrachteten Laserscanner ermittelt, indem die Mittelpunktabstände gescannter Kugeln mit ihren Sollwerten verglichen wurden. Für einen großen Teil der Laserscanner lag die Standardabweichung der Raumstrecken aus mindestens zwölf Strecken im Millimeterbereich.

SCHÄFER und SCHULZ [2005] befassten sich ebenfalls mit der Distanzmessgenauigkeit terrestrischer Laserscanner. Sie wurde zum Einen durch das Scannen einer rechtwinklig zur Scanrichtung ausgerichteten ebenen Platte ermittelt. Als Genauigkeitsmaß wurde die Standardabweichung der Residuen zur ausgleichenden Ebene der erfassten Punkte herangezogen. Für Messentfernungen bis 50m lag sie im Bereich von 2,6mm und 3,5mm. Zum Zweiten wurde die Distanzmessgenauigkeit eines Laserscanners auf einer interferometrischen Messbahn untersucht, indem der Messmodus des Laserscanners von der üblichen Rundum-Abtastung auf die Distanzmessung in eine vorgegebene Richtung umgestellt wurde. Der Laserscanner beobachtete nun eine weiße Zieltafel, die auf der Interferometerbahn bewegt wurde. Durch Vergleiche der gemessenen Strecken mit den Sollstrecken

zeigten sich keine Systematiken in Form einer Additionskorrektur oder eines Maßstabsfaktors, jedoch konnte deutlich eine von der Messentfernung abhängige Distanzmessgenauigkeit festgestellt werden. Der funktionale Zusammenhang kann anhand der in SCHÄFER und SCHULZ [2005] dargestellten Grafiken als linear angesehen werden. Insofern kann ein **proportionaler Zusammenhang** zwischen Messdistanz und ihrer Genauigkeit gefolgert werden: Je länger die Distanz zum Messobjekt, desto größer ist die Messunsicherheit.

### 3.2 Untersuchungen der Einflüsse auf die reflektorlose Distanzmessung

BÖHLER [2005], BÖHLER und MARBS [2004] und BÖHLER u. a. [2003] betrachteten innerhalb ihrer vergleichenden Untersuchung mehrerer Laserscanner den Einfluss der Oberflächenreflektivität. Hierzu wurde jeweils eine  $30 \times 30\text{cm}$  große, ebene Fläche mit unterschiedlichen Farben (Weiß, Grau und Schwarz, Metallic, orangerote Warnfarbe) beziehungsweise Oberflächen (Aluminiumfolie, blaue Reflexionsfolie) und einem  $10\text{cm}$  breiten, weißen ebenen Rand aus einer Entfernung von  $20\text{m}$  gescannt. Nach einer getrennten Ebenenausgleichung der Quadratfläche und des Randes zeigte sich, dass eine weiße, graue oder schwarze Oberfläche die Messung kaum negativ beeinflusst. Glänzende und farbige Oberflächen können jedoch insbesondere die Streckenmessung um teilweise mehrere Zentimeter verfälschen. Die berechnete systematische Entfernungsabweichung eines Einzelpunktes aus einer ausgleichenden Ebene lag für zahlreiche Scanner unter  $1\text{cm}$ .

SCHÄFER und SCHULZ [2005] betrachtete den Einfluss des Auftreffwinkels auf die Messgenauigkeit. Auf einer interferometrischen Messbahn wurde eine Zieltafel installiert, deren Abstand zum Laserscanner variiert werden konnte. Die Zieltafel wurde zudem relativ zur Scanrichtung geneigt, so dass sich unterschiedliche Auftreffwinkel des Laserstrahls auf der Zieltafel ergaben. Die Ergebnisse lassen die Aussage zu, dass hier ein **umgekehrt-proportionaler Zusammenhang** besteht: Beginnend mit einem rechten Winkel vergrößert sich die Standardabweichung der gemessenen Distanzen mit kleiner werdendem Auftreffwinkel. Oder alternativ ausgedrückt: Je flacher der Laserstrahl auf die Objektoberfläche trifft, desto unsicherer wird die Distanzmessung.

Einige Untersuchungen beschäftigen sich mit dem Einfluss der Rauigkeit oder Porosität der Objektoberfläche. In KERN [2003] wurden Laserscans in unterschiedlichen Entfernungen auf diverse Materialien durchgeführt und die gemessenen Strecken mit ihren Sollwerten verglichen. Es zeigte sich, dass der Laserstrahl bei Messungen auf Schaumstoff oder Teppich in das Material eindringt und somit zu lange Strecken gemessen werden. Bei Untersuchungen mit weiteren Oberflächen wie Fliesen, Blech, Pappe, Styropor, Ziegel, Tapete, Kalksandstein oder Holz traten jedoch nur Abweichungen zu den Sollstrecken von maximal  $3\text{mm}$  auf, die damit innerhalb der Messgenauigkeit des verwendeten Distanzmessers lagen.

Im Gegensatz dazu stehen die Untersuchungen von ZOGG [2003], SCHULZ und INGENSAND [2004] und SCHULZ u. a. [2004], die sich auf den Laserscanner IMAGER 5003 von ZOLLER+FRÖHLICH beziehen. Hier zeigte sich, dass bei Distanzmessungen auf Styropor der Laserstrahl bis zu  $15\text{mm}$  in das Material eindringt, in Abhängigkeit von der Porengröße beziehungsweise der Körnung des Styropors. Bei Messungen mit Holz und weißer Tapete ergaben sich Abweichungen von den Sollstrecken im Bereich von  $5\text{mm}$ .

### 3.3 Ansätze zur Kalibrierung einzelner Systemkomponenten

#### 3.3.1 Kalibrierparameterbestimmung der Distanzmessung

Bei der Bestimmung systematischer Parameter bezüglich des Laserscannersystems nimmt die Distanzmessung eine wichtige Rolle ein. Die verwendeten Korrekturmodelle basieren zumeist auf den Erfahrungen der Geodäsie mit der optischen Distanzmessung.

In HOVENBITZER [2001] wurde der im Lasermesssystem 3dLMS (Eigenentwicklung des Geodätischen Instituts der Technischen Universität Darmstadt) integrierte Laserdistanzmesser der Firma SICK untersucht. Er registriert fächerförmig ausgeführte Streckenmessungen nach dem Impulslaufzeitverfahren mit den dazugehörigen Richtungen.

Zur Bestimmung einer Additions- und Multiplikationskorrektur des Laserdistanzmessers wurden von einem bekannten Standpunkt aus mittels des Lasermesssystems die Oberflächen von in unterschiedlichen Entfernungen aufgestellten Kugeln und Ebenen abgetastet und anhand der erhaltenen 3D-Koordinaten die Abstände der ausgleichenden Kugeln und Ebenen vom Lasermesssystem bestimmt. Durch Theodolitbeobachtungen der gleichen Objekte mit übergeordneter Genauigkeit lagen Sollstrecken zu den Kugeln und Ebenen vor, die die Bestimmung einer Additions- und Multiplikationskorrektur sowohl für die Kugel- als auch für die Ebenenvariante ermöglichten. Für die Additionskorrektur ergaben sich die Werte  $13,9\text{ mm}$  (Kugeln) beziehungsweise  $14,6\text{ mm}$  (Ebenen). Die Multiplikationskorrektur kann mit  $-0,00471$  (Kugeln) und  $-0,00546$  (Ebenen) angegeben werden. Die Ergebnisse beider Varianten unterschieden sich nicht signifikant, wie durch einen statistischen Test nachgewiesen werden konnte.

#### 3.3.2 Bestimmung von Ziel- und Kippachsenfehler sowie einer Exzentrizität

Aufgrund der ähnlichen Messprinzipien von Tachymetern und terrestrischen Laserscannern können bereits von Tachymetern beziehungsweise Theodoliten bekannte Achsenfehler auf Laserscanner übertragen werden. NEITZEL [2006a] leitet explizit Formeln für den Kipp- sowie den Zielachsenfehler in Abhängigkeit von Zenitwinkeln und Drehkreisrichtungen in zwei Lagen her und ergänzt sie in NEITZEL [2006b] und NEITZEL [2006c] um eine Exzentrizität der Zielachse. Eine Analyse der Achsenfehlervarianzen in NEITZEL [2006a] bringt das Resultat, dass für eine sichere Bestimmung der Achsenfehler sowohl sehr hoch gelegene Punkte (mit steiler Visur) als auch sehr tief gelegene Punkte auszuwählen sind. Durch Ableitung eines linearen funktionalen Modells gelingt es NEITZEL [2006b] in einer überbestimmten Konfiguration, den Kipp- und Zielachsenfehler sowie die Zielachsenexzentrizität eines Laserscanners IMAGER 5003 von ZOLLER+FRÖHLICH durch vermittelnde Ausgleichung zu bestimmen. Hierzu wurden sechs Holzkugeln mit einem Durchmesser von  $15\text{ cm}$  in zwei Lagen gescannt und ihre Mittelpunkt durch eine Kugelausgleichung geschätzt. Anhand der Mittelpunktkoordinaten kann auf die polaren Messelemente des Laserscanners geschlossen werden, die in die Ausgleichung zur Bestimmung der drei Instrumentenfehler einfließen. Die Schätzungen der Achsenfehler sind betragsmäßig größer als  $30\text{ mgon}$ , die Exzentrizität beträgt ca.  $1\text{ mm}$ . Die Signifikanz der Schätzungen wird durch einen t-Test bestätigt. Weiterhin wird gezeigt, dass die geschätzten Instrumentenfehler aufgrund verfälschter Drehkreisrichtungen für steile Visuren (ab Vertikalwinkeln von ca.  $50\text{ gon}$  und kleiner) in Lageabweichungen von mehreren Zentimetern resultieren und somit hier nicht vernachlässigt werden können. Der Einfluss auf die Vertikalwinkel bewirkt jedoch lediglich Abweichungen im Submillimeterbereich.

SCHÄFER und SCHULZ [2005] untersuchen die Exzentrizität des Zentrums des Laserscanners IMAGER 5003 von ZOLLER+FRÖHLICH, indem in einem fest installierten Pfeilernetz der Laserscanner, auf einem Pfeiler stehend, Kugeln auf den umstehenden Pfeilern scannte. Anhand der Kugelmittelpunkte der Scans konnte vom Laserscannerkoordinatensystem in das übergeordnete Pfeilerkoordinatensystem transformiert werden. Da sich jedoch durch die Transformation im

Laserscannerstandpunkt lediglich Residuen kleiner als  $1\text{ mm}$  ergaben, wurde der Schluss gezogen, dass keine signifikante Exzentrizität des Laserscanner-Zentrums vorlag.

AMIRI PARIAN und GRÜN [2005] sehen eine Parallele in der Funktionsweise eines terrestrischen Laserscanners und einer photogrammetrisch einsetzbaren Panoramakamera, so dass hier ein bestehendes Modell zur Kalibrierung einer Panoramakamera für die Kalibrierung eines terrestrischen Laserscanners adaptiert wird. In Betracht gezogen werden die Neigung der Laserscanner-Stehachse, Exzentrizitäten des Laserscanner-Zentrums zu den Rotationsachsen, die vertikale und horizontale Auflösung der Rotationswinkel sowie ein Kippachsenfehler. Korrekturparameter, die sich auf die Streckenmessung des Laserscanners beziehen, bleiben jedoch unberücksichtigt. So zeigen sich in den Residuen der Laserscannerbeobachtungen nach Schätzung der modellierten Korrekturparameter weiterhin Systematiken, die auf Unzulänglichkeiten des Modells hindeuten.

### 3.4 Ansätze zur Systemkalibrierung terrestrischer Laserscanner

#### 3.4.1 Systemkalibrierung durch Pseudobeobachtungen zu Referenzpunkten

In LICHTI und FRANKE [2005], LICHTI und LICHT [2006] und LICHTI [2007] wird ein Ansatz zur Selbstkalibrierung eines terrestrischen Laserscanners vorgestellt, der in einem durch ebene, schwarz-weiße Zielmarken signalisierten Kalibrierfeld eine 3D-Netzausgleichung mittels der Laserscannerbeobachtungen vornimmt und hierbei zahlreiche Korrekturparameter als Unbekannte in den Beobachtungsgleichungen berücksichtigt. Bezüglich eines definierten Objektkoordinatensystems werden explizite Beobachtungsgleichungen der polaren Messelemente des Laserscanners zum Zielpunkt (d.h. Strecke, Horizontalrichtung und Vertikalwinkel) in Abhängigkeit von den Transformationsparametern vom Standpunktkoordinatensystems des Laserscanners ins Objektkoordinatensystem sowie den kartesischen Koordinaten des Zielpunktes im Objektkoordinatensystem aufgestellt. Diese Beobachtungsgleichungen werden um zahlreiche physikalisch begründbare sowie empirisch gefundene zusätzliche Parameter erweitert.

Für die Distanzmesseinheit des Laserscanners wurden eine Additionskorrektur sowie zwei Parameter für zyklische Fehler modelliert. Ein Maßstabsfaktor wurde nicht berücksichtigt, da für seine Bestimmung eine Maßstabsdefinition einzuführen ist. Zusätzlich werden ein sinusförmiger, vom Zenitwinkel abhängiger Korrekturterm sowie zwei sinus- beziehungsweise kosinusförmige, von der Horizontalrichtung abhängige Terme eingeführt, die empirisch gefunden wurden.

Die Korrektur der Horizontalrichtung berücksichtigt jeweils einen Zielachsenfehler, einen Kippachsenfehler und vier weitere sinus- oder kosinusförmige Fehler in Abhängigkeit von der Horizontalrichtung oder dem Vertikalwinkel.

Der Vertikalwinkel wird um den Höhenindexfehler, um eine Teilkreisexzentrizität sowie um zwei empirische, sinus- und kosinusförmige, von der Horizontalrichtung abhängige Terme korrigiert.

Durch insgesamt zehn Messkampagnen mit einem Laserscanner FARO 880 konnte LICHTI [2007] zeigen, dass die „Root-Mean-Square“-Werte (RMS) der Residuen der Netzausgleichung deutlich sinken (um 20 bis 45%), falls zusätzliche Korrekturparameter in der Ausgleichung berücksichtigt werden. Da die Messkampagnen über einen Zeitraum von 13 Monaten stattfanden, konnten auch Rückschlüsse auf die zeitliche Stabilität der Kalibrierparameter gezogen werden, wodurch sich nur drei der angesetzten Parameter als zeitlich stabil erwiesen.

Es bleibt anzumerken, dass der Kalibrierungsansatz nach LICHTI [2007] weder auf originären Beobachtungen basiert, noch sich die große Anzahl der Messungen eines Laserscans zu Nutze macht. Vielmehr werden aus dem Scan in einem Nachbearbeitungsprozess die Zentren der Zielmarken durch einen vom Hersteller FARO zur Verfügung gestellten Algorithmus bestimmt. Deren kartesische Koordinaten werden in Polarkoordinaten umgewandelt und fließen als Beobachtungen in die Selbstkalibrierung.

Darüber hinaus berücksichtigt dieser Ansatz zahlreiche physikalisch nicht begründete Korrekturparameter. Die Berechtigung einiger dieser Parameter kann angezweifelt werden: Zwar deuten Signifikanztests bezüglich der physikalisch begründeten Parameter nahezu immer auf eine gesicherte Schätzung hin, für mindestens drei der empirischen Parameter können die Tests jedoch die Signifikanz für einige Messkampagnen nicht bestätigen.

### 3.4.2 Systemkalibrierung durch räumlich-orientierte Flächen

Ein Kalibrieransatz, der sich im Gegensatz zu Abschnitt 3.4.1 die flächenhafte Abtastung der Messobjekte mit einer hohen Punktdichte zu Nutze macht, wird in unterschiedlichen Varianten in ALKIS u. a. [2003], DÜPPE und KLEIN [2005], GIELSDORF u. a. [2004] und RIETDORF [2005] angesprochen und realisiert.

In ALKIS u. a. [2003] und DÜPPE und KLEIN [2005] wird ein Ansatz zur Orientierungsberechnung mehrerer Laserscannerpunktwolken mittels identischer Flächen vorgestellt und auf die Möglichkeit der Implementierung einer Laserscannerkalibrierung nach dem Vorbild der photogrammetrischen Bündelblockausgleichung hingewiesen.

Eine etwas abweichende Umsetzung dieses Gedankens findet sich in GIELSDORF u. a. [2004] und RIETDORF [2005]. Für einen an der Technischen Universität Berlin entwickelten Laserscanner-Prototypen, bestehend aus einem LEICA Disto Pro 4a, der durch zwei Schrittmotoren um zwei orthogonal angeordnete Achsen gedreht werden kann, wird in RIETDORF [2005] eine Kalibrierfunktion hergeleitet, indem für die kartesischen Koordinaten  $x$ ,  $y$  und  $z$  eines mit dem Laserscanner beobachteten Punktes jeweils eine Funktion in Abhängigkeit von den polaren Messelementen des Laserscanners sowie den Kalibrierparametern aufgestellt wird. Ausgehend vom tachymetrischen Messprinzip des modellierten Laserscanners werden eine Additionskorrektur des Distanzmessers, Kippachsen-, Zielachsen- und Höhenindexfehlers sowie drei Exzentrizitäten der Zielachse, Kippachse und vertikalen Drehachse als Kalibrierparameter angesetzt. Innerhalb einer Orientierungsberechnung mehrerer Laserscannerpunktwolken unterschiedlicher Standpunkte, die sich anstelle identischer Punkte in den jeweiligen Punktwolken identischer Ebenen bedient, können in einem simultan zur Bestimmung der Orientierungsparameter in Form von Helmert-Transformationsparameter die angesetzten Kalibrierparameter geschätzt werden. Die Parameterschätzung findet im sogenannten erweiterten GAUSS-HELMERT-Modell statt, d.h., das Ausgleichungsmodell mit Beobachtungen und bedingten und gemessenen Unbekannten wird um weitere, die Unbekannten betreffende Bedingungsgleichungen erweitert, wodurch sich ein sehr komplexes Ausgleichungsmodell ergibt.

Mittels Laserscannerbeobachtungen in vier Standpunkten in einem Testraum, in welchem 15 beschichtete Spanplatten mit einer Ausdehnung von  $1 \times 1,3m$  als Ebenenrealisierungen installiert wurden, konnten sechs Korrekturparameter für das prototypische Lasermesssystem in Form einer Additionskorrektur, eines Zielachsenfehlers und eines Kippachsenfehlers sowie der drei Exzentrizitäten signifikant nachgewiesen werden. Das Ergebnis der auf diese Weise ermittelten Additionskorrektur von  $72,6mm$  der Streckenmessung deckte sich mit der auf einer Kalibrierstrecke ermittelten Additionskorrektur von  $71,6mm$ . Die Differenz von  $1,0mm$  konnte durch eine in der Testfeldkalibrierung zusätzlich modellierte Achsexzentrizität begründet werden.

Darüber hinaus geht RIETDORF [2005] auf die Kalibrierung des kommerziellen Laserscannersystems IMAGER 5003 der Firma ZOLLER + FRÖHLICH ein. Sie ergab eine Additionskorrektur im Submillimeterbereich sowie Achsexzentrizitäten im Bereich von  $0,5$  bis  $1,7mm$ , so dass diese Ergebnisse unter der vom Hersteller angegebenen Messgenauigkeit des Laserscanners liegen. Jedoch wurde die Signifikanz der Schätzungen kritisch beurteilt, insbesondere die Schätzung der Additionskorrektur, da sie stark mit der Exzentrizität der Stehachse und Kippachse korrelierte.

Folgende Punkte sind zum Ansatz von RIETDORF [2005] anzumerken:



- Die Anzahl der Bedingungsgleichungen ist gleich der Anzahl der beobachteten Punkte, die Anzahl der Beobachtungen umfasst das Dreifache. Folglich ergibt sich ein sehr großes Normalgleichungssystem, das es zu lösen gilt. Somit stellt dieser Ansatz sehr hohe Ansprüche an die Speicherkapazität und die Rechenleistung des zur Kalibrierung verwendeten Rechensystems. Um sowohl Kapazität des Arbeitsspeichers als auch Rechenzeit einzusparen, wird der Anwender verleitet, die Beobachtungsanzahl, die in den Kalibrierprozess einfließt, stark zu dezimieren, so dass wiederum die ursprünglich große Beobachtungsmenge nicht ausgeschöpft wird.
- Die Herleitung der für die Kalibrierung des IMAGER 5003 herangezogenen Modellfunktion beruhte auf der Bau- und Funktionsweise des entwickelten Prototypen. Dies legt die Vermutung nahe, dass die Modellfunktion für einen kommerziellen Laserscanner, dessen Strahlablenkung lediglich durch einen Schrittmotor (anstatt zwei Schrittmotoren) und einem um 45° geneigten Schrägspiegel realisiert wird, insbesondere im Bezug auf die zu modellierenden Exzentrizitäten, zu korrigieren beziehungsweise zu erweitern ist.
- Des Weiteren bleibt die Frage zu klären, ob durch eine höhere Anzahl an Standpunkten und eine geeignetere Standpunktwahl im Kalibrierfeld die Signifikanz der Kalibrierparameterschätzung erhöht werden könnte.

### 3.5 Ansätze zur standardisierten Überprüfung terrestrischer Laserscanner

Das terrestrische Laserscanning hat sich als 3D-Messverfahren neben der Photogrammetrie und der Tachymetrie in praktischen Anwendungen etabliert. So ist folgerichtig, dass nun die Konzeption eines standardisierten Überprüfungsverfahrens für terrestrische Laserscannersysteme ansteht. Eine solche Überprüfung müsste ihren unterschiedlichen Funktionsprinzipien, Messfeldern und ihren Reichweiten (Kapitel 2) gerecht werden. Somit verfolgt die Konzeption eines Standards zur Laserscanner-Überprüfung zwei Ziele:

- Das Überprüfungsverfahren sollte auf jeden terrestrischen Laserscanner angewendet werden können.
- Es sollte den Vergleich mehrerer Laserscannersysteme im Bezug auf ihre Leistungsfähigkeit und ihr Genauigkeitspotenzial ermöglichen.

Für einige 3D-Messsysteme existieren bereits Richtlinien zur standardisierten Überprüfung, z. B. für Koordinatenmessmaschinen [VDI/VDE, 2005] oder für optische Messsysteme mit flächenhafter Antastung [VDI/VDE, 2002b], die nach dem Triangulationsprinzip arbeiten. In diesen Richtlinien werden Messverfahren definiert, anhand derer Kenngrößen für das zu prüfende Messsystem abgeleitet werden können. Typische Kenngrößen sind die Antastabweichung sowie die Längenmessabweichung. Letztere dient insbesondere der Rückführbarkeit der Messgröße „Länge“ auf die SI-Einheit „Meter“.

Die bereits existierenden Richtlinien sind in zahlreichen Fachdisziplinen bekannt und anerkannt. Die Definition einer entsprechenden Richtlinie für terrestrische Laserscanner sollte folglich zu einer breiteren Akzeptanz des Messsystems führen.

MECHELKE u. a. [2008] führen vergleichende Untersuchungen terrestrischer Laserscanner durch, die sich vor allem mit der Längenabweichung und der Streckenmessung zu unterschiedlichen Zielzeichen befassen. Sie liefern wichtige Erkenntnisse für die Entwicklung eines standardisierten Überprüfungsverfahrens.

KERN [2008] widmet sich ebenfalls der Kenngrößenbestimmung für terrestrische Laserscanner. In seine Betrachtungen fließen Aspekte bestehender Richtlinien ein. Es wird explizit auf genauer zu spezifizierende Punkte zur Konzeption einer Richtlinie hingewiesen, so dass KERN [2008] die Konkretisierung eines Standards vorantreibt.

HEISTER [2006] liefert einen ersten Entwurf eines Überprüfungsverfahrens für terrestrische Laserscanner, der sich weitestgehend an den bestehenden Richtlinien VDI/VDE [2002b] und VDI/VDE [2006] für optische Messsysteme orientiert. Einige Aspekte des Entwurfes flossen bereits in die Untersuchungen von MECHELKE u. a. [2008] und KERN [2008] ein.

### 3.5.1 Vergleichende Untersuchungen

Als zentrale Messgröße des terrestrischen Laserscannings steht erneut die Distanzmessung im Vordergrund. Im Hinblick auf die mögliche Kenngröße „Kugelabstandsabweichung“ zur Laserscannerüberprüfung wurde an der HafenCity Universität in Hamburg ein 3D-Netz bestehend aus 30 Punkten mit zwei unterschiedlichen Laserscannern (Leica HDS ScanStation2 und ZOLLER+FRÖHLICH IMAGER 5006) erfasst. Die Netzpunkte wurden für die Laserscans durch Kugeln signalisiert. Die gescannten Kugeloberflächen wurden aus den Punktwolken extrahiert, so dass für jeden Netzpunkt eine ausgleichende Kugel bestimmt werden konnte. Anhand der Mittelpunktkoordinaten ergaben sich ca. 350 bis 400 Strecken zwischen den Kugelpunkten. Da das Netz zuvor mit einem Präzisionstachymeter beobachtet worden war, lagen die Sollstrecken vor. Die Verteilung der Differenzen zwischen Sollstrecken und „gescannten“ Strecken zeigten für jeden untersuchten Laserscanner Verschiebungen zur Differenz 0 (Abbildung 3.1), die als Additionskorrekturen interpretiert wurden. Hier ist die Frage zu stellen, ob die Verschiebungen nicht vielmehr auf einen Maßstab des Laserscanners in Bezug auf den Präzisionstachymeter hindeuten, da es sich bei den betrachteten Strecken nicht um Distanzen vom Laserscanner zum Messobjekt handelt, sondern um Strecken zwischen zwei gescannten Objekten.

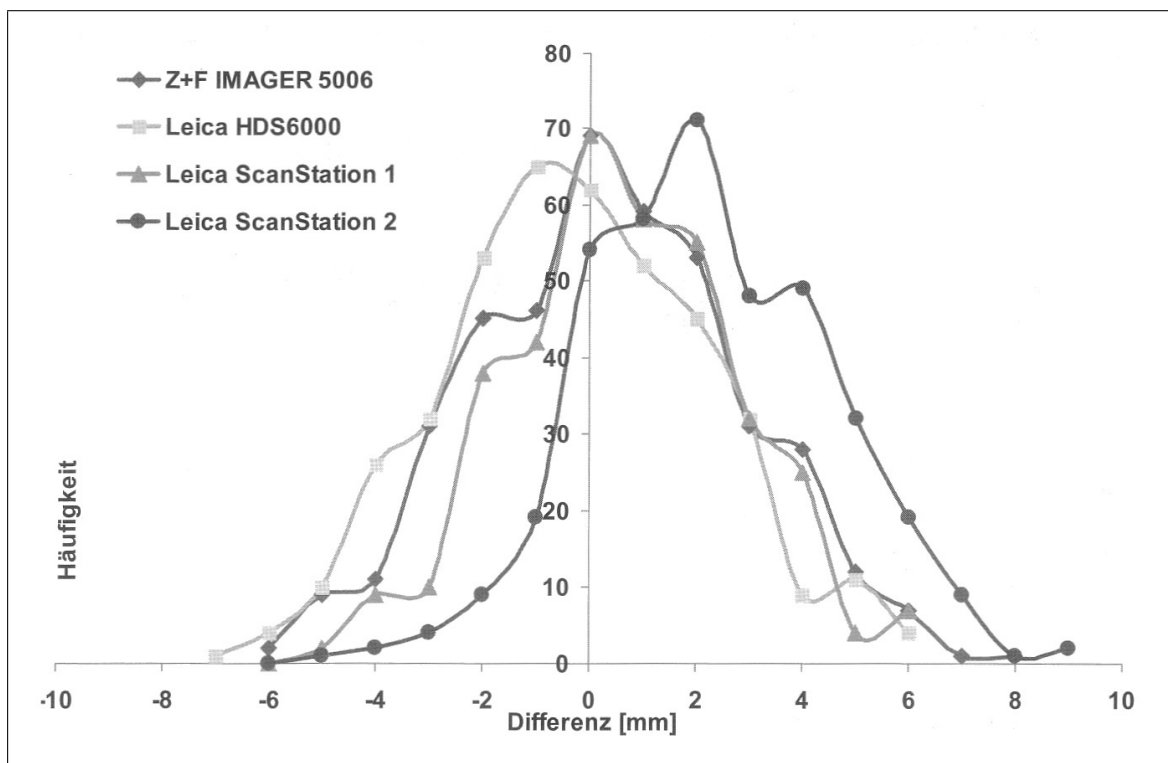


Abbildung 3.1: Übernommen aus MECHELKE u. a. [2008]: Verteilung der Abweichungen der gescannten Distanzen zur Referenz für vier untersuchte Laserscanner

Des Weiteren führten MECHELKE u. a. [2008] Streckenmessungen mit dem Leica Laserscanner HDS ScanStation2 auf einer 430m langen amtlichen Vergleichstrecke durch. Die 16 Punkte der Strecke wurden mit drei verschiedenen Zielmarkierungen signalisiert, und zwar mit Kunststoffkugeln, mit HDS Flat Targets (blaue Kreisscheibe mit einem Reflektorfolienkreis im Zentrum) und Schwarz-Weiß-Zielmarken. Die Differenzen zu den mittels eines Präzisionstachymeters gemessenen Sollstrecken deckten einen Maßstabsfehler auf. Zusätzlich zeigte sich, dass für Strecken  $< 100m$  die Distanzen zum HDS Flat Target die kleinsten Differenzen zu den Sollstrecken aufweisen. Für Strecken über 100m zeigten die Kunststoffkugeln die besten Ergebnisse.

Mittels des Laserscanners ZOLLER+FRÖHLICH IMAGER 5006 wurden auf einer 20m langen Komparatorbank fünf unterschiedliche Zielmarkierungen gescannt. Es handelte sich um Kunststoffkugeln (76, 2mm, 100mm, 145mm und 199mm Durchmesser) und Schwarz-Weiß-Zielmarken. Die Strecken zu den Kugeln mit dem kleinsten Durchmesser zeigten Differenzen von nahezu konstant  $-8mm$  zu den Sollstrecken. Jedoch kann anhand der Untersuchungen nicht der Schluss gezogen werden, dass ein kleinerer Kugeldurchmesser sich negativ auf die Streckengenauigkeit auswirkt, da die Kugel mit einem Durchmesser von 145mm schlechtere Ergebnisse zeigte als die Kugel mit einem 100mm-Durchmesser. Die zu den übrigen beiden Kugeln sowie zu den Schwarz-Weiß-Zielmarken gemessenen Strecken lagen mit ihren Abweichungen zu den Sollstrecken in einem Bereich von  $-1mm$  bis  $1mm$ . Die Strecken zu den Kugeln wurden generell als zu lang gemessen, die Strecken zur Schwarz-Weiß-Zielmarke waren zu kurz.

Die Untersuchungen von MECHELKE u. a. [2008] liefern wichtige Erkenntnisse für die Entwicklung eines standardisierten Überprüfungsverfahrens:

- Die Auswahl geeigneter Prüfkörper ist ein wichtiger Schritt auf dem Weg zu einem Prüfverfahren für terrestrische Laserscanner. Insbesondere bietet sich die Kugel als Punktmarkierung an. Sie ist ein geometrischer Körper, dessen Oberfläche flächenhaft erfasst werden kann, und dennoch verkörpert sie durch ihren Mittelpunkt einen diskreten Punkt. Kugeln haben zusätzlich den Vorteil, aus jeder Richtung gleich gut beobachtet werden zu können. Zudem sind sie unabhängig vom verwendeten Instrument und der dazugehörigen Software in der Punktwolke segmentierbar, im Gegensatz zu Hersteller-spezifischen Punktmarkierungen, wie z. B. Schwarz-Weiß-Zielmarken, die meist nur von Laserscannern eines Herstellers zweifelsfrei erkannt werden.

Anhand der Untersuchungen zeigte sich, dass Kugeln als Punktmarkierungen durchaus eine vertretbare Lösung darstellen und somit zur Realisierung geeigneter Prüfkörper herangezogen werden können.

- Des Weiteren zeigten MECHELKE u. a. [2008], dass die „Kugelabstandsabweichung“ als eine sinnvolle Kenngröße zur Überprüfung terrestrischer Laserscanner angesehen werden kann. Es stellte sich heraus, dass durch einen Vergleich mit Sollstrecken Maßstabsfaktoren aufgedeckt werden können. Folglich ermöglicht die „Kugelabstandsabweichung“ die Rückführbarkeit der Messgröße „Länge“.

KERN [2008] schlägt mehrere mögliche Kenngrößen vor, die durch das Scannen von Kugeln und Kugelpaaren ermittelt werden können. Für die Kugelabstandsabweichung gibt er eine alternative Ermittlungsmethode an. Sind die Kugelpositionen im Überprüfungszenario mit übergeordneter Genauigkeit bekannt, kann eine 6-Parameter-Transformation der zuvor aus den Laserscans geschätzten Kugelmittelpunkte bezüglich ihrer Sollpositionen berechnet werden. Die somit geschätzten Standardabweichungen der gemessenen Kugelmittelpunktkoordinaten können nach KERN [2008] zur Bestimmung der Kugelabstandsabweichung in der Form

$$\Delta L = \sqrt{s_x^2 + s_y^2 + s_z^2} \quad (3.1)$$

herangezogen werden.

KERN [2008] realisiert ein Messszenario mit treppenförmig angeordneten Kugelpaaren. Anhand der Datensätze der Laserscanner LEICA HDS 3000 sowie LEICA HDS 6000 berechnet er exemplarisch die vorgeschlagenen Kenngrößen und stellt sie vergleichend gegenüber. So werden z. B. für die beiden betrachteten Laserscanner die Kugelabstandsabweichung als Spanne nach [VDI/VDE, 2002b] und als mittlere Abweichung nach HEISTER [2006] ermittelt. Während sich die berechneten Kenngrößen der beiden Laserscanner kaum unterscheiden, differieren jedoch die jeweiligen alternativen Kenngrößen erheblich. KERN [2008] hebt in diesem Zusammenhang die Relevanz einer deutlichen Differenzierung der möglichen Kenngrößen hervor.

Auf eine detaillierte Analyse der berechneten Kenngröße verzichtet KERN [2008]. Vielmehr weist er darauf hin, dass für ein Standard-Prüfverfahren noch spezifischere Festlegungen hinsichtlich der Dimension des Messvolumens, der Messkonfiguration sowie der Datenaufbereitung nach der Messung zu treffen sind. Des Weiteren erwähnt er Problematiken im Hinblick auf die verwendeten Kugel-Prüfkörper.

### 3.5.2 Entwurf eines Prüfzenarios zur Bestimmung von Kenngrößen nach Heister

In HEISTER [2006] wird ein Vorschlag für ein standardisiertes Überprüfungsverfahren für terrestrische Laserscanner unterbreitet. Zunächst wird das Messvolumen der Überprüfungs-messung skizziert, das sich in seinen Dimensionen an den üblichen Messbereichen terrestrischer Laserscanner orientiert. Empfohlen wird die Bestimmung von drei Kenngrößen sowie mit ihnen verbundene Messunsicherheiten:

- mittlere Antastabweichung bzw. die Antastmessunsicherheit
- Abstandsabweichung bzw. Abstandsmessunsicherheit
- Ebenheitsmessabweichung bzw. Ebenheitsmessunsicherheit

Zur Bestimmung der Kenngrößen sind Prüfkörper in Form von Kugeln (Antastabweichung), Kugelpaaren (Abstandsabweichung) und Ebenen (Ebenheitsmessabweichung) mittels des zu überprüfenden Laserscanners abzutasten. Skizziert werden des Weiteren die Anordnung der Prüfkörper und ihre Mindestanzahl im Messvolumen.

Im Wesentlichen stützt sich der Vorschlag auf bereits vorliegende Richtlinien (VDI/VDE [2002b], VDI/VDE [2006]), so dass die Terminologie fachübergreifend verständlich ist. Damit stellt der Vorschlag von HEISTER [2006] eine solide Grundlage für die Definition einer Richtlinie zur standardisierten Überprüfung terrestrischer Laserscanner dar.

## 3.6 Zusammenfassende Analyse der Untersuchungen

### 3.6.1 Analyse der Genauigkeitsuntersuchungen

Die Genauigkeitsuntersuchungen beziehen sich vornehmlich auf die Distanzmessgenauigkeit des Laserscanners sowie auf äußere Einflussfaktoren der reflektorlosen Distanzmessung. Zu nennen sind hier der Einfluss des Strahlauftreffwinkels auf der Objektoberfläche, die Oberflächenfarben und Oberflächenmaterialien. Allen in den Abschnitten 3.1 und 3.2 resümierten Betrachtungen ist gemein, dass die Einflussfaktoren auf die Laserscanner-Genauigkeit zumeist getrennt betrachtet wurden, so dass gegenseitige Überlagerungen der Einflussfaktoren nicht berücksichtigt wurden. Eine Ausnahme bilden die Untersuchungen von SCHÄFER und SCHULZ [2005]. Hier wird u. a. die Standardabweichung der Distanzmessung im Zusammenhang mit dem Strahlauftreffwinkel betrachtet.

Des Weiteren fanden Genauigkeitsuntersuchungen bisher zumeist anhand speziell durchgeführter Laserscans statt, die zum Teil in Messlabors durchgeführt wurden. Ansätze für ein Genauigkeitsmaß, das simultan zur ohnehin durchzuführenden Datenauswertung gewonnen werden kann, wurden bisher nicht explizit dargelegt. Ein solches Genauigkeitsmaß würde den Vorteil bieten, dass es sich nicht nur auf die Instrumenten-bedingten Einflussfaktoren bezieht, sondern auch die Umgebungsbedingungen berücksichtigt.

### 3.6.2 Analyse der Kalibrieransätze

Die in den Abschnitten 3.3 sowie 3.4 vorgestellten Kalibrierverfahren führten bereits zu weitreichenden Erkenntnissen. Es zeigte sich, dass aus der Tachymetrie bekannte, instrumentelle Abweichungen auch für polar messende Laserscanner zutreffen können (z. B. RIETDORF [2005] und NEITZEL [2006b]). Die gefundenen Korrekturparameter konnten die Messungen teilweise erheblich verbessern [LICHTI, 2007]. Dennoch bleiben einige Aspekte unberücksichtigt:

- Die Ansätze in Abschnitt 3.3 befassen sich lediglich mit Teilaspekten des gesamten Messsystems. Es ist jedoch davon auszugehen, dass sich systematische Abweichungen in ihren Einflüssen auf die Messungen überlagern. RIETDORF [2005] berichtete beispielsweise, dass die Bestimmung der Additionskorrektur auf einer Prüfstrecke durch Ignorieren einer Exzentrizität leicht verfälscht wurde. Somit ist die Kalibrierung des Gesamtsystems mittels eines umfassenden funktionalen Modells der Bestimmung von Korrekturparametern einzelner Systemkomponenten vorzuziehen.
- LICHTI [2007] stellt ein profundes Modell zur Systemkalibrierung eines terrestrischen Laserscanners vor. Neben einigen physikalisch zu rechtfertigenden Systemparametern führt er einige unbegründete, lediglich empirisch gefundene Parameter ein, deren Berechtigung anhand der mangelnden Signifikanz der entsprechenden Schätzwerte angezweifelt werden kann, so dass das funktionale Modell als überparametrisiert einzustufen ist.
- RIETDORF [2005] entwickelte ein Kalibriermodell, das auf eine prototypische Eigenentwicklung abgestimmt ist, jedoch nicht auf einen kommerziellen Laserscanner.
- Des Weiteren bedient sich RIETDORF [2005] eines sehr komplexen Ausgleichungsmodells, das den Anwender zwingt, die Beobachtungsinformation erheblich zu reduzieren, um den Kalibrierungsalgorithmus numerisch handhaben zu können.
- Keiner der beschriebenen Ansätze geht auf eine stochastische Modellierung parallel zur Kalibrierung ein. Weitere, nicht vom Messsystem hervorgerufene Einflussfaktoren finden keine Berücksichtigung, so dass beispielsweise Effekte auf die reflektorlose Distanzmessung entsprechend ihrer Wirkung auf das Beobachtungsmaterial im Kalibrierungsalgorithmus unbeachtet bleiben.

### 3.6.3 Analyse der Untersuchungen zu einem Standard-Prüfverfahren

Nach dem Vorbild erfolgreicher Richtlinien für optische Messsysteme hat HEISTER [2006] einen Entwurf für ein standardisiertes Prüfverfahren terrestrischer Laserscanner vorgestellt. Dieser erste Ansatz ist eine vielversprechende Basis zur Konzeption eines Standards, da HEISTER [2006] Kenngrößen vorschlägt, die sich an anderen in vielen Bereichen der Metrologie angewandten Kenngrößen orientieren. Wird dieser Weg weiter beschritten, ist von einer breiten Akzeptanz der zu entwickelnden Richtlinie für ein Standard-Überprüfungsverfahren auszugehen.

Teilaspekte des Entwurfes von HEISTER [2006] wurden bereits umgesetzt (MECHELKE u. a. [2008], KERN [2008]). Jedoch konzentrierte man sich bisher auf Untersuchungen zur Kugelmessabweichung, die die Rückführbarkeit der Messgröße „Länge“ auf die SI-Einheit „Meter“ gewährleisten soll, sowie auf die entsprechenden Prüfkörper und Messszenarien.

Analysen einer vollständigen Umsetzung des Richtlinien-Entwurfes wurden bisher nicht publiziert.

## 3.7 Zielsetzungen für eigene Untersuchungen

### 3.7.1 Optimierter Kalibrieransatz mit integrierter Messunsicherheitsbestimmung

In Kapitel 4 wird ein Ansatz zur Kalibrierung eines terrestrischen Laserscanners realisiert, der sich am Ansatz von RIETDORF [2005] orientiert: Unter der Verwendung von verschiedenen, im Raum orientierten Ebenen, werden Punktwolken, die auf unterschiedlichen Laserscanner-Standpunkten erzeugt wurden, ineinander transformiert, indem die Orientierungsparameter der einzelnen Standpunkte relativ zu einem übergeordneten Koordinatensystem bestimmt werden. Simultan zur Bestimmung der Standpunktorientierungen soll die Schätzung der Kalibrierparameter anhand des Beobachtungsmaterials der Ebenen erfolgen.

Die in Abschnitt 3.6.2 angesprochenen, in bisherigen Untersuchungen unberücksichtigten Punkte sollen nun Beachtung finden.

- Zunächst wird ein umfassendes funktionales Modell für einen kommerziellen terrestrischen Laserscanner mit 45°-Schrägspiegel aufgestellt, das neun, innerhalb der Orientierungsberechnung mit identischen Ebenen schätzbare Instrumentenabweichungen berücksichtigt:
  - Bezüglich der Distanzmessung werden in das funktionale Modell eine Additionskorrektur und ein Maßstabsfaktor eingeführt.
  - Wird der Laser vor der Ablenkung durch den Spiegel nicht zentrisch, folglich nicht in der primären Rotationsachse, auf den Schrägspiegel projiziert, resultiert dies in zwei Exzentrizitäten in x- und z-Richtung relativ zur primären Rotationsachse (Kippachse).
  - Weicht die Nullstellung des Vertikalkreises von der Richtung der sekundären Drehachse (z-Achse des Laserscanner-eigenen Koordinatensystems) ab, liegt eine Indexabweichung des Vertikalkreises (Höhenindexfehler) vor.
  - Bildet der Schrägspiegel keinen exakten 45°-Winkel mit der primären Rotationsachse, steht infolgedessen der abgelenkte Laserstrahl und damit die Zielachse nicht rechtwinklig zur primären Rotationsachse. Diese Abweichung entspricht dem von Theodoliten bekannten Zielachsenfehler und soll im Folgenden als Abweichung der Zielachse bezeichnet werden.
  - Ist die primäre Rotationsachse nicht exakt rechtwinklig zur sekundären Rotationsachse (z-Achse des Laserscanner-eigenen Koordinatensystems) gelagert, liegt eine Abweichung der primären Rotationsachse vor (vergleichbar mit dem Kippachsenfehler).
  - Befindet sich der Laserscanner-Nullpunkt nicht in der sekundären Rotationsachse, liegen im Allgemeinen zwei Exzentrizitäten in x- und y-Richtung zu dieser Rotationsachse vor.

- Voruntersuchungen der Parametrisierung des funktionalen Modells mittels Sensitivitätsanalyse dienen zum experimentellen Studium der Übertragung der instrumentellen Unzulänglichkeiten auf die Laserscanner-Messungen. Insbesondere wird in Simulationen gezeigt, wie die Existenz von Instrumentenabweichungen die aus der Abtastung von Ebenen stammenden Punktwolken deformieren. Die Erkenntnisse dieser Voruntersuchungen tragen wesentlich zum Entwurf eines sensitiven Testfeldes sowie einer angepassten Messkonfiguration im Testfeld bei.
- Die Schätzung der unbekannten Orientierungsparameter und Kalibrierparameter mittels identischer Ebenen erfolgt im erweiterten GAUSS-MARKOV-Modell, folglich durch vermittelnde Ausgleichung mit Bedingungen zwischen den Unbekannten. Diese Vorgehensweise wird u. a. auch in BENNING [2007] gezeigt, indem dargelegt wird, wie das komplexe GAUSS-HELMERT-Modell durch das erweiterte GAUSS-MARKOV-Modell mit einer wesentlich kleineren Normalgleichungsmatrix ersetzt werden kann. Somit ergibt sich im Falle der Laserscannerkalibrierung ein Normalgleichungssystem, dessen Dimension im Gegensatz zum Ansatz von RIETDORF [2005] nicht von der Anzahl der Beobachtungen  $n$ , sondern von der Anzahl der Unbekannten  $u$  sowie der Anzahl der Bedingungen zwischen den Unbekannten  $r$  abhängt und wesentlich kompakter ist. Die Anzahl der Beobachtungsgleichungen ist zur Schätzung der unbekannten Parameter demnach als unkritisch einzustufen, so dass die für Laserabtastungen typischen großen Datenmengen besser ausgenutzt werden können.
- Innerhalb des Ausgleichungsalgorithmus der Orientierungs- und Kalibrierparameter werden zusätzliche Komponenten des stochastischen Modells geschätzt. Dies kann durch die Integration der Varianzkomponentenschätzung in den Ausgleichungsprozess der Kalibrierung realisiert werden. Dadurch besteht die Möglichkeit
  - einer realistischeren Modellierung der tatsächlichen Messgenauigkeit, indem äußere Einflussfaktoren, wie die Abnahme der Distanzmessgenauigkeit mit zunehmender Messentfernung, der Strahlauffreffwinkel und die Oberflächenbeschaffenheit des Messobjektes, im stochastischen Modell berücksichtigt werden können, und
  - durch eine korrekte Gewichtung des Beobachtungsmaterials die Signifikanz der Bestimmung der Parameter des funktionalen Modells zu steigern.

### 3.7.2 Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM

Durch eine Messgenauigkeitsuntersuchung und eine Systemkalibrierung können detaillierte Kenntnisse bezüglich zufälliger und systematischer Messabweichungen terrestrischer Laserscanner gewonnen werden. Diese Kenntnisse ermöglichen die Herleitung von Genauigkeitsmaßen, die die qualitative Beurteilung des Messergebnisses erlauben. Zur Vereinheitlichung der verschiedenen Genauigkeitsmaße wird durch eine international anerkannte Norm [DIN/ISO, 1999] eine gemeinsame Behandlung von zufälligen und systematischen Messabweichungen vorgeschlagen, was schließlich zur neuen Größe Messunsicherheit führt. Basierend auf dieser Richtlinie soll in Kapitel 5 versucht werden, mit den Ergebnissen der Kalibrierung und der Messgenauigkeitsuntersuchung eine Messunsicherheit für Laserscanner nach DIN/ISO [1999] abzuleiten.

### 3.7.3 Verifizierung von Feldprüfverfahren

Mit Kapitel 6 soll zum Einen der Entwurf zur standardisierten Überprüfung terrestrischer Laserscanner nach HEISTER [2006] verifiziert und zum Anderen die Verwendung eines portablen Prüfkörpers im Rahmen einer Feldprüfung für Laserscanner untersucht werden.





## Kapitel 4

# Numerische Untersuchungen zur Messgenauigkeit eines terrestrischen Laserscanners

Ausgehend von den Betrachtungen der vorangegangenen Kapitel folgen numerische Untersuchungen bezüglich der systematischen sowie zufälligen Messabweichungen eines polar messenden terrestrischen Laserscanners.

Zunächst wird das mathematische Modell eines kommerziellen terrestrischen Laserscanners mit 45°-Schrägspegel aufgestellt. Hierzu wird ein Großteil aller theoretisch denkbaren geometrischen und physikalischen Ursachen systematischer, auf das Messsystem bezogener Einflussgrößen betrachtet und als Kalibrierparameter des Messinstrumentes in das funktionale Modell einbezogen.

Durch die Simulation der Laserabtastung horizontal und vertikal ausgerichteter Ebenen im Raum unter Berücksichtigung der modellierten Kalibrierparameter kann im Rahmen einer Sensitivitätsanalyse untersucht werden, wie sich die einzelnen Effekte auf abgetastete Ebenen auswirken und die entsprechenden Punktwolken deformieren. Die aus der Sensitivitätsanalyse resultierenden Schlüsse führen zum Entwurf eines sensitiven Kalibrierszenarios mit angepasstem Testfeld.

Das funktionale Modell wird in einen 3D-Orientierungsalgorithmus für Punktwolken mehrerer Laserscanner-Standpunkte integriert, so dass die Kalibrierung nach dem Vorbild der Selbstkalibrierung in der photogrammetrischen Blockausgleichung stattfinden kann.

Um zusätzlich äußere Einflussfaktoren in der Kalibrierung beziehungsweise Orientierung zu berücksichtigen, wird ein stochastisches Modell aufgestellt, das die Genauigkeit der beobachteten Laserscannerpunkte im Hinblick auf die Faktoren Messentfernung, Strahlauffreffwinkel und Oberflächenbeschaffenheit modelliert. Simultan zur Schätzung der Unbekannten des funktionalen Modells werden die Parameter des stochastischen Modells geschätzt. Somit ergeben sich Genauigkeitsmaße der gescannten Punkte, die die während der Messung vorherrschenden Bedingungen widerspiegeln. Werden zusätzlich Beobachtungen mit übergeordneter Genauigkeit in die Ausgleichung eingeführt, dient die Varianzkomponentenschätzung ferner zur Gewichtsabstimmung der beiden Beobachtungsgruppen.

## 4.1 Modellbildung

Die Modellbildung zur Betrachtung der Messgenauigkeit eines terrestrischen Laserscanners erfolgt zweigeteilt:

1. Das **funktionale Modell** des Laserscanners ergibt sich unter Berücksichtigung der in Abschnitt 2.3 angesprochenen, auf das Messsystem bezogenen Einflussfaktoren auf die Laserabtastung. Diese wären:
  - Additionskorrektur sowie Maßstabsfaktor der Distanzmessung
  - Exzentrizitäten des Laserstrahls zur primären Drehachse
  - Indexabweichung des Vertikalkreises
  - Abweichung der Zielachse
  - Abweichung der primären Rotationsachse
  - Exzentrizitäten zur sekundären Drehachse
2. Messabweichungen, die durch äußere Einflüsse hervorgerufen werden, können im funktionalen Modell des Laserscanners nicht einbezogen werden. Um ihnen dennoch Beachtung zu schenken, wird ein entsprechendes **stochastisches Modell** entwickelt, dass die Faktoren
  - Oberflächenrauigkeit
  - Messdistanz
  - Auftreffwinkel des Laserstrahls auf der Objektoberfläche

berücksichtigt.

### 4.1.1 Das funktionale Modell eines Laserscanners mit 45°-Schrägspiegel

Zur Modellierung des terrestrischen Laserscanners werden anstatt der geräte-intern gewonnenen kartesischen Koordinaten  $(x_i, y_i, z_i)$  des Punktes  $\vec{p}_i$  die originären Messelemente  $(s_i, \alpha_i, \zeta_i)$  betrachtet, die sich mit den Gleichungen

$$\begin{aligned}
 s_i &= \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2} \\
 \zeta_i &= \arccos\left(\frac{z_i - z_0}{s_i}\right) \\
 \alpha_i &= \arctan 2((y_i - y_0), (x_i - x_0))
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

mit  $x_0, y_0, z_0$ : Schnittpunkt der Laserscanner-Drehachsen  
 arctan 2: arctan-Funktion mit Quadrantenabfrage

aus den kartesischen Koordinaten ergeben. Zusätzlich werden neun systematische Abweichungen eines Laserscanners mit 45°-Schrägspiegel in die Modellierung eingeführt, so dass sich die kartesischen Koordinaten  $(x_i, y_i, z_i)$  eines Messpunktes  $\vec{p}_i$  als Funktion der polaren Messelemente sowie der systematischen Abweichungen  $\Delta_j$  darstellen lassen:

$$\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} = f(s_i, \alpha_i, \theta_i, \Delta_1, \dots, \Delta_9) \tag{4.2}$$

Um das funktionale Modell eines Laserscanners mit 45° Schrägspiegel aufzustellen, werden zunächst in den Abschnitten 4.1.1.1 bis 4.1.1.6 die Ursachen und Auswirkungen der auf das Instrument bezogenen Einflussfaktoren betrachtet. Die hieraus gewonnenen Erkenntnisse ermöglichen im Abschnitt 4.1.1.7 die Aufstellung des funktionalen Modells für einen gescannten Punkt durch nacheinander ausgeführte Transformationen. Zur Untersuchung der Auswirkungen der Einflüsse auf die Abtastung von ebenen Flächen widmet sich Abschnitt 4.1.1.8 einer Sensitivitätsanalyse. Im Abschnitt 4.1.1.9 wird das aufgestellte funktionale Modell in die Orientierungsberechnung für mehrere Laserscannerstandpunkte integriert. Abschnitt 4.1.1.10 beschreibt den Algorithmus zur Parameterschätzung im funktionalen Modell.

#### 4.1.1.1 Korrekturen der Distanzmessung

In der elektrooptischen Entfernungsmessung wird die Distanz zum Messobjekt durch die Differenz der äußeren Messtrecke und einem inneren Lichtweg gewonnen. Auftretende Exzentrizitäten der beiden Lichtwege können durch eine Additionskorrektur der Distanzmessung beschrieben werden [DEUMLICH und STAIGER, 2002].

Beim Laserscannermodell mit 45°-Schrägspiegel spielt die Festlegung des Nullpunktes des äußeren Lichtweges eine besondere Rolle. Der Nullpunkt sollte im Auftreffpunkt auf den 45°-Schrägspiegel liegen und mit dem Schnittpunkt der primären und sekundären Rotationsachse zusammenfallen. In diesem Zusammenhang kann die kurze Distanz des Laserstrahls von seinem Aussendepunkt bzw. Detektionspunkt zum gedachten Nullpunkt des Messsystems als Totweg bezeichnet werden. Wurde für diesen Totweg ein fehlerhafter Wert geräte-intern abgelegt, kann die gemessene Strecke zusätzlich um die Abweichung zum tatsächlichen Wert durch eine Additionskorrektur  $a$  berichtigt werden.

Erfolgt die Distanzmessung nach dem Phasenvergleichsverfahren, wird der Maßstab durch die Modulationsfrequenz der Feinmessung festgelegt. Im Falle einer Abweichung der tatsächlichen Frequenz des Entfernungsmessers von der Sollfrequenz kann die Distanzmessung durch eine Maßstabskorrektur  $m$  berichtigt werden [DEUMLICH und STAIGER, 2002].

Zusammenfassend kann die Streckenmessung modelliert werden durch:

$$s_k = s_g \cdot m + a \quad (4.3)$$

mit  $s_k$ : korrigierte Strecke  
 $s_g$ : gemessene Strecke  
 $m$ : Maßstabskorrektur  
 $a$ : Additionskorrektur.

#### 4.1.1.2 Exzentrizitäten des Laserstrahls zur primären Drehachse

Erfolgt die Projektion des Laserstrahls auf den Schrägspiegel nicht exakt in der Drehachse des Spiegels sondern parallel versetzt, treten Exzentrizitäten in zwei zueinander orthogonalen Richtungen auf:

1. eine Exzentrizität  $e_{v_1}$  parallel zur x-Achse des inhärenten Koordinatensystems
2. eine Exzentrizität  $e_{v_2}$  parallel zur z-Achse des inhärenten Koordinatensystems.

Erfolgt die Projektion des Laserstrahls auf den Schrägspiegel fehlerfrei, so liegt der Auftreffpunkt des Laserstrahls in der Drehachse des Spiegels, von wo aus er abgelenkt wird. Dieser Punkt bildet den Nullpunkt der Distanzmessung zum Objektpunkt. Die vom Laserstrahl zurückgelegte kurze Distanz vom Punkt seiner Erzeugung bis zum Auftreffen auf den Spiegel kann als Totweg bezeichnet werden und wird für die gemessene Entfernung  $s$  zum Objektpunkt nicht berücksichtigt.

Wird der Laserstrahl jedoch exzentrisch auf den Kippspiegel projiziert, liegt der Auftreffpunkt nicht in der Drehachse des Spiegels (Abbildung 4.1).

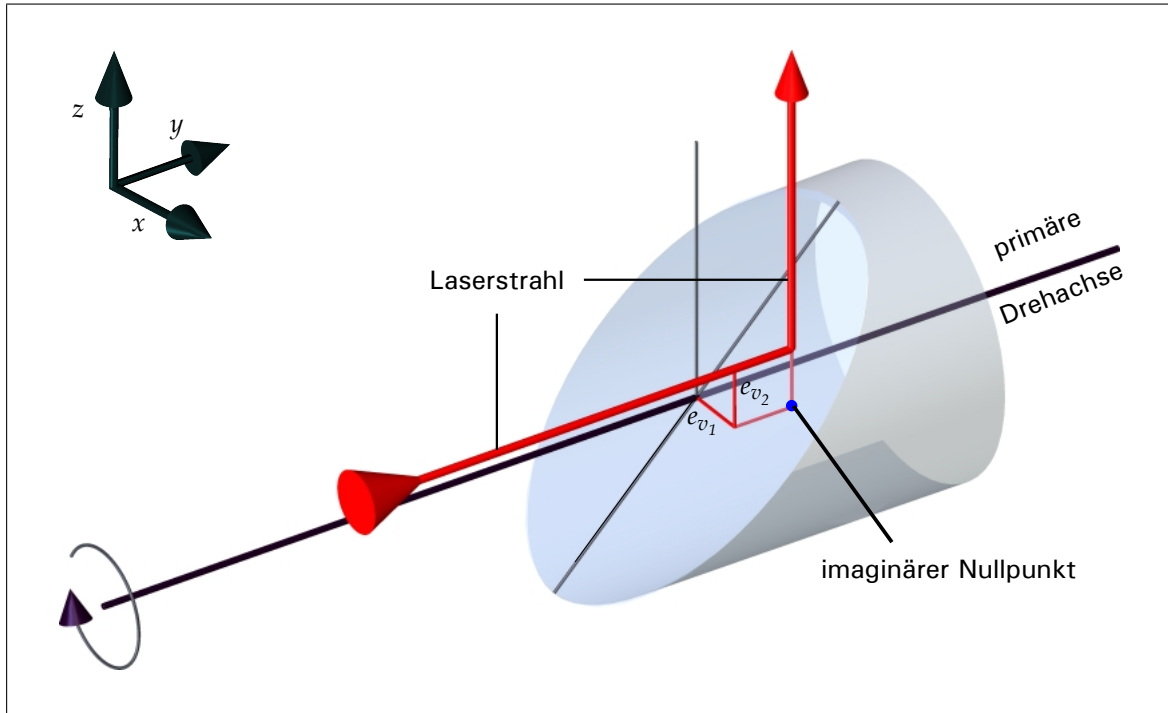


Abbildung 4.1: Parallelversetzung des Laserstrahls in x- und z-Richtung relativ zur Drehachse des Schrägspiegels

Durch die  $45^\circ$ -Neigung des Spiegels ergibt sich eine Versetzung des Auftreffpunktes nicht nur in Abhängigkeit der Exzentrizität, sondern auch des momentanen Drehwinkels des Schrägspiegels. Zudem verkürzt oder verlängert sich der Totweg des Laserstrahls. Durch die  $45^\circ$ -Neigung des Spiegels liegt der Nullpunkt des Laserstrahls scheinbar hinter dem Spiegel und ändert mit der Spiegeldrehung seine Lage im Raum. Im Falle einer  $360^\circ$ -Drehung des Schrägspiegels beschreibt der imaginäre Nullpunkt die sogenannte VIVIANI-Kurve<sup>1</sup>, die sich im Allgemeinen durch die Schnittlinie eines Zylinders mit einer Kugel ergibt. Der Zylinder hat den halben Radius der Kugel und befindet sich in einer der Kugelhälften. Der Radius der Kugel sowie der Radius des Zylinders ergeben sich aus den Exzentrizitäten  $e_{v1}$  und  $e_{v2}$ :

$$r_{Kugel} = \sqrt{e_{v1}^2 + e_{v2}^2} \quad , \quad r_{Zylinder} = \frac{1}{2} r_{Kugel} \quad (4.4)$$

Der Sachverhalt ist in Abbildung 4.2 dargestellt.

Eine Parallelverschiebung des Strahls in x-Richtung des inhärenten Koordinatensystems bewirkt somit eine Nullpunktverschiebung ebenfalls in x-Richtung. Eine Parallelverschiebung in z-Richtung resultiert jedoch durch die Neigung des Spiegels in einer Versetzung in y-Richtung.

#### 4.1.1.3 Indexabweichung des Vertikalkreises

Die Winkelablesung des Schrägspiegels erfolgt an einem vertikalen Winkelencoder. Stimmt die Nullmarke des Encoders nicht mit der Lage der sekundären Drehachse (z-Achse des inhärenten Koordinatensystems) überein, so ist die Abweichung als additive Korrektur  $h$  des vom Encoder erfassten Winkels  $\zeta$  zu modellieren. Die Abweichung  $h$  entspricht dem Höhenindexfehler eines Theodolits.

<sup>1</sup>nach dem Mathematiker Vincenzo VIVIANI (1622 - 1703)

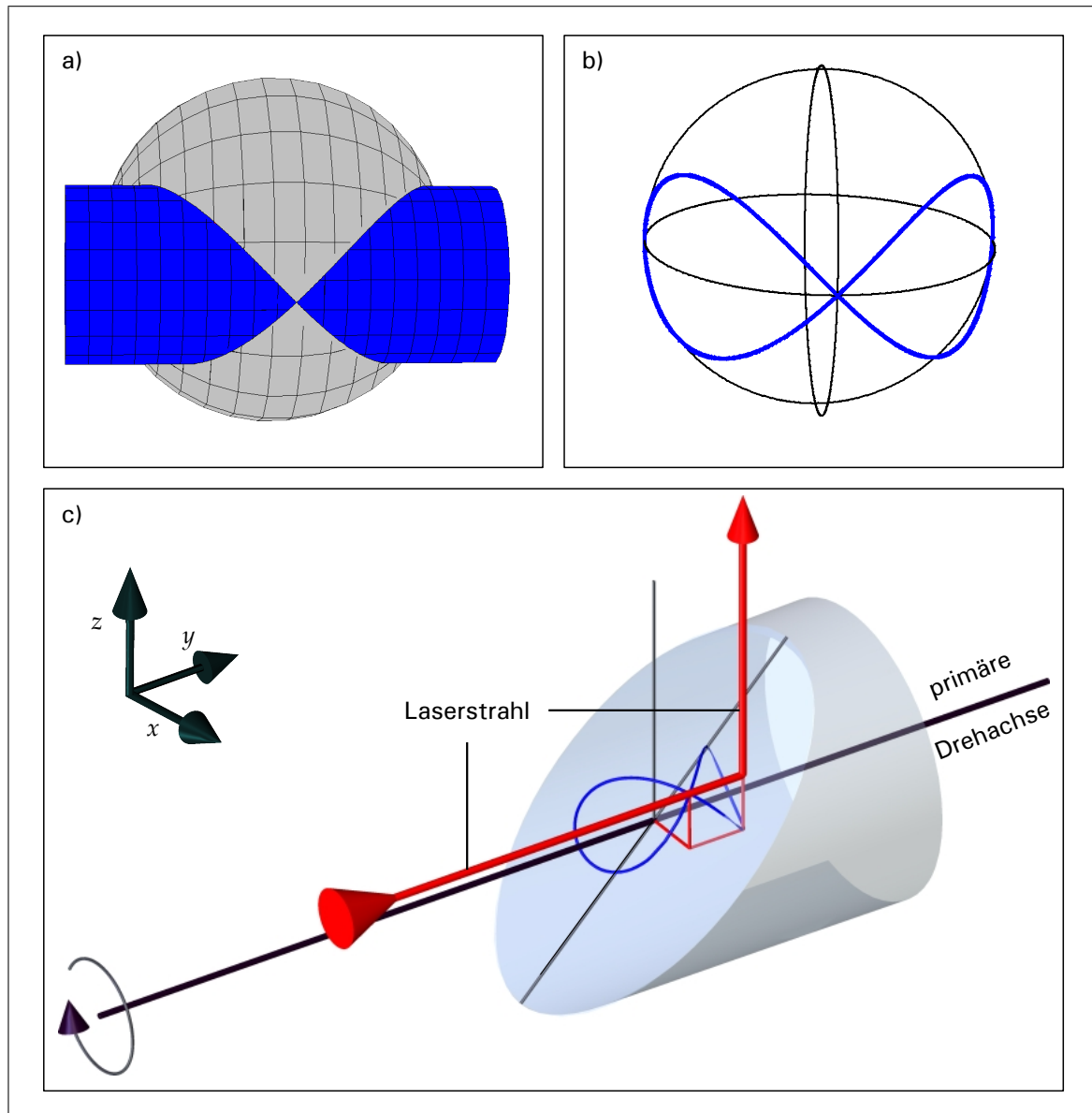


Abbildung 4.2: Raumkurve des imaginären Nullpunkts bei Parallelversetzung des Laserstrahls in x- und z-Richtung; a) Schnitt eines Zylinders mit einer Kugel; b) Viviani-Kurve: Schnittkurve des Zylinders mit der Kugel; c) Viviani-Kurve des Laserstrahls durch Parallelversetzung bei 360°-Drehung des Schrägspiegels

#### 4.1.1.4 Abweichung der Zielachse

Weicht die Neigung des Schrägspiegels von der  $45^\circ$ -Stellung um einen Winkel  $d\gamma$  ab, so dass sowohl der Einfallswinkel  $\alpha$  als auch der Ausfallswinkel  $\beta$  in Abbildung 2.4 nun  $(45^\circ - d\gamma)$  betragen, wird der Laserstrahl nicht mehr um insgesamt  $90^\circ$  abgelenkt, sondern um  $(90^\circ + 2d\gamma)$ . Die abgelenkten Laserstrahlen einer kompletten Umdrehung um die primäre Drehachse liegen nicht mehr in einer Ebene, wie in Abschnitt 2.2.2.2 gezeigt wird. Stattdessen bilden sie einen Rotationskegel um die primäre Rotationsachse mit einem Öffnungswinkel von  $(90^\circ - 2d\gamma)$ . Die Zielung mittels Laserstrahl erfolgt nicht mehr orthogonal zur primären Drehachse, so dass man von einer Abweichung der Zielachse aus ihrer idealen Lage sprechen kann. Die Zielachsenabweichung  $c$  beträgt  $c = 2d\gamma$ . In der Nullstellung des Schrägspiegels entspricht die Zielachsenabweichung einer Rotation um die x-Achse des inhärenten Koordinatensystems.

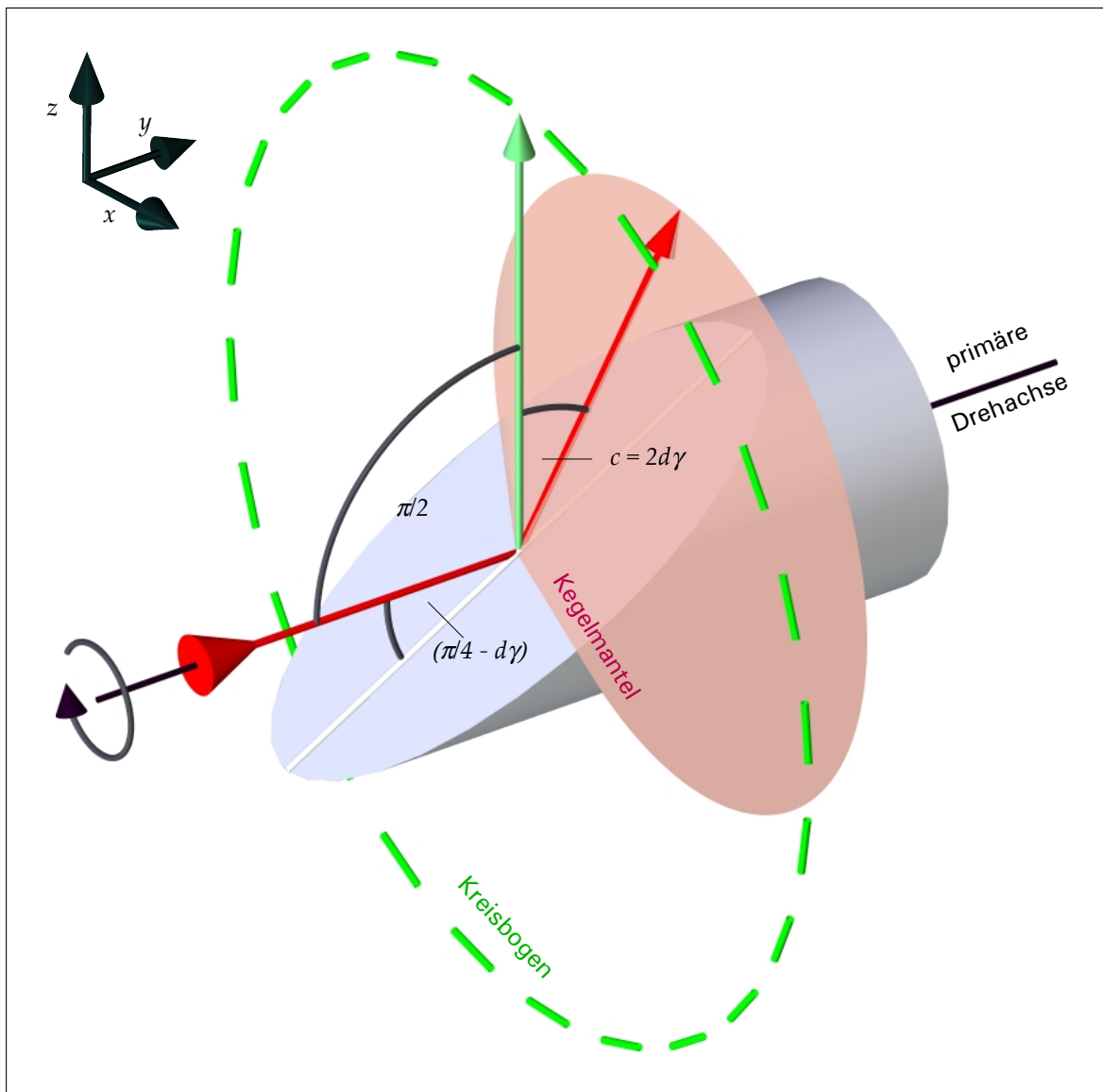


Abbildung 4.3: Abweichung der Strahlablenkung durch fehlerhafte Stellung des Schrägspiegels: Soll-ablenkung um  $90^\circ$  (grün) gegenüber der tatsächlichen Ablenkung um  $90^\circ + 2d\gamma$  (rot)

#### 4.1.1.5 Abweichung der primären Rotationsachse

Da die primäre und sekundäre Rotationsachse terrestrischer Laserscanner nur im Idealfall orthogonal zueinander stehen, in ihrer Realisierung jedoch von dieser Orthogonalität abweichen, kann man in Analogie zum Kippachsenfehler beim Theodolit auch beim terrestrischen Laserscanner von einer Abweichung der Kippachse (= primäre Rotationsachse) sprechen. Ist die Drehachse des Schrägspiegels demnach nicht exakt orthogonal zur sekundären Drehachse ausgerichtet, so resultiert dies in der Kippachsenabweichung  $i$ , die einer Rotation um die x-Achse des inhärenten Koordinatensystems entspricht.

#### 4.1.1.6 Exzentrizitäten zur sekundären Drehachse

Liegt das Zentrum des Oberbaus des Laserscanners nicht in der sekundären Drehachse, sind erneut zwei Exzentrizitäten denkbar:

1. eine Exzentrizität  $e_{h_1}$  parallel zur x-Achse des inhärenten Koordinatensystems
2. eine Exzentrizität  $e_{h_2}$  parallel zur y-Achse des inhärenten Koordinatensystems.

Für horizontale Visuren ( $\zeta = 100gon$ ) gilt:  $e_{h_1} = a$ . Der Einfluss der Exzentrizität parallel zur x-Achse ist in diesem Fall nicht vom Einfluss der Additionskorrektur  $a$  zu trennen.

Die Exzentrizität  $e_{h_2}$  entspricht der Zielachsenexzentrizität eines Theodolits oder Tachymeters.

#### 4.1.1.7 Mathematische Modellierung

Die Herleitung der Modellgleichung eines mit einem Laserscanner gemessenen 3D-Punktes mit kartesischen Koordinaten wird besonders anschaulich, indem man sie, ausgehend von den originären Messwerten sowie den oben aufgeführten systematischen Abweichungen, durch sequentielle Transformation nach RIETDORF [2005] durchführt.

Zur Notation der sequentiellen Transformation wird die Quaternionenschreibweise verwendet, die in Anhang A erläutert wird.

In der Nullstellung des Schrägspiegels ( $\zeta = 0gon$ ) wird der Messstrahl des Laserscanners in z-Richtung ausgesandt. Mit der durch die Additionskorrektur und den Maßstab veränderten Streckenmessung lautet der Anfangsvektor in Quaternionenschreibweise

$$\mathbf{v}_s = (0, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ s \cdot m + a \end{pmatrix}). \quad (4.5)$$

In der Nullstellung des Spiegels resultieren die Exzentrizitäten in einer Strahlversetzung in x- und y-Richtung:

$$\mathbf{t}_{e_v} = (0, \begin{pmatrix} e_{v_1} \\ e_{v_2} \\ 0 \end{pmatrix}). \quad (4.6)$$

Die Auswirkungen der Exzentrizitäten  $e_{v_1}$  und  $e_{v_2}$  sind abhängig vom aktuellen Drehwinkel  $\zeta$  des Spiegels sowie der Indexabweichung  $h$ . Eine Drehung  $\mathbf{r}_{\zeta_1}$  des Spiegels dreht den imaginären Nullpunkt des Laserstrahls, der durch  $e_{v_1}$  und  $e_{v_2}$  verschoben wurde, um die z-Achse:

$$\mathbf{r}_{\zeta_1} = (\cos \frac{\zeta + h}{2}, \sin \frac{\zeta + h}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}) \quad (4.7)$$

Eine Abweichung der Neigung des Schrägspiegels von  $45^\circ$  kommt einer Rotation  $\mathbf{r}_c$  um die x-Achse gleich mit der Rotationsquaternion:

$$\mathbf{r}_c = \left( \cos \frac{c}{2}, \sin \frac{c}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right) \quad (4.8)$$

Die Drehung des Schrägspiegels um den Winkel  $\zeta$  sowie die Abweichung  $h$  der primären Winkelablesung zur sekundären Rotationsachse wirken sowohl auf die Exzentrizitäten zur primären Rotationsachse als auch auf die Zielachsenabweichung als Rotation  $\mathbf{r}_{\zeta_2}$  um die y-Achse:

$$\mathbf{r}_{\zeta_2} = \left( \cos \frac{\zeta + h}{2}, \sin \frac{\zeta + h}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right) \quad (4.9)$$

Die Achsabweichung der primären Drehachse  $i$  resultiert in einer Rotation  $\mathbf{r}_i$  um die x-Achse:

$$\mathbf{r}_i = \left( \cos \frac{i}{2}, \sin \frac{i}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right) \quad (4.10)$$

Liegt das Zentrum des Oberbaus des Laserscanners nicht in der sekundären Drehachse, ergibt sich die Translation  $\mathbf{t}_{e_h}$  mit der x-Komponente  $e_{h_1}$  und der y-Komponente  $e_{h_2}$ :

$$\mathbf{t}_{e_h} = \left( 0, \begin{pmatrix} e_{h_1} \\ e_{h_2} \\ 0 \end{pmatrix} \right). \quad (4.11)$$

Schließlich erfolgt die Drehung  $\mathbf{r}_\alpha$  um die sekundäre Drehachse um den Winkel  $\alpha$ :

$$\mathbf{r}_\alpha = \left( \cos \frac{\alpha}{2}, \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \quad (4.12)$$

Werden die angeführten Transformationen nun sequentiell ausgeführt, ergibt sich die mathematische Modellierung eines korrigierten 3D-Punktes zu

$$\mathbf{p} = \left( 0, \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \right) = \mathbf{r}_\alpha \left( (\mathbf{r}_i (\mathbf{r}_{\zeta_2} (\mathbf{r}_c (\mathbf{r}_{\zeta_1} (\mathbf{v}_s + \mathbf{t}_{e_v}) \mathbf{r}_{\zeta_1}^{-1}) \mathbf{r}_c^{-1}) \mathbf{r}_{\zeta_2}^{-1}) \mathbf{r}_i^{-1}) + \mathbf{t}_{e_h} \right) \mathbf{r}_\alpha^{-1} \quad (4.13)$$



bzw. in Form der Gleichungen des funktionalen Modells

$$\begin{aligned}
 x &= (s \cdot m + a) \begin{aligned} &(\cos c(\cos \alpha \sin(\zeta + h) + \sin \alpha \cos(\zeta + h) \sin i) \\ &- \sin \alpha \sin c \cos i) \\ &+ e_{h_1} \cos \alpha \\ &- e_{h_2} \sin \alpha \\ &+ e_{v_1} (\cos \alpha(\cos^2(\zeta + h) - \sin^2(\zeta + h) \sin c) \\ &- \sin \alpha \sin(\zeta + h)(\cos(\zeta + h) \sin i(1 + \sin c) + \cos c \cos i)) \\ &- e_{v_2} (\sin \alpha(\sin i(\cos^2(\zeta + h) \sin c - \sin^2(\zeta + h)) + \cos(\zeta + h) \cos c \cos i) \\ &+ \cos \alpha \sin(\zeta + h) \cos(\zeta + h)(1 + \sin c)) \end{aligned} \\
 y &= (s \cdot m + a) \begin{aligned} &(\cos c(\sin \alpha \sin(\zeta + h) - \cos \alpha \cos(\zeta + h) \sin i) \\ &+ \cos \alpha \sin c \cos i) \\ &+ e_{h_1} \sin \alpha \\ &+ e_{h_2} \cos \alpha \\ &+ e_{v_1} (\sin \alpha(\cos^2(\zeta + h) - \sin^2(\zeta + h) \sin c) \\ &+ \cos \alpha \sin(\zeta + h)(\cos(\zeta + h) \sin i(1 + \sin c) + \cos c \cos i)) \\ &+ e_{v_2} (\cos \alpha(\sin i(\cos^2(\zeta + h) \sin c - \sin^2(\zeta + h)) + \cos(\zeta + h) \cos c \cos i) \\ &- \sin \alpha \sin(\zeta + h) \cos(\zeta + h)(1 + \sin c)) \end{aligned} \tag{4.14} \\
 z &= (s \cdot m + a) \begin{aligned} &(\cos(\zeta + h) \cos c \cos i + \sin c \sin i) \\ &+ e_{v_1} (\sin(\zeta + h)(\cos c \sin i - \cos(\zeta + h) \cos i(1 + \sin c))) \\ &+ e_{v_2} (\cos i(\sin^2(\zeta + h) - \cos^2(\zeta + h) \sin c) + \cos(\zeta + h) \cos c \sin i) \end{aligned}
 \end{aligned}$$

Zusammengefasst stellen sich die kartesischen 3D-Koordinaten  $(x, y, z)$  des Punktvektors  $\mathbf{p}$  in Abhängigkeit der polaren Messelemente sowie der modellierten Einflussgrößen dar:

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = f(s, \alpha, \zeta, a, m, e_{v_1}, e_{v_2}, h, c, i, e_{h_1}, e_{h_2}) \tag{4.15}$$

#### 4.1.1.8 Sensitivitätsanalyse des funktionalen Laserscanner-Modells

Der in der vorliegenden Arbeit eingesetzte Kalibrieransatz beruht nicht auf Laserscans in einem Festpunktfeld. Vielmehr soll die Eigenschaft des Laserscannings ausgenutzt werden, Objekte flächenhaft anzutasten. Aus diesem Grunde wird ein Kalibrierfeld entworfen, das aus mehreren, im Raum verteilten, unterschiedlich orientierten Ebenen besteht. Es ist daher von Interesse, welche Auswirkungen die modellierten Einflussgrößen auf eine mit einem Laserscanner beobachtete Ebenenpunktwolke haben. Für eine signifikante Schätzung der instrumentellen Abweichungen sollte der entsprechende Parameter eine prägnante Deformation der Punktwolke gegenüber der Ebene verursachen, die sich im Idealfall in ihrer Ausprägung von der Deformation der übrigen Instrumentenparameter unterscheidet. Um diesen Sachverhalt näher zu untersuchen, wurden Laserscannermessungen auf Ebenen im Raum mit konkreten Messabweichungen simuliert. Definiert wurden zwei Ebenen (Abbildung 4.4):

1. Eine vertikal ausgerichtet Ebene, die frontal beobachtet wird.
2. Eine horizontal ausgerichtet Ebene, die über dem Laserscanner „schwebt“.

Um eine signifikante Deformation der Ebenenpunktwolke zu erzielen, wurde zum Einen ein extremer Aufnahmeabstand zur Ebene von nur  $1m$  gewählt und zum Anderen eine sehr große Ebene simuliert ( $40 \times 20m$  bzw.  $20 \times 20m$ ), so dass der simulierte Laserstrahl in den Randbereichen der Ebene in einem sehr flachen Winkel auftrifft.

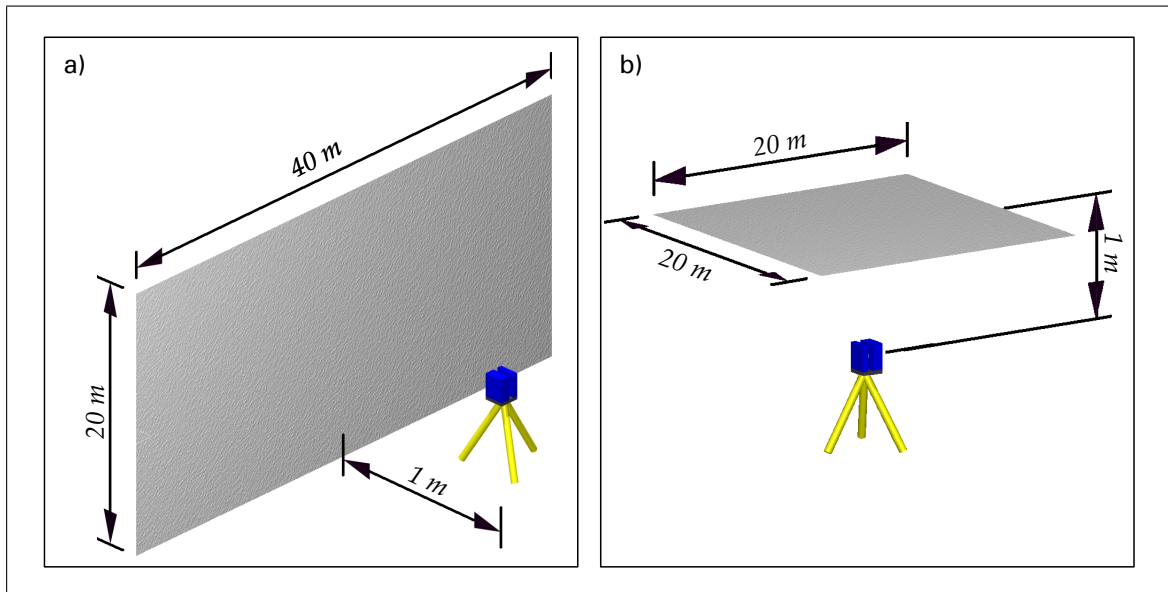


Abbildung 4.4: Aufnahmeconfiguration der simulierten Abtastung einer a) vertikalen sowie einer b) horizontalen Ebene

Die folgenden Betrachtungen gehen von einer vertikalen Ausrichtung der sekundären Drehachse des Laserscanners aus, so dass in diesem Fall für den Drehwinkel um die primäre Achse  $\zeta$  von einem Vertikalwinkel gesprochen werden kann, für den im Zenit  $\zeta = 0gon$  und im Nadir  $\zeta = 200gon$  gilt. Der Drehwinkel um die sekundäre Achse  $\alpha$  sei als Horizontalwinkel bezeichnet. Für frontale Beobachtungen auf die vertikale Ebene, d. h. für einen Auftreffwinkel von  $100gon$ , soll  $\alpha = 100gon$  gelten. In den folgenden Abbildungen werden die orthogonalen Abweichungen der Punkte zur Sollebene dargestellt, jeweils sowohl in ihrer räumlichen Lage als auch farbkodiert.

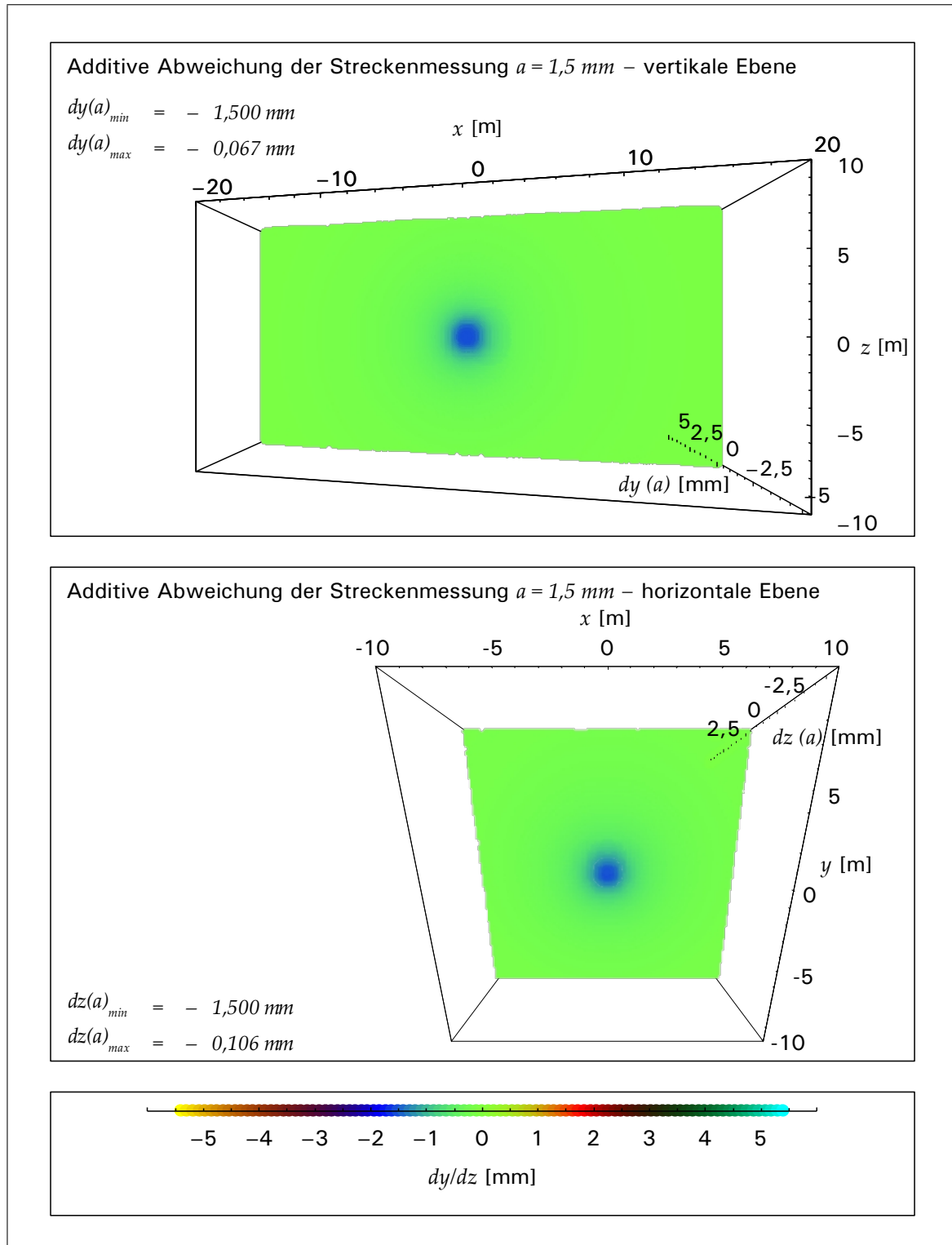


Abbildung 4.5: Deformation einer ebenen vertikalen (oben) und horizontalen (unten) Punktwolke durch Nullpunktabweichung der Streckenmessung

### Ebenendeformation durch additive Abweichung der Streckenmessung

Die obere Abbildung in 4.5 zeigt die Deformation einer Punktwolke einer vertikalen Ebene bei Nichtbeachtung der additiven Abweichung der Streckenmessung, die durch eine Additions-korrektur behoben werden kann. Es zeigt sich: Je größer die Distanz zum Messobjekt wird, desto geringer wird der Anteil der Abweichung an der Distanz. Somit ist ihr Einfluss für frontale Beobachtungen mit orthogonalem Auftreffwinkel am größten und sinkt mit flacher werdendem Auftreffwinkel. Die gleichen Feststellungen treffen für die Deformation einer horizontalen, zentral über dem Laserscanner gelagerten Ebene zu, wie Abbildung 4.5 (unten) zeigt.

### Ebenendeformation durch Exzentrizität zur primären Drehachse in x-Richtung

Eine Exzentrizität zur primären Drehachse verformt die Punktwolke einer vertikalen Ebene insbesondere für flach auftreffende Laserstrahlen, wie Abbildung 4.6 veranschaulicht. Während der rechte Bereich der Ebene für eine positive Exzentrizität zum Beobachtungspunkt hin rückt, tritt der linke Bereich zurück.

Ebenenpunkte einer horizontalen Ebene, die im Zenit gemessen werden, liegen in der Sollebene. Steigt  $\zeta$  und somit auch der Auftreffwinkel, verschieben sich im Falle einer positiven Exzentrizität die Punkte aus der Horizontalen nach unten hin.

### Ebenendeformation durch Exzentrizität zur primären Drehachse in z-Richtung

Eine Exzentrizität zur primären Drehachse in z-Richtung bewirkt eine punktsymmetrische Deformation einer vertikalen Ebene. Im frontal beobachteten Vertikalprofil treten nahezu keine Deformationen auf, während bereits bei kleinen Abweichungen von  $\zeta = 100gon$  starke Verformungen auftreten, die zum Zenit beziehungsweise Nadir hin größer werden. Mit flacher werdendem Auftreffwinkel nähert sich die Ebenenpunktwolke wieder ihrer Sollage (Abbildung 4.7 oben).

Erhebliche Auswirkungen hat die Exzentrizität zur primären Drehachse in z-Richtung auf eine horizontale Ebene, wie Abbildung 4.7 (unten) zeigt.

### Ebenendeformation durch Indexabweichung des Vertikalkreises

Ein durch eine Indexabweichung des Vertikalkreises fehlerhafter Winkelwert des Schrägspiegels wirkt sich erheblich auf eine horizontal beobachtete Ebene aus. Hier gilt: Je flacher der Auftreffwinkel, desto größer ist die Auslenkung der Punkte aus der Ebene, wie Abbildung 4.8 (unten) zeigt.

Für eine vertikale Ebene (Abbildung 4.8 oben) zeigen sich beachtenswerte Deformationen nur im frontal gemessenen Vertikalprofil. Für  $\zeta = 100gon$  ist der Einfluss gleich 0. Für Messungen nahe dem Zenit beziehungsweise dem Nadir erreichen die Abweichungen der Punkte von der Sollebene Maximalwerte.

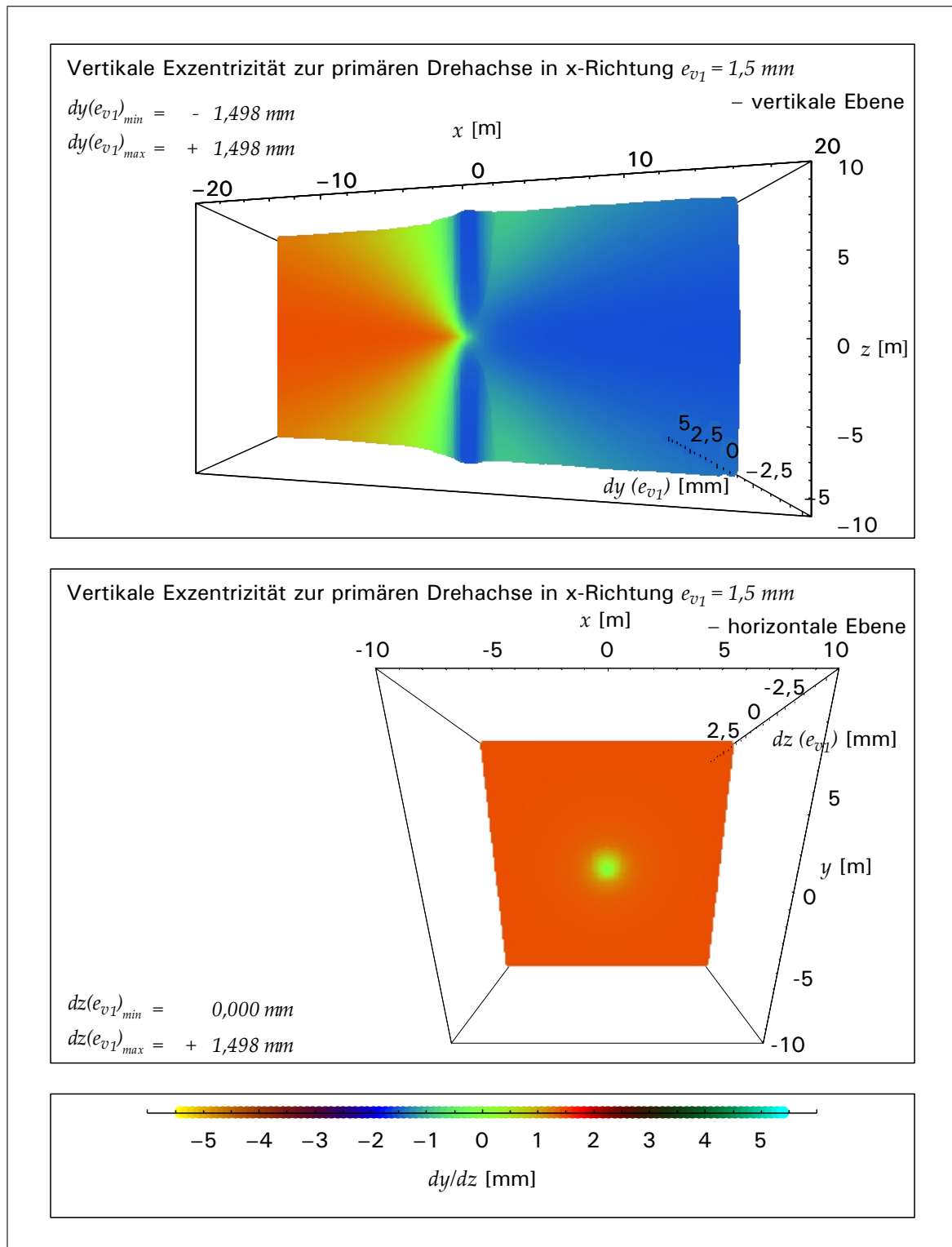


Abbildung 4.6: Deformation einer ebenen vertikalen (oben) und horizontalen (unten) Punktwolke durch Exzentrizität zur primären Drehachse in x-Richtung

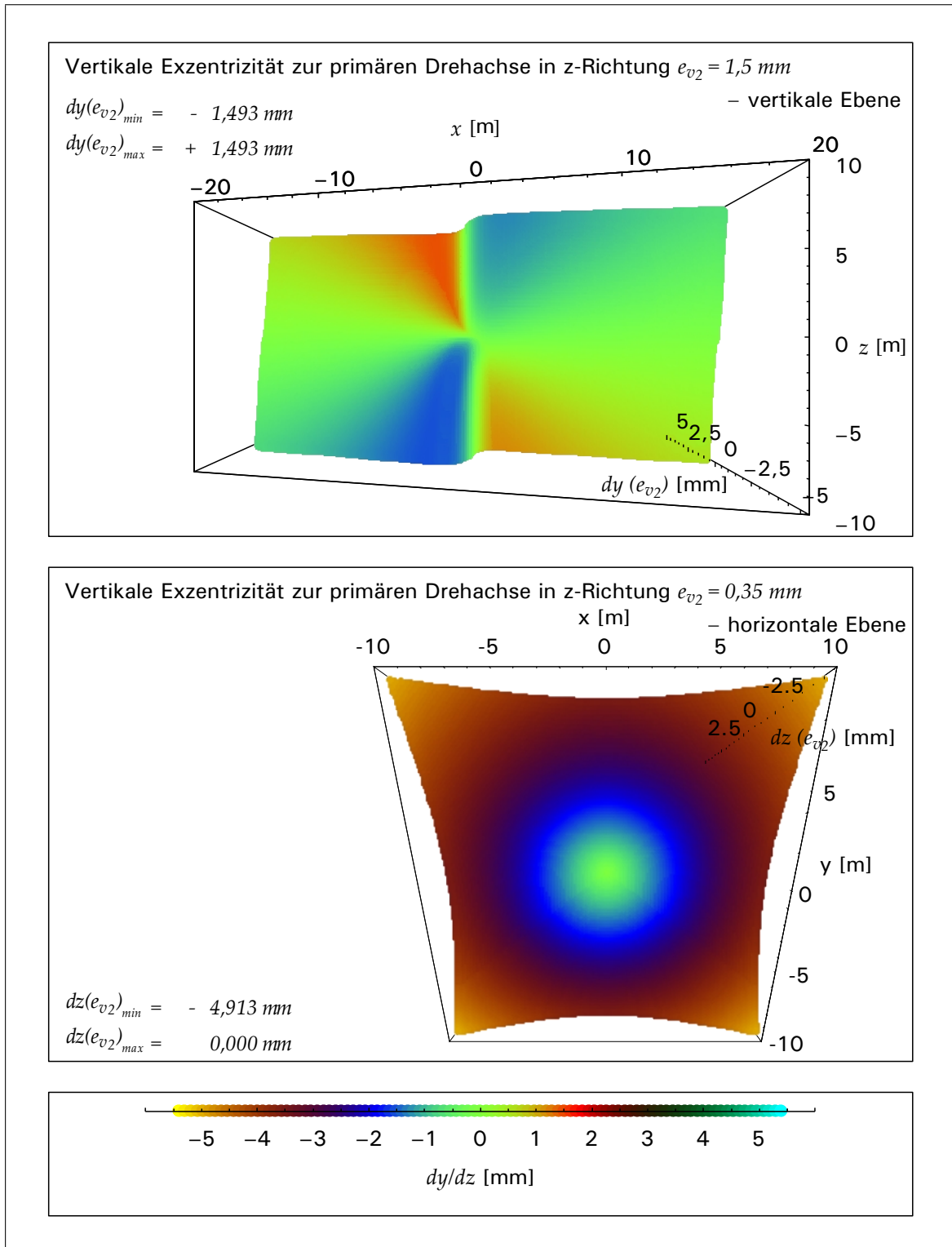


Abbildung 4.7: Deformation einer ebenen vertikalen (oben) und horizontalen (unten) Punktwolke durch Exzentrizität zur primären Drehachse in z-Richtung

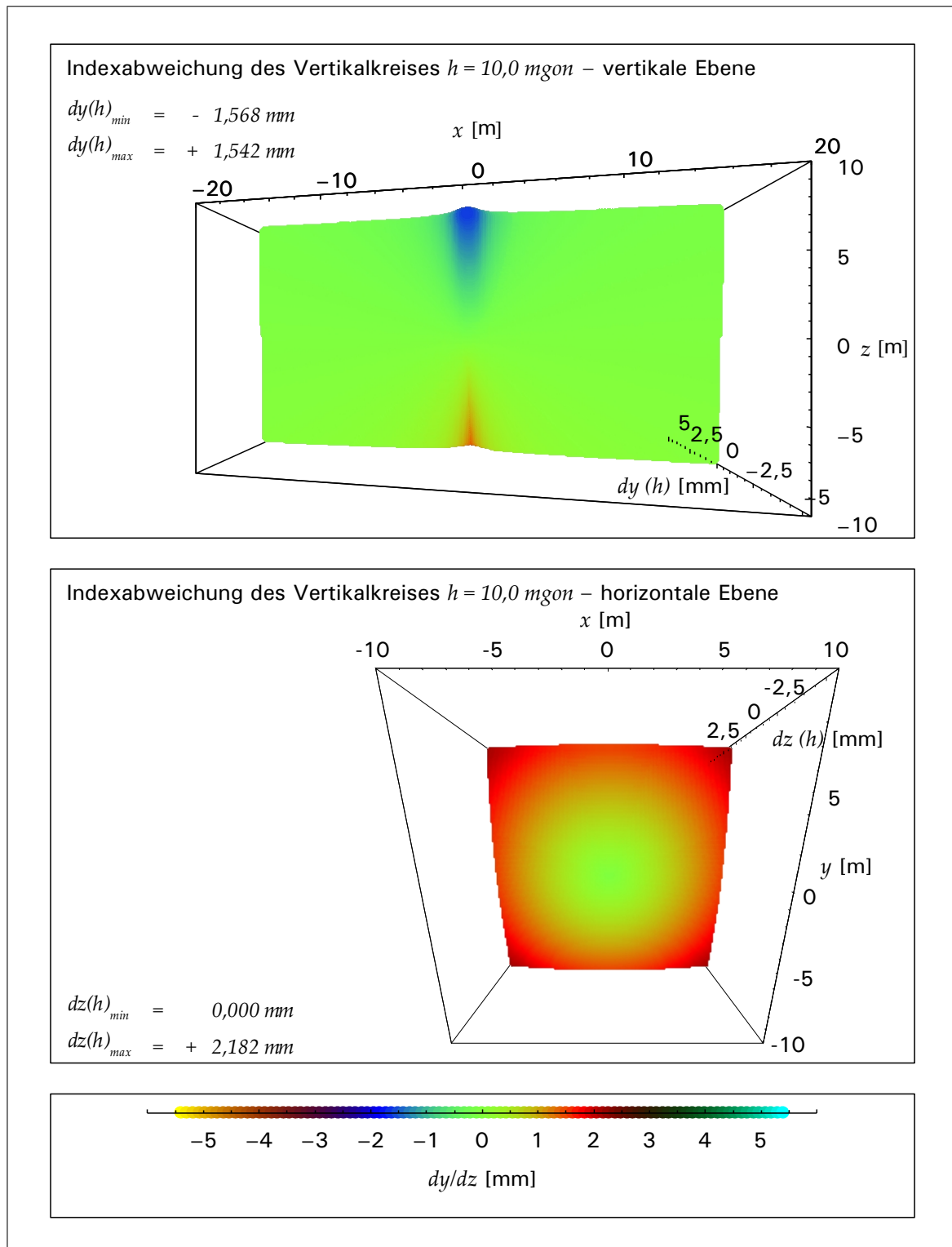


Abbildung 4.8: Deformation einer ebenen vertikalen (oben) und horizontalen (unten) Punktwolke durch Indexabweichung des Vertikalkreises

### Ebenendeformation durch Zielachsenabweichung

In Abbildung 4.9 wird deutlich, dass eine Abweichung der Zielachse von ihrer normalen Lage zur primären Drehachse sich vor allem für flache Visuren auf eine vertikal im Raum stehende Ebene auswirkt, während ihr Einfluss auf eher frontale Beobachtungen minimal ist. Die Verformungen auf eine sich horizontal über dem Laserscanner befindliche Ebene sind vernachlässigbar gering und werden deshalb nicht dargestellt.

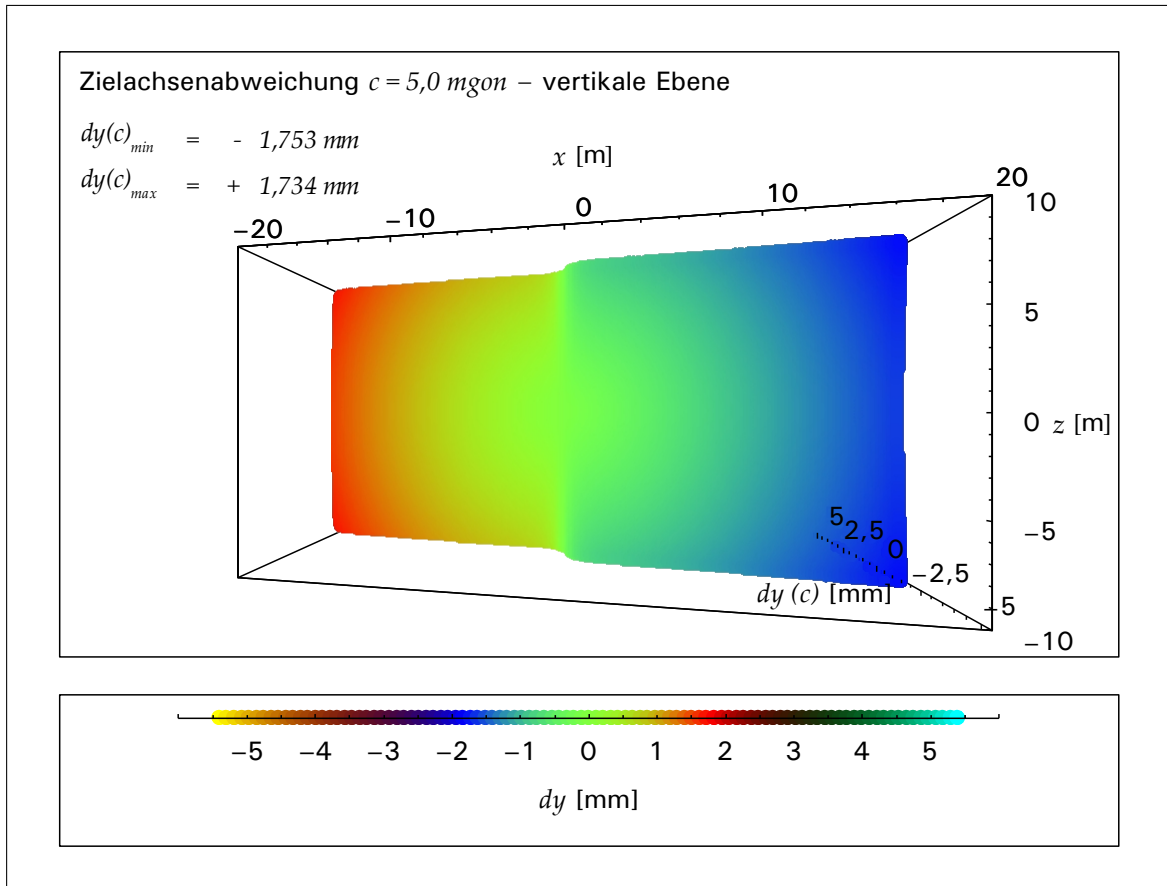


Abbildung 4.9: Deformation einer ebenen vertikalen Punktwolke durch Zielachsenabweichung



### Ebenendeformation durch Abweichung der primären Rotationsachse

Für die Abweichung der primären Rotationsachse zeigt sich eine Abhängigkeit vom Vertikalwinkel  $\zeta$  für die Laserabtastung einer vertikalen Ebene, wie Abbildung 4.10 verdeutlicht. Das frontal beobachtete Vertikalprofil ist jedoch nahezu frei von Deformationen.

Ein Vergleich der Abbildungen 4.10 und 4.7 zeigt Ähnlichkeiten in den Auswirkungen der Größen  $i$  und  $e_{v2}$  auf die Abtastung einer vertikalen Ebene. Somit ist bei einer Schätzung der beiden Größen im Rahmen der angestrebten Kalibrierung mit einer starken Korrelation von  $i$  und  $e_{v2}$  zu rechnen.

Gegenüber der Zielachsenabweichung  $c$  zeigt sich beim Parameter  $i$  insgesamt ein deutlich geringerer Einfluss auf eine vertikale Ebene. Bewirkte bereits eine Zielachsenabweichung von  $c = 5\text{mgon}$  eine maximale Auslenkung von  $1,7\text{mm}$  aus der Vertikalen, so ist bei der gleichen Dimensionierung der vertikalen Ebene mit einer Abweichung der primären Rotationsachse von  $i = 10\text{mgon}$  lediglich eine Auslenkung von  $1,5\text{mm}$  zu erreichen. Der Einfluss von  $i$  auf eine horizontale Ebene ist, wie bereits für die Größe  $c$ , sehr gering und wird daher nicht betrachtet.

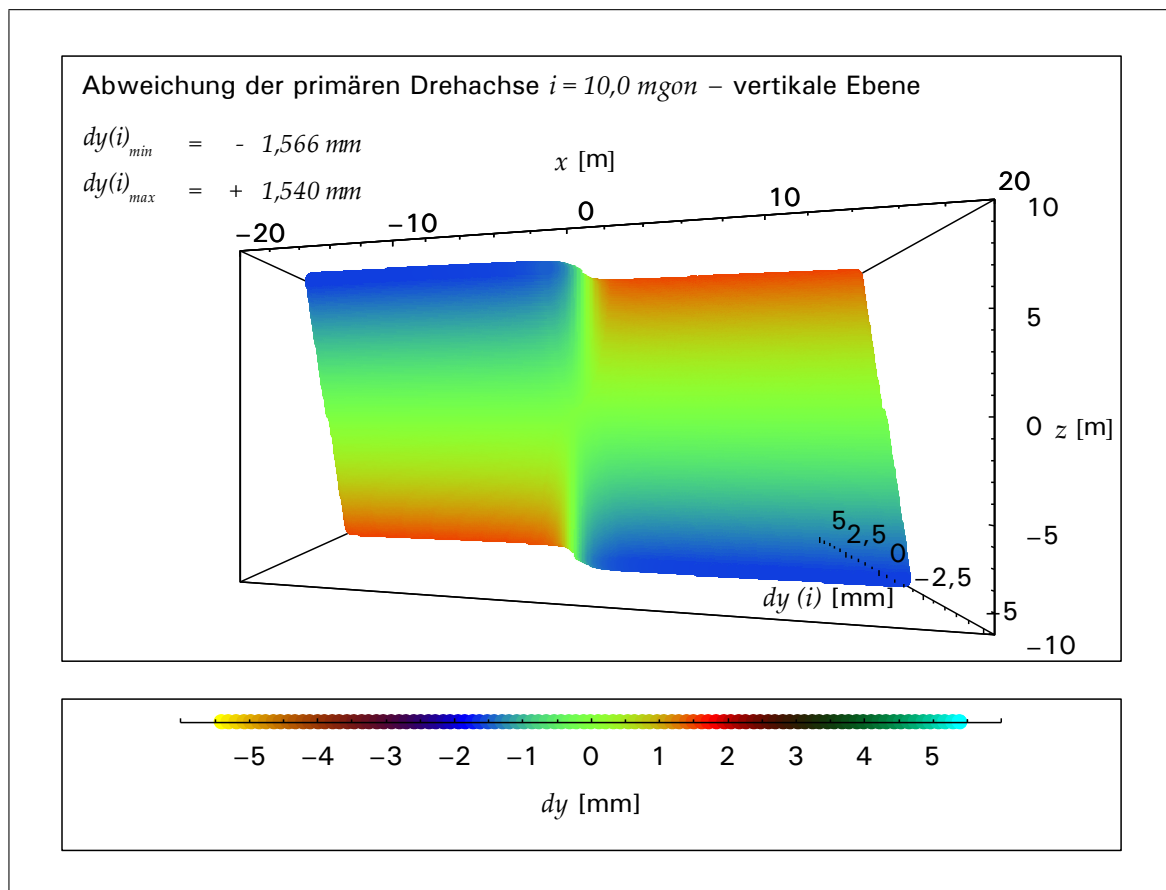


Abbildung 4.10: Deformation einer ebenen vertikalen Punktwolke durch Abweichung der primären Drehachse

### Ebenen deformation durch Exzentrizität zur sekundären Drehachse in x-Richtung

Wie bereits aus Gleichung 4.14 ersichtlich ist, ist der Einfluss der Exzentrizitäten zur sekundären Drehachse unabhängig vom Vertikalwinkel. Dies zeigt sich auch bei Betrachtung der Verformung einer vertikalen Ebene durch die Exzentrizität in x-Richtung (Abbildung 4.11). Die maximalen Deformationen treten bei frontaler Beobachtung auf. Mit flacherem Auftreffwinkel und größer werdender Messdistanz verringert sich der Einfluss von  $e_{h1}$ . Für den Vertikalwinkel  $\zeta = 100gon$  sind die Auswirkungen identisch zu jenen der Additionskorrektur der Streckenmessung  $a$ . Um somit beide Größen im Rahmen der beschriebenen Kalibrierung signifikant schätzen zu können, sollte eine ausreichende Anzahl von Beobachtungen mit  $\zeta \neq 100gon$  vorliegen.

Da die Größe  $e_{h1}$  in Gleichung 4.14 keinen Beitrag zur z-Koordinate liefert, hat sie keinen Einfluss auf eine horizontal gelagerte Ebene.

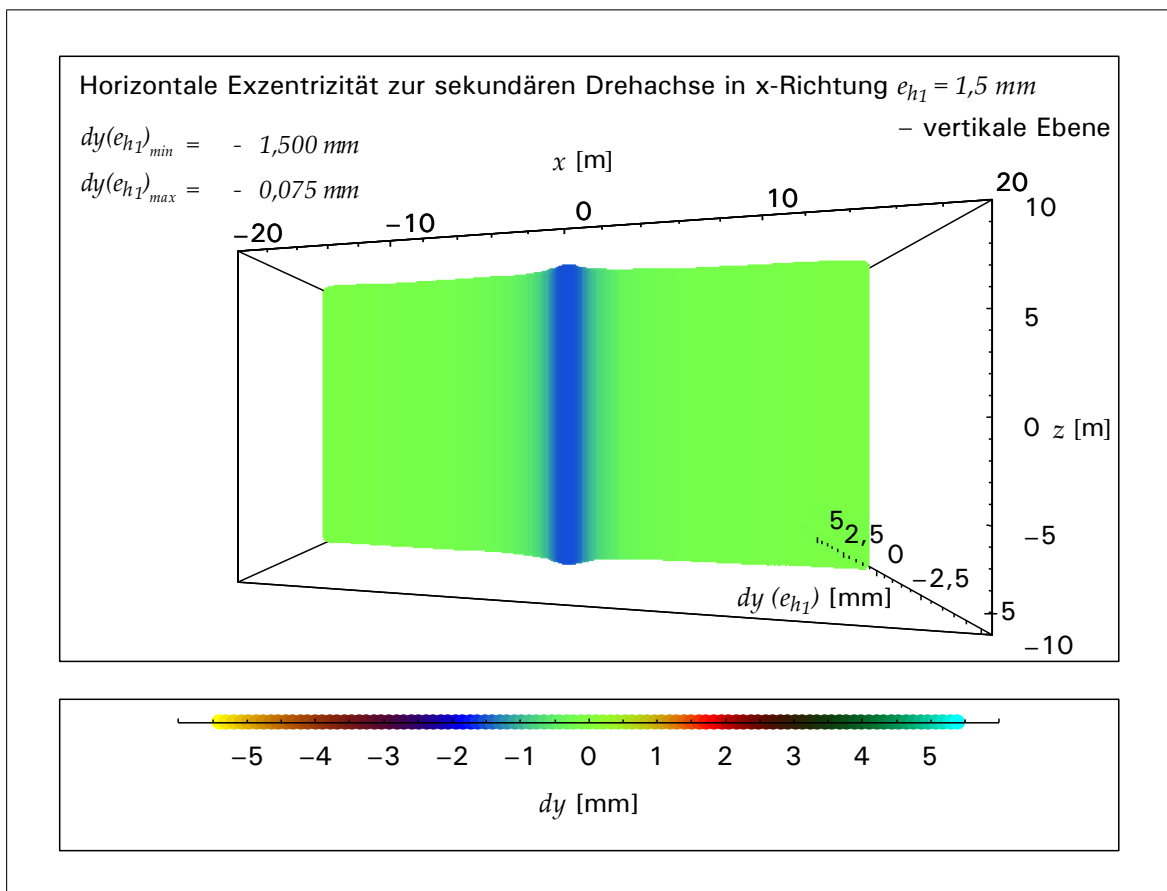


Abbildung 4.11: Deformation einer ebenen vertikalen Punktwolke durch Exzentrizität zur sekundären Drehachse in x-Richtung

### Ebenendeformation durch Exzentrizität zur sekundären Drehachse in y-Richtung

Auch  $e_{h_2}$  ist unabhängig vom Vertikalwinkel  $\zeta$  und zeigt lediglich eine Abhängigkeit vom Horizontalwinkel  $\alpha$ . Vergleicht man Abbildung 4.12 mit Abbildung 4.9, so ist festzustellen, dass die durch  $c$  hervorgerufenen Deformationen den Verformungen, verursacht durch  $e_{h_2}$ , sehr ähnlich sind. Ein Unterschied wird lediglich durch die Abhängigkeit von  $c$  vom Ablenkwinkel  $\zeta$  hervorgerufen. Somit ist für diese beiden Kalibriergrößen mit einer großen Korrelation zu rechnen. Deformationen einer Punktwolke zu einer horizontalen Ebene werden durch  $e_{h_2}$  nicht hervorgerufen.

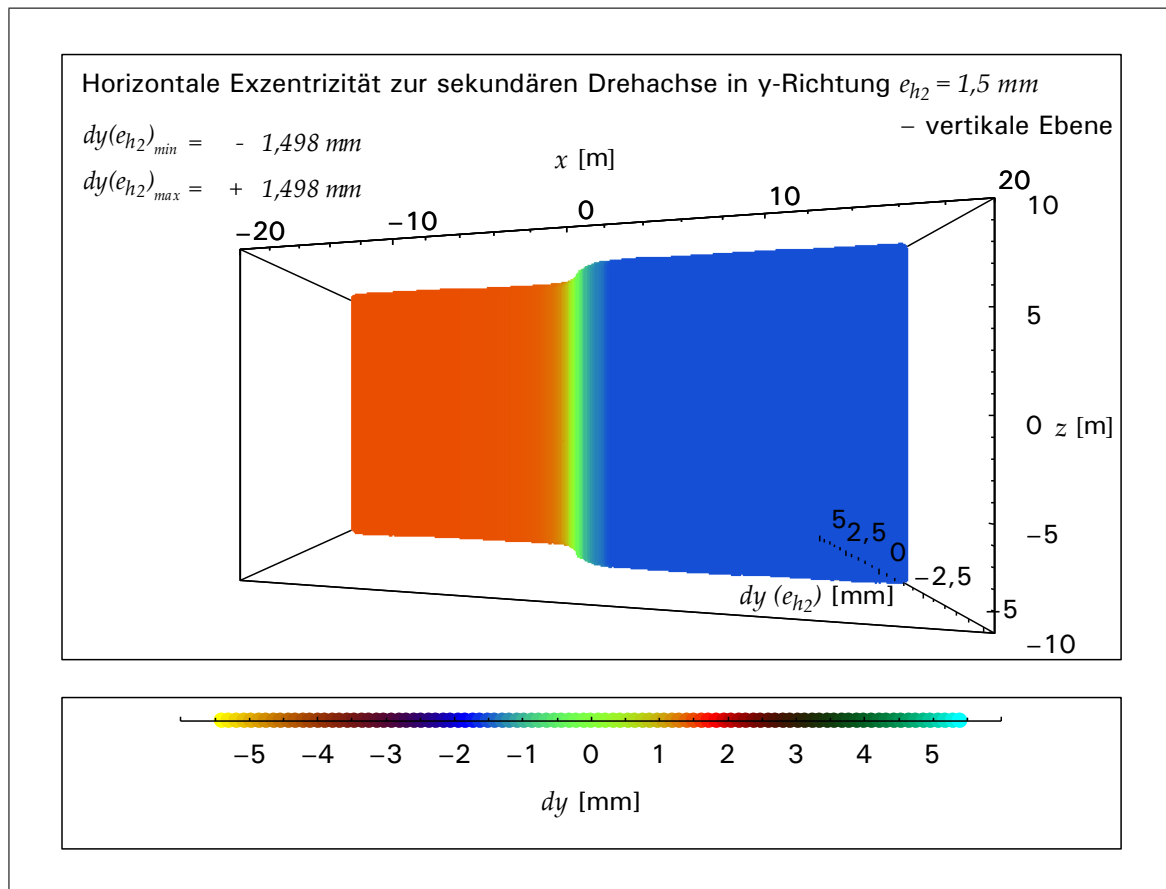


Abbildung 4.12: Deformation einer ebenen vertikalen Punktwolke durch Exzentrizität zur sekundären Drehachse in y-Richtung

### Schlussfolgerungen der Sensitivitätsanalyse

Die Ergebnisse aus den vorangegangenen Betrachtungen können zunächst wie folgt zusammengefasst werden:

- Die meisten Einflussgrößen induzieren nur eine geringe bis keine Deformation einer gescannten horizontal gelagerten Ebene.
- Einige systematische Einflussgrößen wirken sich insbesondere bei frontalen Visuren auf die beobachtete Ebene aus. Dies gilt für:
  - die Additionskorrektur der Streckenmessung  $a$
  - die Indexabweichung des Vertikalkreises  $h$
  - die Exzentrizität zur sekundären Drehachse in x-Richtung  $e_{h_1}$

Sind diese Einflussgrößen anhand des Kalibrierverfahrens mittels Ebenenabtastung zu bestimmen, sollte eine ausreichende Anzahl nahezu orthogonaler Laserabtastungen der Ebenen im Beobachtungsmaterial vorliegen, um eine signifikante Schätzung zu gewährleisten.

- Für die übrigen Einflussgrößen spielen insbesondere Beobachtungen unter kleinem Auftreffwinkel eine große Rolle, da gerade unter dieser Bedingung der maximale Einfluss zu erwarten ist.
- Einige Einflussgrößen wirken sich auf die Laserabtastung einer Ebene sehr ähnlich aus. Dies kann zur Folge haben, dass sie sich, je nach ihrem Vorzeichen, entweder gegenseitig kompensieren oder verstärken. Eine weitere Folge ist eine mögliche große Korrelation dieser Größen miteinander, was die Signifikanz ihrer Schätzung negativ beeinflusst.

Ist ein Kalibrierfeld mit im Raum verteilten Ebenen zu realisieren, sind diese Feststellungen zu berücksichtigen. Es können folgende Schlussfolgerungen abgeleitet werden:

- Vertikal angebrachte Ebenen sind für die Ermittlung der systematischen Einflussgrößen relevanter als horizontal gelagerte Ebenen.
- Im Kalibrierfeld müssen nahezu frontale Beobachtungen der Ebenen realisierbar sein, um den Einflussgrößen, die sich insbesondere bei frontaler Abtastung einer Ebene auswirken, gerecht zu werden. Dies ist bei der Konzeption des Kalibrierfeldes sowie der Standpunktwahl zu berücksichtigen.
- Die Ebenen sind in Bereichen anzubringen, die eine Beobachtung auch unter sehr flachen Auftreffwinkeln erlauben. Zu bedenken ist hier jedoch, dass ein flacher Auftreffwinkel den Laserstrahl am Objekt zu einer extremen Ellipse aufweitet. Da diese einen negativen Einfluss auf die Intensität des reflektierten Signals hat [SCHULZ und INGENSAND, 2004], anhand dessen die Entfernung zum Objekt ermittelt wird, verschlechtert sich bei flachem Auftreffwinkel die Genauigkeit der Entfernungsmessung und damit die Genauigkeit des 3D-Punktes.
- Kombiniert man die Empfehlungen anhand der Sensitivitätsanalyse, liegt der Schluss nahe, die Ebenen im Kalibrierfeld von unterschiedlichen Standpunkten zu beobachten, denn hierdurch ist es möglich zunächst das Kriterium der frontalen Beobachtung einer Ebene mit einem Standpunkt zu erfüllen und anschließend die gleiche Ebene von einem weiteren Standpunkt unter einem flachen Strahlauftreffwinkel zu beobachten.  
Da zu erwarten ist, dass die Ebenen im Kalibrierfeld keine perfekt planen Flächen sein werden, hat die Aufnahme des Kalibrierfeldes von mehreren Standpunkten einen weiteren Vorteil. Geringe Unebenheiten einer Ebene treten in mehreren Punktwolken in gleicher Größe auf,

während Deformationen der gleichen Ebene, die durch systematische Abweichungen des Laserscanners hervorgerufen werden, sich im Falle unterschiedlicher Standpunkte nach Abstand zwischen Ebene und Laserscanner sowie nach dem „Blickwinkel“, unter dem der Laserscanner die Ebene abtastet, unterscheiden. Somit sollten sich die Ebenendeformationen dieser ungleichen Ursachen durch die Beobachtung von mehreren Standpunkten separieren lassen.

Folglich erscheint die Einbettung der Laserscannerkalibrierung in eine Orientierungsberechnung sinnvoll, die die Transformationsparameter zur Verknüpfung von Punktwolken unterschiedlicher Laserscanner-Standpunkte bestimmt. Als Vorbild für eine Instrumentenkalibrierung simultan zur Orientierungsberechnung kann die Selbstkalibrierung von Kameras im Rahmen einer photogrammetrischen Bündelblockausgleichung dienen.

#### 4.1.1.9 Erweiterung des Kalibrieransatzes um Orientierungsparameter

Um mittels terrestrischem Laserscanning ein Objekt oder eine ganze Szene abzutasten, sind meist Aufstellungen auf mehreren Standpunkten notwendig, da Teile des Messobjektes aus der Perspektive eines Standpunktes direkt einzusehen und abzutasten sind, während andere interessierende Bereiche verdeckt werden, jedoch von einem weiteren Standpunkt sehr gut einsehbar sind. Jeder Standpunkt liefert so eine eigenständige Punktwolke mit den kartesischen Koordinaten aus der Abtastung des Messobjektes. Der Ursprung des Standpunktkoordinatensystems wird durch den imaginären Schnittpunkt der Drehachsen zur Ablenkung des Laserstrahls festgelegt. Die Orientierung des Koordinatensystems bestimmt die Anfangsorientierung des Laserscanners zu Beginn des Scans auf diesem Standpunkt. Um die aus den Laserscannerbeobachtungen aller Standpunkte resultierenden Punktwolken im Auswerteprozess gemeinsam bearbeiten zu können, sind zunächst die räumlichen Beziehungen der einzelnen lokalen Standpunktkoordinatensysteme beziehungsweise der einzelnen Punktwolken zueinander herzustellen.

Die Vorgehensweise zur räumlichen Orientierung der Punktwolken kann an ein gängiges Verfahren der Photogrammetrie angelehnt werden: Die kleinste **räumliche** Einheit bildet in der Photogrammetrie ein Modell, d.h. zwei zueinander relativ orientierte Photographien. Um mehrere Modelle einem gemeinsamen Koordinatensystem zuzuführen, sind pro Modell insgesamt sieben Orientierungsparameter, d.h. drei Translationsparameter, drei Rotationsparameter sowie ein Maßstabsfaktor, zu ermitteln. Hierfür kennt die Photogrammetrie die Blockausgleichung mit unabhängigen Modellen. Durch identische Punkte in benachbarten Modellen gelingt es, mittels dieses Verfahrens in einem iterativen Ausgleichungsprozess die gesuchten Orientierungsparameter eines jeden Modells bezüglich des übergeordneten Modells zu schätzen.

Dieses Prinzip ist einfach übertragbar auf die beim Laserscanning vorliegenden dreidimensionalen Punktwolken. Da aus Teilbereichen der Punktwolken geometrische Formen abgeleitet werden können, ist es hier zudem möglich, in den Punktwolken identische geometrische Formen zu identifizieren und diese zur Bestimmung der jeweiligen Orientierungsparameter zu nutzen.

Eine einfach zu beschreibende geometrische Fläche ist die Ebene mit der Gleichung (HESSE-Normalform):

$$E : \vec{n} \cdot \vec{p} - d = \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - d = n_x \cdot x + n_y \cdot y + n_z \cdot z - d = 0 \quad (4.16)$$

mit  $\vec{n}$ : Normalenvektor der Ebene  $E$ ;  $|\vec{n}| = 1$   
 $n_x, n_y, n_z$ : x-, y- und z- Komponente des Normalenvektors  $\vec{n}$  der Ebene  $E$   
 $\vec{p}$ : Punkt in der Ebene  $E$   
 $x, y, z$ : x-, y- und z- Koordinate des Punktes  $\vec{p}$  in der Ebene  $E$   
 $d$ : orthogonaler Abstand der Ebene  $E$  zum Koordinatenursprung

Können in zueinander zu orientierenden Punktwolken lokaler Standpunkte mehrere identische Ebenen identifiziert und extrahiert werden, gelingt eine Orientierung der Punktwolken zueinander

in zwei Schritten:

1. Für jede extrahierte Punktwolke, die eine Ebene repräsentiert, wird im jeweiligen Koordinatensystem eine ausgleichende Ebene bestimmt. Das heißt, die Elemente  $n_x$ ,  $n_y$  und  $n_z$  des Normalenvektors sowie der orthogonale Abstand  $d$  der Ebene zum Ursprung des Koordinatensystems werden geschätzt.
2. Liegt eine ausgleichende Ebene in einem Standpunktkoordinatensystem  $A$  und eine Punktmenge vor, die diese Ebene in einem weiteren Standpunktkoordinatensystem  $B$  repräsentiert, so kann ein funktionaler Zusammenhang zwischen der Ebene im Koordinatensystem  $A$  und der Punkte im zweiten Koordinatensystem  $B$  durch sechs unbekannte Orientierungsparameter hergestellt werden. Diese Funktion bildet die Grundlage für einen Ausgleichungsprozess, in dem die Orientierungsparameter als Unbekannte geschätzt werden.  
Der in der Blockausgleichung mit unabhängigen Modellen zusätzlich modellierte Maßstabsfaktor entfällt hier, da der Maßstab durch die Entfernungsmesseinheit des Laserscanners festgelegt wird und bei einem Einsatz desselben Laserscanners auf allen Standpunkten somit der Maßstab als konstant angesehen werden kann.

### Ausgleichende Ebene durch orthogonale Regression

Zur Schätzung einer ausgleichenden Ebene zu einer Punktmenge bietet sich das Verfahren der orthogonalen Regression an. Dies bedeutet, die Zielfunktion der Schätzung minimiert die Quadrate der orthogonalen Abstände der Punkte zur ausgleichenden Ebene. LINKWITZ [1967], PREUSS [1974] und DRIXLER [1993] stellen hierzu ein direktes Verfahren vor, dass die Einführung einer Varianz-Kovarianz-Matrix der Punktkoordinaten in den Ausgleichungsprozess vorsieht. Analog zur Ebenengleichung nach der HESSE-Normalform aus Gleichung 4.16 kann für jeden Punkt  $i$  der insgesamt  $N$  eingeführten Punkte entsprechend der formulierten Minimumsbedingung die Verbesserungsgleichung

$$f_i(\vec{n}, d, \vec{p}_i) = v_i + 0 = \vec{n} \cdot \vec{p}_i - d \quad (4.17)$$

aufgestellt werden. In Matrizenschreibweise übertragen lauten die  $N$  Verbesserungsgleichungen:

$$\mathbf{0} + \mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{n} - \mathbf{e} \cdot d. \quad (4.18)$$

oder ausführlicher

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_N & y_N & z_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} d \quad (4.19)$$

Der orthogonale Abstand eines jeden Punktes zur ausgleichenden Ebene sollte 0 betragen, so dass der Nullvektor in Gleichung 4.19 die eingeführte Pseudobeobachtung repräsentiert. Bezüglich des Normalenvektors ist ein Rangdefekt durch die nichtlineare quadratische Nebenbedingung (Normierung des Normalenvektors)

$$\mathbf{n}^T \mathbf{n} - 1 = n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 - 1 = 0 \quad (4.20)$$

zu beseitigen. Die Komponenten des Normalenvektors  $\mathbf{n}$  sowie der orthogonale Ebenenabstand zum Koordinatenursprung  $d$  sind die zu schätzenden Unbekannten.

Liegt das stochastische Modell der beobachteten Punkte vor, so ist ihre Varianz-Kovarianz-Matrix  $\mathbf{C}_{ll}$  aufgrund des Übergangs von Koordinatenbeobachtungen zu den Pseudobeobachtungen zu transformieren, um die Matrix  $\mathbf{P}_{ww}$  zur Gewichtung der Beobachtungsgleichungen zu erhalten:

$$\mathbf{P}_{ww}^{-1} = \mathbf{F} \mathbf{C}_{ll} \mathbf{F}^T \quad (4.21)$$

mit

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial y_1} & \frac{\partial f_1}{\partial z_1} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial y_2} & \frac{\partial f_2}{\partial z_2} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial f_N}{\partial x_N} & \frac{\partial f_N}{\partial y_N} & \frac{\partial f_N}{\partial z_N} \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

$$= \begin{pmatrix} n_x & n_y & n_z & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n_x & n_y & n_z & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & n_x & n_y & n_z \end{pmatrix}.$$

Anhand der Verbesserungsgleichungen in 4.19 könnten die unbekannten Ebenenparameter im erweiterten GAUSS-MARKOV-Modell geschätzt werden, wofür die Inversion der aufzustellenden Normalgleichungsmatrix nötig wäre. Dieser Schritt kann umgangen werden, indem man den unbekannten Abstand der Ebene vom Ursprung  $d$  aus dem Normalgleichungssystem eliminiert. Hierzu stellt DRIXLER [1993] die Matrix  $\mathbf{H}$  auf, die sich aus der Gewichtsmatrix  $\mathbf{P}_{ww}$  durch

$$\mathbf{H} = \mathbf{P}_{ww} - \mathbf{P}_{ww} \mathbf{e} (\mathbf{e}^T \mathbf{P}_{ww} \mathbf{e})^{-1} \mathbf{e}^T \mathbf{P}_{ww} \quad (4.23)$$

ergibt. Die zu minimierende Zielfunktion  $\Phi$  für die Schätzung der ausgleichenden Ebene lautet:

$$\Phi = \mathbf{n}^T \mathbf{A}^T \mathbf{H} \mathbf{A} \mathbf{n} - \lambda (\mathbf{n}^T \mathbf{n} - 1) \rightarrow \min. \quad (4.24)$$

Der gesuchte Normalenvektor  $\mathbf{n}$  ergibt sich durch eine Spektralzerlegung der quadratischen Matrix  $\mathbf{A}^T \mathbf{H} \mathbf{A}$ . Der Eigenvektor  $\mathbf{n}_{min}$  zum kleinsten Eigenwert  $\lambda_{min}$  entspricht dem gesuchten Normalenvektor, wie in DRIXLER [1993] explizit gezeigt wird.

Die zuvor eliminierte Unbekannte  $d$  des orthogonalen Abstandes der Ebene zum Koordinatenursprung ergibt sich mit  $\mathbf{n}_{min}$  durch

$$d = (\mathbf{e}^T \mathbf{P}_{ww} \mathbf{e})^{-1} \mathbf{e}^T \mathbf{P}_{ww} \mathbf{A} \mathbf{n}_{min}. \quad (4.25)$$

Ist das stochastische Modell der Punktwolke in der Ebenenausgleichung zu berücksichtigen, müssen aufgrund der Transformation von  $\mathbf{C}_{ll}$  in Gleichung 4.21 Näherungen der Normalenvektorkomponenten vorliegen, da in der Funktionsmatrix  $\mathbf{F}$   $n_x$ ,  $n_y$  und  $n_z$  enthalten sind. Diese Näherungswerte können durch eine erste Ausgleichung mit gleich gewichteten Punkten erhalten werden. Für diesen

Fall vereinfacht sich die reduzierende Gewichtsmatrix  $\mathbf{H}$  aus Gleichung 4.23 zu:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{H} &= \mathbf{E} - \mathbf{E}\mathbf{e}(\mathbf{e}^T\mathbf{E}\mathbf{e})^{-1}\mathbf{e}^T\mathbf{E} \\
 &= \mathbf{E} - \frac{1}{N}\mathbf{e}\mathbf{e}^T \\
 &= \frac{1}{N} \begin{pmatrix} N-1 & -1 & \dots & -1 \\ -1 & N-1 & \dots & -1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -1 & -1 & \dots & N-1 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

Damit ergibt sich für die quadratische Matrix

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}^T\mathbf{H}\mathbf{A} &= \mathbf{A}^T\mathbf{A} - \frac{1}{N}\mathbf{A}^T\mathbf{e}\mathbf{e}^T\mathbf{A} \\
 &= \mathbf{A}^{*T}\mathbf{A}^*
 \end{aligned} \tag{4.27}$$

mit

$$\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} x_1 - x_s & y_1 - y_s & z_1 - z_s \\ x_2 - x_s & y_2 - y_s & z_2 - z_s \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_N - x_s & y_N - y_s & z_N - z_s \end{pmatrix} \tag{4.28}$$

und

$$x_s = \frac{\sum_{i=0}^N x_i}{N}, \quad y_s = \frac{\sum_{i=0}^N y_i}{N}, \quad z_s = \frac{\sum_{i=0}^N z_i}{N}. \tag{4.29}$$

Das bedeutet, die Elimination der Unbekannten  $d$  erfolgt in diesem vereinfachten Fall durch eine Reduktion der Koordinaten auf ihren Schwerpunkt. Das Matrixprodukt  $\mathbf{A}^T\mathbf{H}\mathbf{A}$  lässt sich schließlich darstellen als

$$\mathbf{A}^{*T}\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} \sum (x_i - x_s)(x_i - x_s) & \sum (x_i - x_s)(y_i - y_s) & \sum (x_i - x_s)(z_i - z_s) \\ \sum (x_i - x_s)(y_i - y_s) & \sum (y_i - y_s)(y_i - y_s) & \sum (y_i - y_s)(z_i - z_s) \\ \sum (x_i - x_s)(z_i - z_s) & \sum (x_i - x_s)(y_i - y_s) & \sum (z_i - z_s)(z_i - z_s) \end{pmatrix}. \tag{4.30}$$

Der die Lösung liefernde Eigenwert  $\lambda_{min}$  entspricht der Quadratsumme der orthogonalen Abstände  $\mathbf{v}_i$  der eingeführten Punkte zur ausgleichenden Ebene. Somit kann mithilfe von  $\lambda_{min}$  die Varianz der Gewichtseinheit abgeleitet werden.

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T\mathbf{P}_{ww}\mathbf{v}}{N-3}} = \sqrt{\frac{\lambda_{min}}{N-3}} \tag{4.31}$$

Die Varianz-Kovarianz-Matrix des Normalenvektors ergibt sich aus dem zweiten und dritten Eigenwert  $\lambda_2$  und  $\lambda_3$  der quadratischen Matrix  $\mathbf{A}^T\mathbf{H}\mathbf{A}$  sowie deren Eigenvektoren  $\mathbf{n}_2$  und  $\mathbf{n}_3$ :

$$\mathbf{C}_{nn} = \frac{1}{\lambda_2}\mathbf{n}_2\mathbf{n}_2^T + \frac{1}{\lambda_3}\mathbf{n}_3\mathbf{n}_3^T \tag{4.32}$$



Durch Varianz-Kovarianz-Fortpflanzung kann die Matrix  $\mathbf{C}_{nn}$  um die Varianz sowie die Kovarianzen bezüglich des Ebenenabstandes zum Ursprung  $d$  vervollständigt werden, so dass sich mit

$$\mathbf{F}_n = \begin{pmatrix} \frac{\partial n_x}{\partial n_x} & \frac{\partial n_x}{\partial n_y} & \frac{\partial n_x}{\partial n_z} \\ \frac{\partial n_y}{\partial n_x} & \frac{\partial n_y}{\partial n_y} & \frac{\partial n_y}{\partial n_z} \\ \frac{\partial n_z}{\partial n_x} & \frac{\partial n_z}{\partial n_y} & \frac{\partial n_z}{\partial n_z} \\ \frac{\partial d}{\partial n_x} & \frac{\partial d}{\partial n_y} & \frac{\partial d}{\partial n_z} \end{pmatrix} \quad (4.33)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{\sum_{i=1}^N x_i \sum_{j=1}^N P_{wwji}}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N P_{wwij}} & \frac{\sum_{i=1}^N y_i \sum_{j=1}^N P_{wwji}}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N P_{wwij}} & \frac{\sum_{i=1}^N z_i \sum_{j=1}^N P_{wwji}}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N P_{wwij}} \end{pmatrix}$$

die Varianz-Kovarianz-Matrix  $\mathbf{C}_{nd}$  ergibt:

$$\mathbf{C}_{nd} = \mathbf{F}_n \mathbf{C}_{nn} \mathbf{F}_n^T. \quad (4.34)$$

### Schätzung der Orientierungsparameter mittels identischer Ebenen

Die Punkte und ausgleichenden Ebenen in den lokalen Standpunktkoordinatensystemen der jeweiligen Punktwolken können durch die Orientierungsparameter bezogen auf ein Standpunktkoordinatensystem  $A$  zueinander in Beziehung gesetzt werden. Die Transformation eines Punktes im Koordinatensystem  $A$  in das Koordinatensystem  $B$  erfolgt durch die Transformation

$$\vec{p}_B = \mathbf{R}_{AB} \cdot \vec{p}_A + \vec{t}_{AB} \quad \text{bzw.} \quad \vec{p}_B = \mathbf{R}_{AB} \cdot (\vec{p}_A - \vec{t}_{BA}) \quad (4.35)$$

und umgekehrt

$$\vec{p}_A = \mathbf{R}_{AB}^T \cdot \vec{p}_B + \vec{t}_{BA} \quad \text{bzw.} \quad \vec{p}_A = \mathbf{R}_{AB}^T \cdot (\vec{p}_B - \vec{t}_{AB}) . \quad (4.36)$$

mit

$$\vec{t}_{AB} = -\mathbf{R}_{AB} \cdot \vec{t}_{BA} \quad \text{und} \quad \vec{t}_{BA} = -\mathbf{R}_{AB}^T \cdot \vec{t}_{AB} \quad (4.37)$$

sowie  $\vec{p}_A$ : dreidimensionaler Punkt  $\vec{p}$  im Koordinatensystem  $A$   
 $\vec{p}_B$ : dreidimensionaler Punkt  $\vec{p}$  im Koordinatensystem  $B$   
 $\vec{t}_{BA}$ : Translationsvektor zur Verschiebung im Koordinatensystem  $A$   
 $\vec{t}_{AB}$ : Translationsvektor zur Verschiebung im Koordinatensystem  $B$   
 $\mathbf{R}_{AB}$ : räumliche Rotationsmatrix zur Drehung aus dem Koordinatensystem  $A$  in das Koordinatensystem  $B$

Die dreidimensionale Rotationsmatrix  $\mathbf{R}$  enthält die drei voneinander unabhängigen Rotationsparameter, deren konkrete Parametrisierung im Anhang A behandelt wird.

### Die Verbesserungsgleichungen zur Schätzung der Orientierungsparameter

Ausgehend von den Transformationsgleichungen 4.35 und 4.36 lassen sich Punkte und Ebenen in unterschiedlichen Koordinatensystemen sowie die dazugehörigen Orientierungsparameter miteinander in Beziehung setzen. Liegt ein Punkt  $\vec{p}$ , gegeben im Koordinatensystem  $A$ , in der Ebene  $E$  mit Normalenvektor  $\vec{n}$  und orthogonalem Abstand  $d$  zum Koordinatenursprung im System  $B$ , so kann mit den Orientierungsparametern des Systems  $B$  bezüglich des Systems  $A$  die Gleichung

$$\vec{n}_B \cdot \mathbf{R}_{AB} \cdot (\vec{p}_A - \vec{t}_{BA}) - d_B = 0 \quad (4.38)$$

aufgestellt werden. Das bedeutet, der Punkt  $\vec{p}$  wird vom Koordinatensystem  $A$  in das System  $B$  transformiert und in die Gleichung der Ebene  $E$  eingesetzt.

Im umgekehrten Falle liegt der Punkt  $\vec{p}$  im System  $B$  vor und die Ebene  $E$  im System  $A$ , so dass die Gleichung unter Verwendung der gleichen Orientierungsparameter lautet:

$$\vec{n}_A \cdot \mathbf{R}_{AB}^T \cdot \vec{p}_B + \vec{t}_{BA} - d_A = 0 \quad (4.39)$$

Liegen Laserscannerbeobachtungen sowohl im Standpunktkoordinatensystem  $B$  als auch im Standpunktkoordinatensystem  $C$  vor, so kann zwischen Ebenen und Punktwolken dieser beiden Systeme ebenfalls ein funktionaler Zusammenhang durch die Orientierungsparameter bezogen auf das Standpunktkoordinatensystem  $A$  hergestellt werden:

$$\vec{n}_C \cdot \mathbf{R}_{AC} \cdot ((\mathbf{R}_{AB}^T \cdot \vec{p}_B + \vec{t}_{BA}) - \vec{t}_{CA}) - d_C = 0 \quad (4.40)$$

Folglich können anhand der Gleichungen 4.38 bis 4.40 Verbesserungsgleichungen aufgestellt werden, die jeweils zum Ziel haben, die Quadratsumme des Abstandes zwischen ausgleichender Ebene in einem Standpunktkoordinatensystem und eines Punktes  $\vec{p}_i$  dieser Ebene in einem weiteren Standpunktkoordinatensystem zu minimieren:

$$0 + v_i = \vec{n}_B \cdot \mathbf{R}_{AB} \cdot (\vec{p}_{A_i} - \vec{t}_{BA}) - d_B \quad (4.41)$$

$$0 + v_j = \vec{n}_A \cdot \mathbf{R}_{AB}^T \cdot \vec{p}_{B_j} + \vec{t}_{BA} - d_A \quad (4.42)$$

$$0 + v_k = \vec{n}_C \cdot \mathbf{R}_{AC} \cdot ((\mathbf{R}_{AB}^T \cdot \vec{p}_{B_k} + \vec{t}_{BA}) - \vec{t}_{CA}) - d_C. \quad (4.43)$$

Hierfür wird im Messszenario ein möglichst zentraler Standpunkt als globaler Standpunkt  $A$  ausgewählt. Die zentrale Lage des Standpunktes gewährleistet, dass möglichst viele Ebenen abgetastet werden können, die auch von anderen Standpunkten, die die Koordinatensysteme  $B, C, \dots$  festlegen, einsehbar sind. Die Orientierungsparameter der Standpunkte  $B, C, \dots$  werden auf den zentralen Standpunkt  $A$  bezogen. Unbekannte innerhalb der Verbesserungsgleichungen sind die Orientierungsparameter der Systeme  $B, C, \dots$  bezogen auf den Standpunkt  $A$ , namentlich die Translationsparameter

$$\vec{t}_{BA} = \begin{pmatrix} t_{x_{BA}} \\ t_{y_{BA}} \\ t_{z_{BA}} \end{pmatrix}, \quad \vec{t}_{CA} = \begin{pmatrix} t_{x_{CA}} \\ t_{y_{CA}} \\ t_{z_{CA}} \end{pmatrix}, \quad \text{etc.} \quad (4.44)$$

sowie die Quaternionen mit ihren vier Komponenten als Implementierung der Rotationsparameter

$$\mathbf{q}_{AB} = (q_{0AB}, \begin{pmatrix} q_{xAB} \\ q_{yAB} \\ q_{zAB} \end{pmatrix}) , \quad \mathbf{q}_{AC} = (q_{0AC}, \begin{pmatrix} q_{xAC} \\ q_{yAC} \\ q_{zAC} \end{pmatrix}) , \quad \text{etc.} \quad (4.45)$$

Die Schätzung unbekannter Rotationsparameter mittels Quaternionen bietet den Vorteil, dass mit ihnen eine Singularitäten-freie Darstellung gelingt. Mehrdeutigkeiten, wie sie bei der Verwendung von Drehwinkeln zu lösen sind (vgl. Anhang A), treten im Falle von Quaternionen nicht auf. Andererseits ist die Repräsentation einer Rotation im 3D-Raum durch drei Parameter eindeutig bestimmt. Folglich wird eine 3D-Rotation mittels einer Quaternion mit vier Komponenten überparametrisiert. Werden Quaternionen zur Beschreibung einer 3D-Rotation als Unbekannte eingeführt, ist eine Bedingung in der Form

$$q_0^2 + q_x^2 + q_y^2 + q_z^2 - 1 = 0. \quad (4.46)$$

zwischen den vier Parametern einzuführen, um eindeutige Ergebnisse zu erhalten.

Die unbekannten Orientierungsparameter können demnach durch eine Kleinste-Quadrate-Ausgleichung nach dem erweiterten GAUSS-MARKOV-Modell (vermittelnde Ausgleichung mit Bedingungen zwischen den Unbekannten) iterativ geschätzt werden. Da es sich in den Gleichungen 4.41 bis 4.43 sowie in Gleichung 4.46 um nichtlineare Gleichungen handelt, sind zunächst Näherungswerte der Orientierungsparameter zu ermitteln, die durch eine getrennte Betrachtung der Translationen und Rotationen bestimmt werden können.

#### Näherungswerte der Translationen

Nach RIETDORF [2005] kann für jede sowohl im Koordinatensystem  $A$  als auch im Koordinatensystem  $B$  vorhandene Ebene die lineare Verbesserungsgleichung

$$v + d_A = d_B - \vec{t}_{AB} \vec{n}_B \quad (4.47)$$

aufgestellt werden, so dass innerhalb eines GAUSS-MARKOV-Modells die unbekannten Translationsvektoren geschätzt werden können. Zur Behebung des noch vorhandenen Rangdefektes empfiehlt RIETDORF [2005], zusätzlich die Abstandsparameter von mindestens drei nicht koplanaren Ebenen im System  $A$  in Form der Verbesserungsgleichungen

$$v + d'_A = d_A \quad (4.48)$$

einzuführen. Auf diese Weise ergeben sich Schätzwerte der unbekannten Translationsparameter bezogen auf das Koordinatensystem  $A$  und der Abstandsparameter  $d_A$  der entsprechenden Ebenen.

#### Näherungswerte der Rotationsquaternionen

Zur Näherungswertbestimmung der Rotationsquaternionen ist zunächst die Transformation eines Normalenvektors von System  $A$  in System  $B$  zu betrachten. Sie erfolgt durch:

$$\vec{n}_B = \mathbf{R}_{AB} \cdot \vec{n}_A \quad (4.49)$$

beziehungsweise durch Quaternionenmultiplikation

$$\mathbf{n}_B = \mathbf{q}_{AB} \cdot \mathbf{n}_A \cdot \mathbf{q}_{AB}^{-1} \quad (4.50)$$

Nach Umstellung dieser Quaternionengleichung ergeben sich zur Schätzung der jeweils vier unbekannten Quaternionenkomponenten für jede Ebene, die in beiden Systemen vorkommt, die Verbesserungsgleichungen [RIETDORF, 2005]:

$$\mathbf{0} + \mathbf{v} = \mathbf{q}_{AB} \cdot \mathbf{n}_A - \mathbf{n}_B \quad \mathbf{q}_{AB} = (q_{v_0}, \begin{pmatrix} q_{v_x} \\ q_{v_y} \\ q_{v_z} \end{pmatrix}) \quad (4.51)$$

oder ausführlicher

$$\begin{aligned} q_{v_0} &= 0 + v_{q_{v_0}} = +q_{x_{AB}}(n_{B_x} - n_{A_x}) + q_{y_{AB}}(n_{B_y} - n_{A_y}) + q_{z_{AB}}(n_{B_z} - n_{A_z}) \\ q_{v_x} &= 0 + v_{q_{v_x}} = +q_{0_{AB}}(n_{B_x} - n_{A_x}) - q_{z_{AB}}(n_{B_y} - n_{A_y}) + q_{y_{AB}}(n_{B_z} - n_{A_z}) \\ q_{v_y} &= 0 + v_{q_{v_y}} = +q_{z_{AB}}(n_{B_x} - n_{A_x}) + q_{0_{AB}}(n_{B_y} - n_{A_y}) - q_{x_{AB}}(n_{B_z} - n_{A_z}) \\ q_{v_z} &= 0 + v_{q_{v_z}} = -q_{y_{AB}}(n_{B_x} - n_{A_x}) + q_{x_{AB}}(n_{B_y} - n_{A_y}) + q_{0_{AB}}(n_{B_z} - n_{A_z}). \end{aligned} \quad (4.52)$$

Zur Beseitigung von Rangdefekten werden zusätzlich die Normalenvektoren der Ebenen im System  $A$  sowohl als Unbekannte als auch als Beobachtungen eingeführt, so dass sich pro Ebene im System  $A$  die drei Verbesserungsgleichungen

$$\mathbf{v} + \mathbf{n}'_A = \mathbf{n}_A \quad (4.53)$$

mit

$$\begin{aligned} v_{n_{A_x}} + n'_{A_x} &= n_{A_x} \\ v_{n_{A_y}} + n'_{A_y} &= n_{A_y} \\ v_{n_{A_z}} + n'_{A_z} &= n_{A_z} \end{aligned} \quad (4.54)$$

ergeben.

Entsprechend der Gleichung 4.46 ist auch hier für jede zu schätzende Rotationsquaternion  $\mathbf{q}$  zusätzlich die nichtlineare Nebenbedingung

$$q_0^2 + q_x^2 + q_y^2 + q_z^2 - 1 = 0 \quad (4.55)$$

aufzustellen, so dass die Schätzung der Näherungswerte der Rotationsquaternionen sowie der Normalenvektoren im Koordinatensystem  $A$  im erweiterten GAUSS-MARKOV-Modell durchzuführen ist. Die Gleichung 4.55 ist zu linearisieren. Als erste Näherungen der Quaternionenkomponenten kann 0,5 angesetzt werden, die die Nebenbedingung erfüllen.

#### 4.1.1.10 Der Algorithmus zur Orientierungs- und Kalibrierparameterschätzung

Zur Schätzung der Orientierungs- und Kalibrierparameter sind die Koordinaten  $x$ ,  $y$  und  $z$  des Punktes  $\vec{p}$  der Verbesserungsgleichungen 4.41 bis 4.43 durch die korrigierten 3D-Koordinaten aus 4.14 zu ersetzen.

Der Ablauf der Parameterschätzung stellt sich wie folgt dar:

**Schritt 1:** Für jede extrahierte Punktwolke, die eine Ebene repräsentiert, wird im jeweiligen Koordinatensystem nach dem Verfahren der orthogonalen Regression eine ausgleichende Ebene bestimmt.

**Schritt 2:** Die Punktwolken von identischen Ebenen und der dazugehörigen ausgleichenden Ebenen in ihren jeweiligen Koordinatensystemen werden durch die Verbesserungsgleichungen 4.41 bis 4.43 miteinander in Verbindung gesetzt. Die Orientierungsparameter sowie die modellierten Kalibrierparameter werden als Unbekannte in den Ausgleichungsprozess eingeführt. Als erste Näherung erhalten die Größen  $a$ ,  $e_{v_{1/2}}$ ,  $h$ ,  $c$ ,  $i$  und  $e_{h_{1/2}}$  den Wert 0 bzw. der Maßstabsfaktor  $m$  den Wert 1. Anhand der kartesischen Koordinaten der Punkte werden ihre polaren Messelemente  $s$ ,  $\alpha$  und  $\zeta$  ermittelt. Nach einer initialen Näherungsberechnung der Orientierungsparameter werden auf diese Weise in einem ersten Iterationsschritt die Orientierungsparameter sowie die Kalibrierparameter geschätzt.

**Schritt 3:** Die Ebenenausgleichung nach dem Verfahren der orthogonalen Regression wird nun mit den um die geschätzten Kalibrierparameter der ersten Iteration korrigierten Punkten wiederholt. Die resultierenden Ebenenparameter gehen danach wieder in einer zweiten Iteration in die Schätzung der Orientierungs- und Kalibrierparameter ein. Die hiermit erhaltenen Zuschläge zu den Unbekannten werden zur Schätzung der vorherigen Iteration addiert.

**Schritt 4:** Diese Vorgehensweise wird solange wiederholt, bis die Ungleichung

$$\frac{dx_i}{\sigma_{x_i}} < \text{Grenzwert} \quad (4.56)$$

für jede Unbekannte  $x_i$  erfüllt ist.

#### 4.1.2 Das stochastische Modell

Während im funktionalen Modell des vorangegangenen Abschnitts systematische Einflüsse Berücksichtigung finden, die durch Unzulänglichkeiten des Instruments selbst verursacht werden, bleiben äußere Einflussfaktoren unbeachtet. Letztere werden durch externe Faktoren, wie durch die unterschiedlichen Oberflächen der gescannten Objekte, die Messentfernung und den Auftreffwinkel des Laserstrahls bestimmt, so dass sie nicht in einen auf den Laserscanner bezogenen funktionalen Ansatz integriert werden können. Die durch die äußeren Einflüsse hervorgerufenen Messunsicherheiten können zum Teil innerhalb eines Scans deutlich voneinander abweichen, wenn sich z. B. die Oberflächen oder Oberflächenfarben der einzelnen Objekte in einem Scan unterscheiden. Da zu erwarten ist, dass die äußeren Faktoren quantitativ in ihren Auswirkungen hinter den inneren Einflussfaktoren zurückbleiben und vielmehr zufälliger Ausprägung sind, werden sie im **stochastischen Modell** der Kalibrierparameterschätzung Berücksichtigung finden.

Im Folgenden wird zunächst auf das stochastische Modell der Orientierungsberechnung eingegangen, in die die Kalibrierparameterschätzung eingebettet ist. Dieses Modell wird im Anschluss bezüglich der zu berücksichtigenden Einflussfaktoren erweitert. Die Bestimmung der einzelnen stochastischen Parameter erfolgt im Modell der Varianzkomponentenschätzung.

#### 4.1.2.1 Das stochastische Modell der Orientierungsparameterschätzung

Liegt das stochastische Modell  $C_{ll}$  der in die Orientierungsberechnung einzubeziehenden Punktbeobachtungen vor, ergibt sich die in die Ausgleichung einzuführende Gewichtsmatrix  $P_{ww}$  der Pseudobeobachtungen durch die Transformation der Punktbeobachtungen in die Pseudobeobachtungen der Verbesserungsgleichungen 4.41 bis 4.43:

$$P_{ww}^{-1} = C_{ww} = F C_{ll} F^T \quad (4.57)$$

mit

$$F = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial y_1} & \frac{\partial f_1}{\partial z_1} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial y_2} & \frac{\partial f_2}{\partial z_2} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial f_N}{\partial x_N} & \frac{\partial f_N}{\partial y_N} & \frac{\partial f_N}{\partial z_N} \end{pmatrix} \quad (4.58)$$

Die partiellen Ableitungen in Matrix  $F$  beziehen sich auf eine der drei möglichen Verbesserungsgleichungen 4.41 bis 4.43:

$$f = \vec{n}_B \cdot \mathbf{R}_{AB} \cdot \begin{pmatrix} x_{A_i} \\ y_{A_i} \\ z_{A_i} \end{pmatrix} - \vec{t}_{BA} - d_B \quad (4.59)$$

oder

$$f = \vec{n}_A \cdot \mathbf{R}_{AB}^T \cdot \begin{pmatrix} x_{B_i} \\ y_{B_i} \\ z_{B_i} \end{pmatrix} + \vec{t}_{BA} - d_A \quad (4.60)$$

beziehungsweise

$$f = \vec{n}_C \cdot \mathbf{R}_{AC} \cdot ((\mathbf{R}_{AB}^T \cdot \begin{pmatrix} x_{B_i} \\ y_{B_i} \\ z_{B_i} \end{pmatrix} + \vec{t}_{BA}) - \vec{t}_{CA}) - d_C. \quad (4.61)$$

Liegen lediglich die Varianzen  $\sigma_P^2$  der 3D-Punkte vor, können die Varianzen der Koordinatenrichtungen  $x$ ,  $y$  und  $z$  vereinfacht angenommen werden als:

$$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = \frac{1}{3} \sigma_P^2 \quad (4.62)$$

mit  $\sigma_P$  als Punktfehler nach HELMERT:

$$\sigma_P = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2}. \quad (4.63)$$

Damit vereinfacht sich die Varianzmatrix der Beobachtungen  $\mathbf{C}_{\text{II}}$  zu

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{\text{II}} &= \begin{pmatrix} \sigma_{x_1}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{y_1}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{z_1}^2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{x_2}^2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{y_2}^2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{z_2}^2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \sigma_{x_N}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \sigma_{y_N}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \sigma_{z_N}^2 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{3} \begin{pmatrix} \sigma_{P_1}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{P_1}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{P_1}^2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{P_2}^2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{P_2}^2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{P_2}^2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \sigma_{P_N}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \sigma_{P_N}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \sigma_{P_N}^2 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (4.64)$$

so dass sich für die Varianz-Kovarianz-Matrix  $\mathbf{C}_{\text{ww}}$  ergibt:

$$\mathbf{C}_{\text{ww}} = \begin{pmatrix} c_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & c_{nn} \end{pmatrix} \quad (4.65)$$

mit

$$c_{ii} = \sigma_{P_i}^2 (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) (q_0^2 + q_x^2 + q_y^2 + q_z^2).$$

Durch die Bedingungen

$$n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = 1$$

und

$$q_0^2 + q_x^2 + q_y^2 + q_z^2 = 1$$

vereinfacht sich die Matrix  $\mathbf{C}_{\text{ww}}$  zu

$$\mathbf{C}_{\text{ww}} = \begin{pmatrix} \sigma_{P_1}^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{P_2}^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{P_N}^2 \end{pmatrix}, \quad (4.66)$$

Die Varianzen der Pseudobeobachtungen können somit als Varianzen der mit einem Laserscanner beobachteten 3D-Punkte angesehen werden. Basierend auf dieser Tatsache kann nun ein stochastisches Modell entwickelt werden, das die Genauigkeit eines gescannten 3D-Punktes in Abhängigkeit von den äußeren Einflussfaktoren darstellt. Zur Bestimmung der Parameter des stochastischen Modells wird die Varianzkomponentenschätzung herangezogen.

#### 4.1.2.2 Schätzung von Genauigkeitsmaßen durch Varianzkomponentenschätzung

Allgemein bietet die Varianzkomponentenschätzung die Möglichkeit, unterschiedlich geartetes Beobachtungsmaterial, das in einen gemeinsamen Ausgleichungsprozess einfließt, nach Kriterien, wie beispielsweise die Messentfernung oder das verwendete Messinstrument, zu gruppieren, so dass zwischen den Gruppen eine optimale Gewichtsabstimmung erfolgt und die während der Messung herrschenden Bedingungen widerspiegelt werden.

Kann das Genauigkeitsverhalten einer Beobachtungsgröße in einem funktionalen Zusammenhang beschrieben werden, können die Koeffizienten der Funktion als Varianzkomponenten geschätzt werden, so dass neben der Aufteilung in Beobachtungsgruppen ebenso die Möglichkeit besteht, Beobachtungsgenauigkeiten in Abhängigkeit von etwaigen Einflussfaktoren (z. B. die Entfernungsabhängigkeit der elektrooptischen Distanzmessung) zu formulieren und zu bestimmen.

Folglich kann mittels der Varianzkomponentenschätzung ein stochastisches Modell ermittelt werden, das nicht erfassbare Messabweichungen abbildet, welche die Schätzung von Kalibrier- und Orientierungsparameter beeinflussen. Es bietet sich demnach die Möglichkeit, innerhalb der Schätzung der Kalibrierparameter beziehungsweise Orientierungsparameter zusätzlich Information über die Genauigkeit der beobachteten 3D-Punkte zu gewinnen. Als Kriterien der Modellierung einer 3D-Punktgenauigkeit können die Messentfernung, der Auftreffwinkel des Laserstrahls sowie die Oberflächenbeschaffenheit der Messobjekte betrachtet werden.

Die Schätzung von Varianzkomponenten im GAUSS-MARKOV-Modell wird im Anhang B detailliert beschrieben.

#### 4.1.2.3 Die Varianzkomponentenschätzung in der Orientierungsberechnung

In Abschnitt 4.1.2.1 konnte gezeigt werden, dass durch die Transformation des stochastischen Modells der Koordinatenbeobachtungen des Laserscanners  $x$ ,  $y$  und  $z$  in das stochastische Modell der Beobachtungsgleichungen der Orientierung mittels identischer Ebenen die Varianzen der Pseudobeobachtungen als Varianz eines 3D-Punktes nach HELMERT interpretiert werden können. Werden nun Varianzkomponenten für die Beobachtungsgleichungen nach 4.41 bis 4.43 geschätzt, erhält man demnach Varianzen der durch Laserscanning gewonnenen 3D-Punkte.

In der vorliegenden Arbeit sollen die Aspekte Messentfernung zum gescannten Objekt, Auftreffwinkel des Laserstrahls auf dem Messobjekt sowie die Objektoberflächenbeschaffenheit im stochastischen Modell der Orientierungsparameterschätzung Berücksichtigung finden.

#### Varianzkomponentenmodell: Objektoberflächen

Erfolgen Laserscans von unterschiedlichen Standpunkten auf ebene Objektflächen unterschiedlicher Beschaffenheit, können die gescannten 3D-Punkte nach ihrer zugehörigen Oberfläche gruppiert werden. Durch das Schätzen reihender Varianzkomponenten (vgl. Anhang B.2.2) in der Orientierungsberechnung mittels identischer Ebenen ergibt sich entsprechend der betrachteten Oberflächen jeweils eine Varianz, die als Genauigkeitsmaß eines gescannten 3D-Punktes auf der entsprechenden Oberfläche betrachtet werden kann.



### Varianzkomponentenmodell: Messentfernung und Auftreffwinkel

Eine einfache Möglichkeit, die potenzielle Entfernungsabhängigkeit beziehungsweise die Abhängigkeit vom Auftreffwinkel der Laserabtastung in Form von Varianzkomponenten zu schätzen, besteht ebenfalls in der Gruppierung der gescannten 3D-Punkte nach ihrer Zugehörigkeit zu definierten Entfernungs- oder Winkelintervallen. Diese beiden Effekte überlagern sich jedoch. Laserscannerpunkte gleicher Entfernung haben unterschiedliche Auftreffwinkel, Punkte mit gleichem Auftreffwinkel gehören wiederum zu unterschiedlichen Entfernungsgruppen. Somit kann die Schätzung reihender Varianzkomponenten bezüglich einem der beiden Effekte lediglich dazu dienen, eine Vorstellung über einen zugrunde liegenden funktionalen Zusammenhang zu gewinnen. Lässt sich eine Gesetzmäßigkeit ableiten, kann sie in Form der überlappenden Varianzkomponenten (vgl. Anhang B.2.3) modelliert werden, so dass die Koeffizienten als Varianzkomponenten geschätzt werden können.

Im Fall der Entfernungsabhängigkeit des Laserscannings ist bereits aus SCHÄFER und SCHULZ [2005] der Hinweis zu entnehmen, dass die Genauigkeit mit steigender Messentfernung sinkt. Diese Feststellung korrespondiert mit den Erfahrungen in der Geodäsie bezüglich der elektrooptischen Distanzmessung. Folglich kommt die Gesetzmäßigkeit

$$\sigma_s^2 = \alpha_0^2 + \alpha_1^2 \cdot s^2 \quad (4.67)$$

für die Standardabweichung einer gemessenen Strecke  $\sigma_s$  in Abhängigkeit von der Messentfernung  $s$  auch für das Laserscanning in Betracht. Nach BOLSAKOV u. a. [1985] kann sie zu einer linearen Funktion vereinfacht werden:

$$\sigma_s = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot s. \quad (4.68)$$

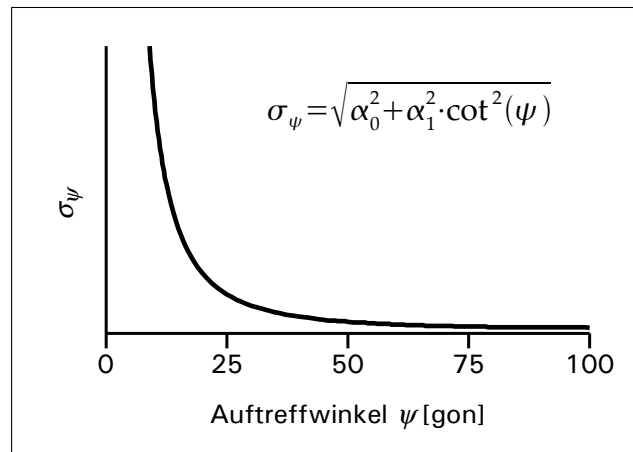


Abbildung 4.13: Genauigkeitsmodell des Laserscannings in Abhängigkeit vom Auftreffwinkel  $\psi$

Entsprechend den Vorbetrachtungen in Abschnitt 3.1 ist bezüglich des Auftreffwinkels von einem antiproportionalen Zusammenhang auszugehen. RUNNE [1993] analysierte die reflektorlose Entfernungsmessung und stellte fest, dass sich die Genauigkeit der Streckenmessung auf schräg angezielte Flächen mit dem Kotangens des Auftreffwinkels verschlechtert. Demnach kann die Gesetzmäßigkeit

$$\sigma_\psi^2 = \alpha_0^2 + \alpha_1^2 \cdot \cot^2(\psi). \quad (4.69)$$

formuliert werden. Abbildung 4.13 veranschaulicht diesen funktionalen Zusammenhang.

Zur Berücksichtigung sowohl der Entfernungsabhängigkeit als auch der Abhängigkeit vom Auftreffwinkel ergibt sich die kombinierte Genauigkeitsfunktion

$$\sigma_{s,\psi}^2 = \alpha_0^2 + \alpha_1^2 \cdot s^2 + \alpha_2^2 \cdot \cot^2(\psi). \quad (4.70)$$

Die Koeffizienten  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  sind die unbekannten, zu schätzenden Varianzkomponenten.

## 4.2 Modellverifikation

Zur Durchführung der Messgenauigkeitsuntersuchungen mittels im Raum verteilter Ebenen sind zunächst anhand der Schlussfolgerungen des Abschnittes 4.1.1.8 ein sensitives Kalibrierfeld sowie eine angepasste Messkonfiguration zu entwerfen.

Durch simulierte Laserscans im konzipierten Kalibrierfeld kann getestet werden, ob die vorgegebenen systematischen Instrumentenabweichungen anhand des synthetischen Datenmaterials signifikant geschätzt werden, um das Kalibrierfeld auf seine Sensitivität zu prüfen.

Vor der Installation des Kalibrierfeldes werden die verwendeten Flächen einer Ebenheitsuntersuchung unterzogen. Nach der Montage im Kalibrierfeld erfolgt eine Einmessung der Ebenen mittels eines Industriemesssystems.

Für Laserscans im Testfeld stand ein Laserscanner IMAGER 5003 von ZOLLER + FRÖHLICH zur Verfügung, so dass zum Einen der Kalibrieransatz an realem Datenmaterial getestet werden konnte und zum Anderen die Zweckmäßigkeit der Varianzkomponentenschätzung untersucht werden konnte.

### 4.2.1 Konzeption eines Kalibrierfeldes

Zur Realisierung eines prototypischen Kalibrierfeldes stand ein ca.  $8,7 \times 6,8m$  großer Raum mit einer Raumhöhe von  $3,7m$  zur Verfügung.

Unter Berücksichtigung der aus den Vorbetrachtungen des Abschnittes 4.1.1.8 zu ziehenden Schlüsse, dass

1. das zu realisierende Kalibrierfeld sowohl frontale Beobachtungen auf die Ebenen als auch Laserscans mit flachem Strahlauftreffwinkel zulassen sollte und
2. vertikale Ebenen zur signifikanten Instrumentenparameterschätzung von größerer Relevanz sind als horizontale Ebenen,

entstand der in Abbildung 4.14 skizzierte Entwurf einer Aufnahmekonfiguration im bereit gestellten Raum.

Im dargestellten Kalibrierfeld befinden sich insgesamt zehn vertikal ausgerichtete Ebenen. Um systematischen Einflussgrößen gerecht zu werden, die sich insbesondere bei flachem Auftreffwinkel des Laserstrahls auf das Messobjekt auswirken, wird vorgesehen, Ebene 4 und Ebene 6 direkt unterhalb der Raumdecke vertikal anzubringen. Für Messungen mit einem nahezu rechtwinkligen Auftreffwinkel hingegen wird auf die Möglichkeit geachtet, einen Standpunkt direkt vor den entsprechenden Ebenen wählen zu können (z. B. Ebene 5 sowie Ebenen 7 bis 13). Ebene 3 befindet sich im  $45^\circ$ -Winkel in der durch Wand und Raumdecke gebildeten Ecke und ermöglicht somit ebenfalls Visuren rechtwinklig zur Ebene. Da die vertikale Exzentrizität  $e_{v_2}$  im Falle von horizontal gelagerten Ebenen stark hervortritt, befindet sich Ebene 1 horizontal unterhalb der Raumdecke, während Ebene 2 auf dem Fußboden liegend zu fixieren ist.

Insgesamt wurden elf Standpunkte des Laserscanners im Kalibrierfeld vorgesehen, die unter Berücksichtigung der räumlichen Gegebenheiten im Kalibrierfeld verteilt sind und deren Instrumentenhöhen variieren. So wird beispielsweise vor Ebene 4, die sich direkt unterhalb der Raumdecke befindet, ein Standpunkt mit geringer Instrumentenhöhe vorgesehen, um flache Strahlauftreffwinkel zu realisieren. Für andere Standpunkte hingegen wird eine größere Höhe vorgesehen, um insbesondere Ebene 2, die sich in Bodenhöhe befindet, unter nicht zu flachem Winkel zu scannen.

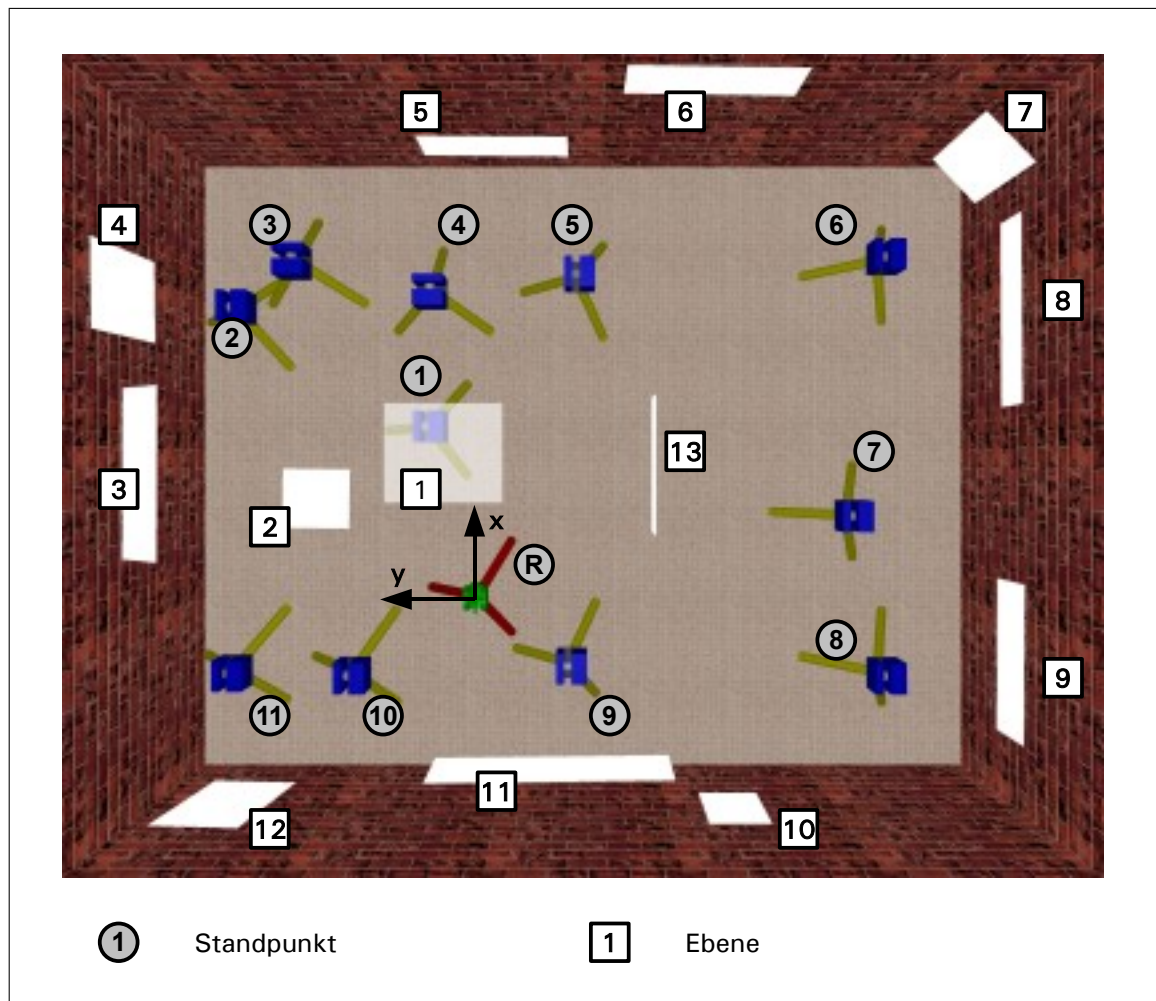


Abbildung 4.14: Das Kalibrierfeld mit 13 Testebenen sowie elf fiktiven Laserscannerstandpunkten (1 bis 11) und einem Standpunkt einer Referenzmessung (R) inklusive des Koordinatensystems der Referenzdaten

### 4.2.2 Test der Konzeption mittels synthetischen Beobachtungen

Zur Verifikation der Schätzbarkeit der in Abschnitt 4.1.1 modellierten Einflussgrößen im beschriebenen Kalibrierfeld wurden einige Versuche mit synthetischen Daten durchgeführt. Simuliert wurden Scans auf den in Abbildung 4.14 dargestellten Standpunkten. Die Vorderseite der Ebene 13 kann von den Standpunkten 6 bis 8 nicht erfasst werden, so dass für diese Standpunkte keine synthetischen Daten der Ebene 13 erzeugt wurden.

Das grüne Tachymeter auf rotem Stativ markiert den fiktiven Standpunkt (und damit den Ursprung des globalen Standpunktkoordinatensystems A) einer Beobachtung des Testfeldes mit übergeordneter Genauigkeit. Für diese Referenzmessung wird angenommen, dass sie frei von systematischen Fehlereinflüssen ist. Die präzise Einmessung der Ebene 1 wird aufgrund zu steiler Visuren nicht möglich sein, weshalb sie im simulierten Datensatz der Beobachtungen übergeordneter Genauigkeit ausgespart wird.

Zur Erzeugung der synthetischen Laserscanner-Beobachtungen wurde sowohl für die Ablenkung um die primäre als auch um die sekundäre Drehachse ein Winkelintervall von  $1mgon$  gewählt. Die Standardabweichung der Ablenkung des Laserstrahls um die beiden Achsen betrug  $\sigma_{\alpha,\zeta} = 2mgon$ . Die Genauigkeit der Streckenmessung wurde auf  $\sigma_s = 1,0mm$  festgesetzt. Das Sichtfeld der primären Drehachse lag im Bereich von  $-160^\circ \leq \zeta \leq 160^\circ$ . Durch einen Sektor von  $40^\circ$  wurde eine Abschattung des Laserscanner-Stativs berücksichtigt. Die sekundäre Drehachse vollzog eine komplette Drehung um  $360^\circ$ . Insgesamt ergab sich eine Zwei-Lagen-Messung des simulierten Laserscanners auf jedem der elf Standpunkte. Das heißt, jede Fläche wurde sowohl in der ersten Lage ( $0^\circ \leq \zeta \leq 160^\circ$ ) als auch in der zweiten Lage ( $-160^\circ \leq \zeta \leq 0^\circ$ ) abgetastet.

#### 4.2.2.1 Schätzung der Kalibrierparameter aus simulierten Laserscannerbeobachtungen mit Referenzdaten

Zunächst werden die systematischen Einflussgrößen anhand der Beobachtungen der elf simulierten Standpunkte sowie der synthetischen Referenzmessung geschätzt. Hierfür finden drei der in Abschnitt 4.1.1 vorgestellten Verbesserungsgleichungen Verwendung:

1. Die Verbesserungsgleichungen 4.41 und 4.42 stellen den Zusammenhang der Referenzmessung im System A mit den synthetischen Laserscannerbeobachtungen in den elf weiteren Standpunktsystemen her.
2. Da Punkte der Ebene 1 nur in den simulierten Laserscans vorhanden sind, setzt die Verbesserungsgleichung 4.43 die Ebene 1 und ihre Punktwolken der Laserscannerstandpunkte miteinander in Beziehung.

Die iterative Berechnung der Orientierungs- und Kalibrierparameter wird abgebrochen, sobald für alle Quotienten der Unbekanntenzuschläge  $dx_i$  und ihren Standardabweichungen  $\sigma_{x_i}$  gilt:

$$\frac{dx_i}{\sigma_{x_i}} < 1, 0. \quad (4.71)$$

Die simulierten Werte der neun modellierten Einflussgrößen können der Tabelle 4.1 entnommen werden. Gleichzeitig werden hier die Ergebnisse der Kalibrierparameterschätzung mit einer Referenzmessung für drei unabhängige Simulationen aufgeführt.

	Sollwerte		Ergebnisse der Schätzung für Simulation 1		Ergebnisse der Schätzung für Simulation 2		Ergebnisse der Schätzung für Simulation 3	
	Einflussgröße	Standardabweichung	Einflussgröße	Standardabweichung	Einflussgröße	Standardabweichung	Einflussgröße	Standardabweichung
Additionskorrektur $a$ [mm]	5,0	0,5	5,0	0,0	5,1	0,0	5,0	0,0
Maßstabsfaktor $m$	1,000500	1ppm	0,999996	6ppm	0,999981	6ppm	1,000001	6ppm
Exzentrizität $e_{v_1}$ [mm]	2,0	0,2	2,0	0,0	2,0	0,0	2,0	0,0
Exzentrizität $e_{v_2}$ [mm]	2,0	0,2	2,0	0,0	2,0	0,0	2,0	0,0
Indexabweichung $h$ [mgon]	20,00	2,00	20,03	0,20	19,83	0,18	20,29	0,18
Zielachsenabweichung $c$ [mgon]	20,00	2,00	19,93	0,34	19,59	0,35	21,12	0,35
Abw. prim. Drehachse $i$ [mgon]	20,00	2,00	19,86	0,71	20,38	0,63	19,61	0,63
Exzentrizität $e_{h_1}$ [mm]	2,0	0,2	2,0	0,0	2,0	0,0	2,0	0,0
Exzentrizität $e_{h_2}$ [mm]	2,0	0,2	2,0	0,0	2,0	0,0	2,0	0,0
Anzahl der Iterationen			5		12		12	
Standardabweichung der Gewichtseinheit			1,13		1,17		1,17	
PPV-Summe			121561,27		126895,41		127215,21	
Anzahl der Beobachtungsgleichungen: ca. 93100								

Tabelle 4.1: Ergebnisse der Kalibrierparameterschätzung für drei Simulationen im Testfeld mit Referenzbeobachtungen übergeordneter Genauigkeit

Die Ergebnisse lassen folgende Schlussfolgerungen zu:

1. Die Konfiguration des Kalibrierfeldes sowie die Aufnahmekonfiguration ermöglicht die signifikante Schätzung der metrischen Einflussgrößen (Additionskorrektur und Exzentrizitäten).
2. Die Schätzungen der Indexabweichung  $h$  sowie der Abweichung der primären Drehachse  $i$  streuen im Bereich ihrer Standardabweichungen um ihre Sollwerte. Die Standardabweichung von  $i$  deutet auf eine weniger signifikante Schätzung hin als bei den Parametern  $h$  und  $c$ .
3. Die Schätzwerte der Zielachsenabweichung  $c$  zeigen größere Abweichungen zum Sollwert als die Parameter  $h$  und  $i$ , obwohl ihre Standardabweichungen der drei Simulationen mit  $0,3\text{mgon}$  dies nicht vermuten lassen.
4. Der Maßstabsfaktor  $m$  kann auf diesem Wege nicht bestimmt werden. Bei einer maximalen Messentfernung von ca.  $9\text{m}$  im Kalibrierfeld hat der simulierte Maßstabsfaktor von  $1,000500$  eine maximale Auswirkung von  $4,5\text{mm}$ . Die durchschnittliche Messentfernung in den synthetischen Daten beträgt ca.  $2,9\text{m}$ , so dass eine durchschnittliche Verfälschung der Entfernungsmessung von  $1,5\text{mm}$  zu erwarten ist, die in den Daten sichtbar sein sollte. Dennoch zeigen die Simulationen, dass der Maßstab aus den synthetischen Daten nicht aufgelöst werden kann.

Betrachtet man die Korrelationskoeffizienten der geschätzten Kalibrierparameter, zeigt sich eine sehr starke stochastische Abhängigkeit zwischen der Additionskorrektur  $a$  und dem Maßstabsfaktor  $m$  mit einem Korrelationskoeffizienten von  $r_{a,m} = -0,96$ . Dies deutet darauf hin, dass die Dimension des Kalibrierfeldes nicht ausreichen wird, um den Einfluss einer entfernungsabhängigen Einflussgröße wie dem Maßstabsfaktor vom Einfluss einer hier konstanten Additionskorrektur getrennt schätzen zu können.

Die Betrachtungen in Abschnitt 4.1.1.8 ließen bereits vermuten, dass die Größen  $c$  und  $e_{h_2}$  sowie  $i$  und  $e_{v_2}$  miteinander korreliert sind. Tatsächlich ergeben sich aus den Simulationen jeweils die folgenden Korrelationskoeffizienten:

$$\begin{aligned} r_{c,e_{h_2}} &= 0,91 \\ r_{i,e_{v_2}} &= 0,66 \end{aligned}$$

Demnach sind  $c$  und  $e_{h_2}$  sehr stark miteinander korreliert, für  $i$  und  $e_{v_2}$  zeigt sich eine schwächere gegenseitige Abhängigkeit.

Die übrigen Korrelationen zwischen den modellierten Parametern sind kleiner als  $0,4$  und können somit als schwach korreliert angesehen werden.

#### 4.2.2.2 In-Situ-Kalibrierparameterschätzung aus simulierten Laserscannerdaten

Um dem Gedanken einer In-Situ-Kalibrierung gerecht zu werden, sollen nun die synthetischen Daten des Laserscanners ohne Referenzmessungen ausgewertet werden. Hierzu werden über die Verbesserungsgleichungen 4.41 bis 4.43 die Punktwolken der Ebenen in jedem System mit der entsprechenden ausgleichenden Ebene jedes weiteren Systems in Beziehung gesetzt, indem das Koordinatensystem des zentralen Standpunktes 1 als System A ausgewählt wird. Der Maßstabsfaktor kann in dieser Konfiguration nicht geschätzt werden, da nun die entsprechende Datumsinformation nicht im Datenmaterial vorhanden ist.

	Sollwerte		Ergebnisse der Schätzung für Simulation 1		Ergebnisse der Schätzung für Simulation 2		Ergebnisse der Schätzung für Simulation 3	
	Einflussgröße	Standardabweichung	Einflussgröße	Standardabweichung	Einflussgröße	Standardabweichung	Einflussgröße	Standardabweichung
Additionskorrektur $a$ [mm]	5,0	0,5	5,0	0,0	5,0	0,0	4,9	0,0
Exzentrizität $e_{v_1}$ [mm]	2,0	0,2	2,0	0,0	2,0	0,0	2,0	0,0
Exzentrizität $e_{v_2}$ [mm]	2,0	0,2	2,0	0,0	2,1	0,0	1,8	0,0
Indexabweichung $h$ [mgon]	20,00	2,00	20,05	0,07	20,00	0,07	20,40	0,06
Zielachsenabweichung $c$ [mgon]	20,00	2,00	19,90	0,11	19,72	0,11	20,84	0,11
Abw. prim. Drehachse $i$ [mgon]	20,00	2,00	19,59	0,18	23,40	0,18	16,24	0,18
Exzentrizität $e_{h_1}$ [mm]	2,0	0,2	2,0	0,0	2,0	0,0	2,0	0,0
Exzentrizität $e_{h_2}$ [mm]	2,0	0,2	2,0	0,0	2,0	0,0	2,0	0,0
Anzahl der Iterationen			30		29		36	
Standardabweichung der Gewichtseinheit			1,20		1,20		1,18	
PVV-Summe			1200678,11		1198245,45		1261746,37	
Anzahl der Beobachtungsgleichungen: ca. 900000								

Tabelle 4.2: Ergebnisse der In-Situ-Kalibrierparameterschätzung für drei Simulationen im Testfeld



Die Ergebnisse in Tabelle 4.2 zeigen:

1. Auch bei einer In-Situ-Kalibrierung innerhalb der Orientierungsberechnung (d. h. ohne Referenzbeobachtungen übergeordneter Genauigkeit) sind die metrischen systematischen Einflussgrößen signifikant schätzbar. Lediglich die Exzentrizität zur primäre Drehachse in  $z$ -Richtung  $e_{v_2}$  weicht geringfügig von ihrem Sollwert ab.
2. Während die Schätzwerte der Parameter  $h$  und  $c$  ihrem Sollwert sehr nahe kommen, weichen die Schätzungen des Parameters  $i$  deutlich von ihm ab. Diese Tatsache könnte zum Einen erneut durch die Korrelation mit dem Parameter  $e_{v_2}$  mit einem Korrelationskoeffizienten im Bereich von  $0,50 \leq r_{i,e_{v_2}} \leq 0,54$  begründet sein, da die Schätzwerte von  $e_{v_2}$  ebenfalls geringfügig vom Sollwert abweichen. Zum Anderen veranschaulichten die Abbildungen 4.8, 4.9 und 4.10, dass der Einfluss von  $i$  auf die Laserabtastung einer Ebene gegenüber  $h$  und  $c$  deutlich geringer ist. Im Umkehrschluss gelingt folglich die Schätzung im Falle von  $h$  und  $c$  leichter als im Falle des Parameters  $i$ .

### 4.2.3 Realisierung des Kalibrierfeldes

Zur Errichtung des unter 4.2.1 skizzierten Kalibrierfeldes wurden

1. Kunststoff beschichtete Tischlerplatten mit einer Stärke von  $29\text{mm}$  und den Maßen  $0,8 \times 1,6\text{m}$  sowie
2. mit einer matten Lackschicht versehene Fensterscheiben unterschiedlicher Größen

als Ebenenrealisierungen verwendet. Die Tischlerplatten sind am Institut in Form von Tischplatten vorhanden. Sie besitzen eine mit weißem Kunststoff beschichtete Oberfläche und zeichnen sich durch eine hohe Formstabilität aus.

Fensterglas wird meist im Floatglasprozess hergestellt, wodurch man sehr glatte Oberflächen erhält. Zudem hat Glas die Eigenschaft sehr formstabil zu sein.

Die Fensterscheiben wurden für eine bessere Stabilität und leichtere Montage im Kalibrierfeld in ihren Rahmen belassen.

#### 4.2.3.1 Ebenheitsuntersuchung mittels photogrammetrischem Musterprojektionsverfahren

Zur Untersuchung der Ebenheit der Testflächen stand kurzzeitig das Messsystem GOM ATOS II der Gesellschaft für optische Messsysteme mbH zur Verfügung.

Das Messsystem GOM ATOS II ist ein photogrammetrisches Zweikamerasystem mit Streifenlichtprojektor, das es ermöglicht, Objektoberflächen in Sekundenschnelle dreidimensional zu erfassen. Auf einer Basis befinden sich zwei CCD-Kameras, in ihrer Mitte ein Streifenlichtprojektor. Alle drei Komponenten sind mit einem Steuerrechner verbunden. Der Streifenlichtprojektor bildet auf die Objektoberfläche nacheinander einzelne Streifenmuster ab. Diese werden durch das Oberflächenprofil verzerrt und erlauben somit Rückschlüsse auf dessen Höhenstruktur.

Die erfassbaren Messvolumina einer Aufnahme mit dem Messsystem liegen zwischen  $(30\text{mm})^3$  und  $(2000\text{mm})^3$ . Bei einem Messvolumen von  $(1000\text{mm})^3$  kann laut Hersteller eine Genauigkeit eines einzelnen Punktes von  $0,1\text{mm}$  oder besser erreicht werden.

Die Funktionsweise des ATOS-Systems wird in Anhang C erläutert.

Beispielhaft wurden vier Testflächen ausgewählt, darunter eine Tischlerplatte sowie drei matt lackierte Fensterscheiben. Während der Messung wurde auf eine der Anordnung im Kalibrierfeld entsprechenden Lagerung der Testflächen geachtet. Die Oberflächen wurden durch jeweils zwei oder drei Instrumentenaufstellungen komplett erfasst. Die Shots der einzelnen Instrumentenaufstellungen konnte durch Verknüpfungspunkte in Form von zuvor am Rand der Testflächen aufgeklebten Zielmarken in ein einheitliches Koordinatensystem transformiert werden. Als Ergebnis der Messung wurde ein 3D-Punktraster mit einer Dichte von  $3\text{mm}$  bis  $4\text{mm}$  der abgetasteten Flächen erhalten. Anhand der 3D-Punkte konnte anschließend eine ausgleichende Ebene berechnet

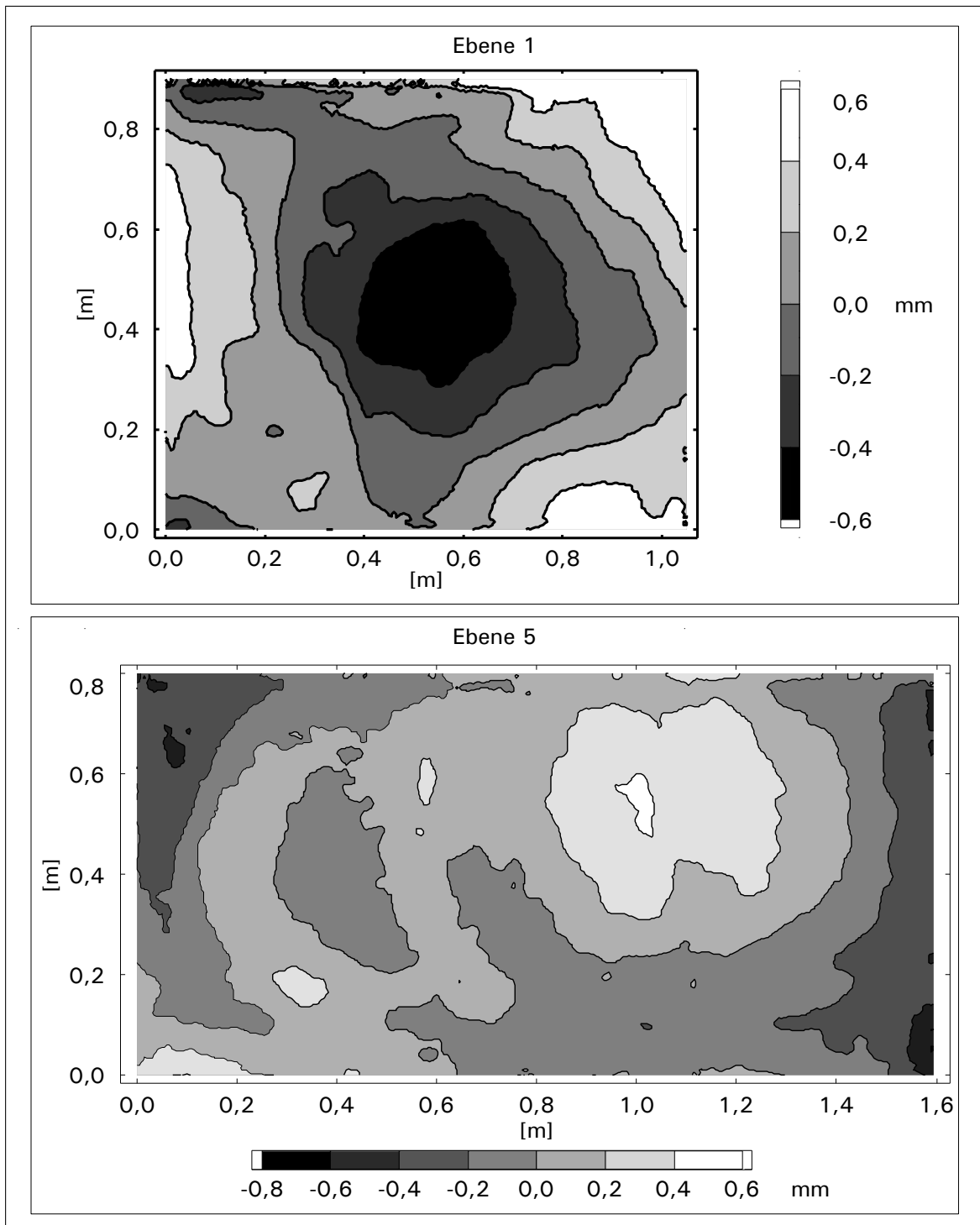


Abbildung 4.15: Höhenliniengrafiken der untersuchten Ebenen 1 und 5

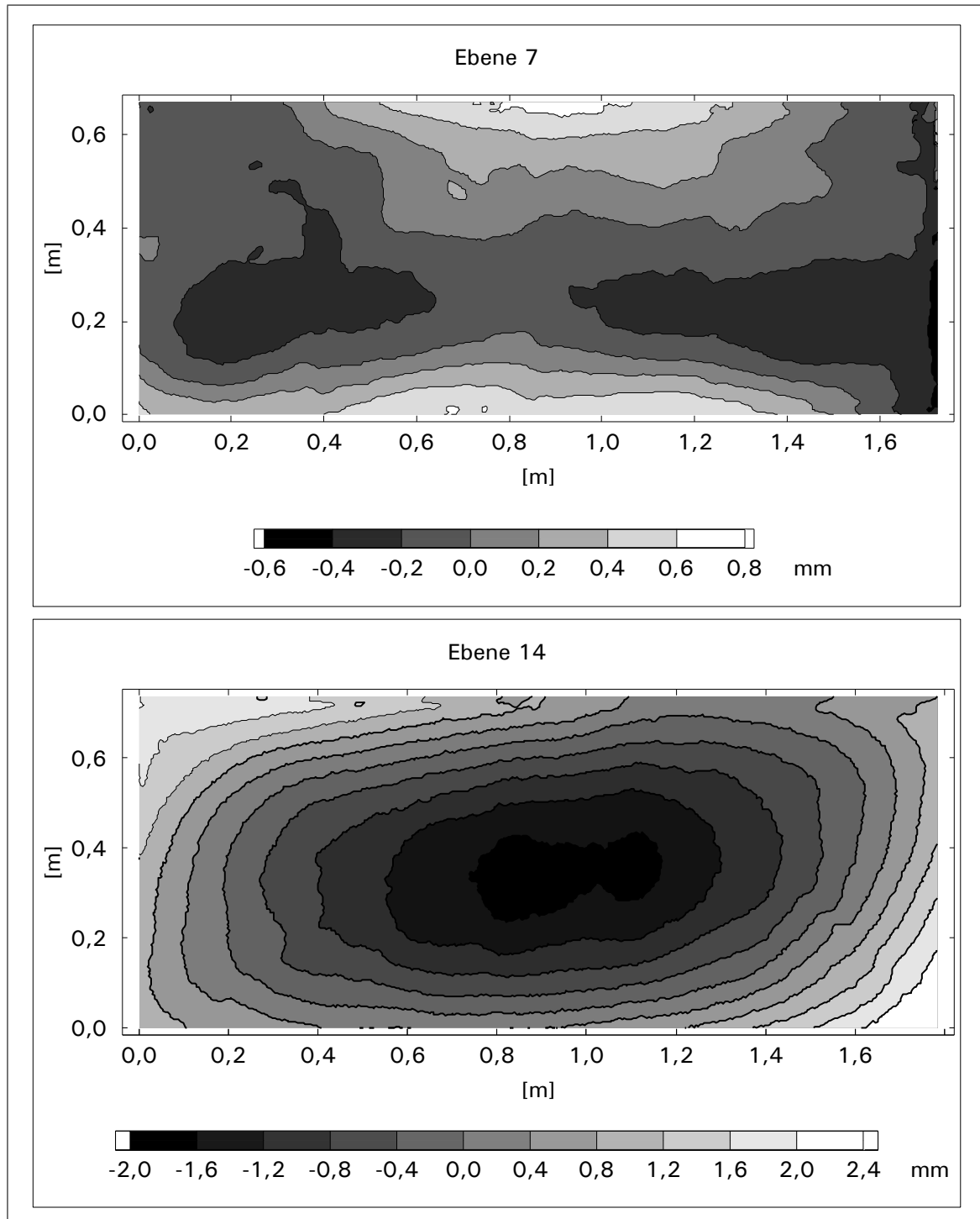


Abbildung 4.16: Höhenliniengrafiken der untersuchten Ebenen 7 und 14

	Material	Größe	Lagerung im Kalibrierfeld	Residuen der ausgleichenden Ebene	
				minimal [mm]	maximal [mm]
Ebene 1	Fenster- glas- scheibe	1,05 × 0,90 m	horizontal	-0,55	0,55
Ebene 5	Tischlerplatte	1,60 × 0,80 m	vertikal	-0,61	0,42
Ebene 7	Fenster- glas- scheibe	1,75 × 0,65 m	vertikal	-0,54	0,69
Ebene 14	Fenster- glas- scheibe	1,80 × 0,75 m	vertikal	-1,79	2,24

Tabelle 4.3: Ergebnisse der Ebenenuntersuchung mit GOM ATOS II

werden. Die Abbildungen 4.15 und 4.16 zeigen Höhenliniengrafiken der vier untersuchten Ebenen. Die Tabelle 4.3 gibt einen Überblick über die erzielten Ergebnisse der Ebenheitsuntersuchung.

Der Laserscanner liefert Daten mit einer Auflösung von  $1\text{ mm}$ , so dass Abweichungen zur ausgleichenden Ebene, die unter  $1\text{ mm}$  liegen, noch zu tolerieren sind. Wünschenswert wären Abweichungen unter  $0,5\text{ mm}$ . Dieses Kriterium wird jedoch von keiner der untersuchten Flächen erfüllt. Ebene 14 weist Deformationen von ca.  $2\text{ mm}$  zur ausgleichenden Ebene auf und wird deshalb zur Laserscannerkalibrierung nicht verwendet.

#### 4.2.3.2 Installation der Ebenen im Kalibrierfeld

Zur Installation des in Abschnitt 4.2.1 konzipierten Kalibrierfeldes standen insgesamt 13 Ebenen in Form von sechs Tischlerplatten und sieben matt lackierten Fensterglasscheiben zur Verfügung. Die Anordnung und Orientierung der Ebenen erfolgte in der in Abbildung 4.14 dargestellten Weise. Bei der Montage wurde darauf geachtet, die Platten jeweils nur an drei Punkten zu befestigen, um sie spannungsfrei aufzuhängen und Deformationen durch die Befestigung zu vermeiden.

#### 4.2.3.3 Einmessen des Kalibrierfeldes mittels Industriemesssystem

Um die Lage und Orientierung der installierten Ebenen im Raum mit übergeordneter Genauigkeit zu ermitteln, wurden sie in ihren Eckpunkten und an den Rändern mit aufklebbaren Zielmarken versehen. Im inneren Bereich der Flächen wurde auf aufklebbare Marken verzichtet und stattdessen Markierungen aufgezeichnet. Insgesamt wurden die Ebenen nach ihrer Größe mit jeweils sechs bis zwölf Zielmarken versehen. Zur Einmessung der 13 Flächen im Kalibrierfeld kam das Industriemesssystem ECDS3 in Kombination mit zwei elektronischen Theodoliten T2000 der Firma LEICA Geosystems zum Einsatz. Ein im Raum vorhandenes Festpunktfeld mit einer durchschnittlichen Punktgenauigkeit von  $0,2\text{ mm}$  legte das Koordinatensystem fest, in dem die Messung stattfand. Nach Orientierung der beiden Theodolite im Koordinatensystem des Festpunktfeldes und Ermitteln der Länge der durch die Theodolitachsenschnittpunkte definierten Basis war es somit möglich, durch gleichzeitiges Anzielen der Objektpunkte anhand der Horizontalkreis- und Vertikalkreisablesungen der beiden Theodolite 3D-Koordinaten der markierten Flächenpunkte zu erhalten. Insgesamt wurden vier Aufstellungen der beiden Theodolite gewählt, damit jeder Flächenpunkt von mindestens zwei Standpunkten unter einer günstigen Strahlenschnittgeometrie der Theodolitanzielungen beobachtet werden konnte. Die an der Decke hängende Ebene 1 konnte aufgrund der zu steilen Sicht nicht beobachtet werden.

	Material	Größe	Lagerung im Kalibrierfeld	Residuen der ausgleichenden Ebene	
				minimal [mm]	maximal [mm]
Ebene 1	Fenster- glas- scheibe	1,05 × 0,90 m	horizontal	-	-
Ebene 2	Fenster- glas- scheibe	0,75 × 0,65 m	horizontal	-0,24	0,21
Ebene 3	Fenster- glas- scheibe	1,55 × 0,60 m	um 45° geneigt	-0,98	0,99
Ebene 4	Tischlerplatte	0,80 × 1,60 m	vertikal	-0,78	0,79
Ebene 5	Tischlerplatte	1,60 × 0,80 m	vertikal	-0,72	0,54
Ebene 6	Tischlerplatte	1,60 × 0,80 m	vertikal	-0,36	0,33
Ebene 7	Fenster- glas- scheibe	0,65 × 1,75 m	vertikal	-0,75	0,72
Ebene 8	Fenster- glas- scheibe	1,85 × 0,55 m	vertikal	-0,67	0,96
Ebene 9	Tischlerplatte	1,60 × 0,80 m	vertikal	-0,73	0,64
Ebene 10	Fenster- glas- scheibe	0,60 × 1,05 m	vertikal	-0,46	0,51
Ebene 11	Fenster- glas- scheibe	2,65 × 1,05 m	vertikal	-2,83	1,95
Ebene 12	Tischlerplatte	0,80 × 1,60 m	vertikal	-0,62	0,84
Ebene 13	Tischlerplatte	1,60 × 0,80 m	vertikal	-0,61	0,54

Tabelle 4.4: Ebenenuntersuchung mittels Ergebnisse der Einmessung mit Industriemesssystem

Die erfassten 3D-Koordinaten der Flächenpunkte aller Aufstellungen wurden anschließend einer 3D-Netzausgleichung unterzogen. Es ergab sich eine mittlere 3D-Punktgenauigkeit von  $0,1\text{ mm}$ , der maximale Punktfehler lag bei  $0,3\text{ mm}$ .

Anhand der 3D-Koordinaten der Testflächen konnte für jede Fläche eine ausgleichende Ebene berechnet werden und ihre Residuen angegeben werden. Tabelle 4.4 gibt einen Überblick über die Ergebnisse.

Die Ebene 11 weist inakzeptable Abweichungen von der ausgleichenden Ebene auf. Aufgrund ihrer beachtlichen Größe wird sie jedoch für die Laserscannerkalibrierung verwendet. Die Bereiche mit Residuen größer als  $1\text{ mm}$  werden koordinatenmäßig ermittelt, so dass aus den späteren Laserscannerdaten die entsprechenden Punkte eliminiert werden können und somit nicht in die Kalibrierung einfließen. Die Abweichungen der weiteren zwölf Ebenen liegen unter  $1\text{ mm}$ , teilweise sogar unter  $0,5\text{ mm}$ , so dass sie uneingeschränkt für die In-Situ-Kalibrierung eines Laserscanners Verwendung finden.

Der Vergleich der Ebenenresiduen aus GOM ATOS und ECDS3 zeigt eine maximale Differenz von  $0,2\text{ mm}$ . Mittels GOM ATOS konnten nur vier Ebenen beispielhaft vermessen werden. Die gute Übereinstimmung der beiden Untersuchungen kann somit als Verifizierung der ECDS3-Ebenenuntersuchung angesehen werden, die insgesamt zwölf Ebenen überprüft hat.

#### 4.2.4 Laserscanning im Kalibrierfeld

Für Untersuchungen zur Laserscannergenauigkeit sowie zur Kalibrierung eines Laserscanners mit  $45^\circ$ -Schrägspiegel wurden Laserscans auf unterschiedlichen Standpunkten durchgeführt. Hierfür stand der Laserscanner IMAGER 5003 der Firma ZOLLER+FRÖHLICH zur Verfügung.

##### 4.2.4.1 Technische Daten des Laserscanners IMAGER 5003

Der Laserscanner IMAGER 5003 von ZOLLER+FRÖHLICH ist ein Panorama-Laserscanner mit einem horizontalen Sichtfenster von  $360^\circ$ . Das vertikale Sichtfenster ist durch die Instrumentenaufstellung auf einem Stativ nach unten hin abgeschattet, so dass es lediglich ca  $310^\circ$  beträgt. Die vertikale Strahlablenkung wird durch einen um  $45^\circ$  schräg gestellten, rotierenden Spiegel erreicht, so dass das in Abschnitt 4.1.1 abgeleitete Kalibriermodell zutrifft. Die horizontale Strahlablenkung erfolgt durch die Drehung des Laserscanners mittels eines Motors.

Die Distanzmessung basiert auf dem Phasenvergleichsverfahren und ist bis zu Entfernungen von  $53,5\text{ m}$  eindeutig.


	Entfernungs- rauschen	bei 10 m	Reflektivität 20% (Dunkelgrau)	3,0mm (RMS)
			Reflektivität 100% (Weiß)	1,3mm (RMS)
		bei 25 m	Reflektivität 20% (Dunkelgrau)	9,0mm (RMS)
			Reflektivität 100% (Weiß)	3,0mm (RMS)
	Genauigkeit vertikal			0,02° (RMS)
	Genauigkeit horizontal			0,02° (RMS)

Tabelle 4.5: Herstellerangaben zur Messgenauigkeit des Laserscanners IMAGER 5003 nach ZOLLER + FRÖHLICH GMBH [2005]

Der IMAGER 5003 liefert sogenannte 4D-Scandaten, so dass man neben den 3D-Koordinaten der abgetasteten Punkte auch einen Intensitätswert des reflektierten Signals erhält.

Die Herstellerangaben bezüglich der Genauigkeit des Laserscanners können dem Datenblatt ZOLLER + FRÖHLICH GMBH [2005] entnommen werden. Als Genauigkeitsmaße dienen „Root-Mean-Square“-Werte. Sie sind in Tabelle 4.5 zusammengefasst. Der Hersteller unterscheidet bereits bezüglich der Streckenmessgenauigkeit nach Messentfernung sowie nach der Reflektivität der abgetasteten Oberfläche beziehungsweise der Oberflächenfarbe.

#### 4.2.4.2 Die Laserscans im Testfeld

Insgesamt wurden elf Standpunkte im Testraum gewählt, die mit den bereits zur Simulation angenommenen Standpunkten in Abbildung 4.14 übereinstimmen. Von diesen Standpunkten wurden alle 13 Flächen gescannt. Die Vorderseite der Ebene 13 war von Standpunkten 6, 7 und 8 nicht sichtbar. Für Genauigkeitsbetrachtungen bezüglich der Objektoberfläche befanden sich zusätzlich drei unbeschichtete Spanplatten und drei Styroporplatten grober Körnung mit einer Dimension von jeweils  $0,5\text{m}^2$  sowie ein Porenbetonstein im Testfeld.

Das Sichtfeld des Laserscanners lag für jeden Standpunkt für die horizontale Drehachse im Bereich von  $-155^\circ \leq \zeta \leq 155^\circ$  und für die vertikale Drehachse im Bereich von  $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$ , so dass jede Testfläche sowohl in der ersten als auch in der zweiten Lage abgetastet wurde. Als Scanauflösung wurde die Stufe „High“ eingestellt. Aufgestellt wurde der Laserscanner in unterschiedlichen Instrumentenhöhen auf einem aus Stahl gefertigten, stabilen Industriestativ und einem stabilen Dreifuß der Firma LEICA Geosystems, um ein Taumeln der Stehachse des Laserscanners verursacht durch die Aufstellung zu vermeiden.

#### 4.2.5 Parameterschätzung im funktionalen Modell: Kalibrierparameter

Nachdem in Abschnitt 4.2.2 anhand von synthetischen Daten die Ermittlung von signifikanten systematischen Abweichungen in der Orientierungsberechnung verifiziert wurde, sollen nun mittels des im Kalibrierfeld gewonnenen Datenmaterials systematische Einflussgrößen des Laserscanners IMAGER 5003 geschätzt werden.

Simultan zur Vorgehensweise der Modellverifikation mit simulierten Daten wird auch hier zunächst die Kalibrierung unter Einbeziehung von Daten mit übergeordneter Genauigkeit, Referenzdaten genannt, betrachtet. Anschließend wird die In-Situ-Kalibrierung, d. h. die Kalibrierparameterschätzung nur aus Laserscanningdaten, durchgeführt und analysiert.

##### 4.2.5.1 Schätzung der Kalibrierparameter mit Referenzdaten

Für die folgenden Untersuchungen werden Laserscans der in Abbildung 4.14 dargestellten elf Standpunkte herangezogen. Um die umfangreiche Datenmenge zu nutzen, werden die Punktwolken aller 13 Flächen aus den Laserscans extrahiert und pro Fläche und Lage des Laserscanners jeweils 700 gleichmäßig verteilte Punkte durch einen Zufallsgenerator ausgewählt. Insgesamt werden in der Auswertung 18200 Laserscanningpunkte verwendet. Zusätzlich nehmen die Ebenenpunkte der ECDS3-Beobachtung als Referenzdaten mit übergeordneter Genauigkeit an der Auswertung teil. Sie legen das globale Koordinatensystem (System A) fest.

Zur Kalibrierung mit synthetischen Daten kommen folglich drei Typen der Verbesserungsgleichungen zum Einsatz:

1. Die Verbesserungsgleichungen vom Typ 4.41 und vom Typ 4.42 stellen den Zusammenhang der ECDS3-Referenzmessung im System A mit den Laserscannerbeobachtungen in den elf weiteren Standpunktsystemen her.
2. Die Verbesserungsgleichung vom Typ 4.43 setzt die Ebene 1 und ihre Punktwolken der Laserscannerstandpunkte miteinander in Beziehung, da keine ECDS3-Beobachtungen zur Ebene 1 vorliegen.

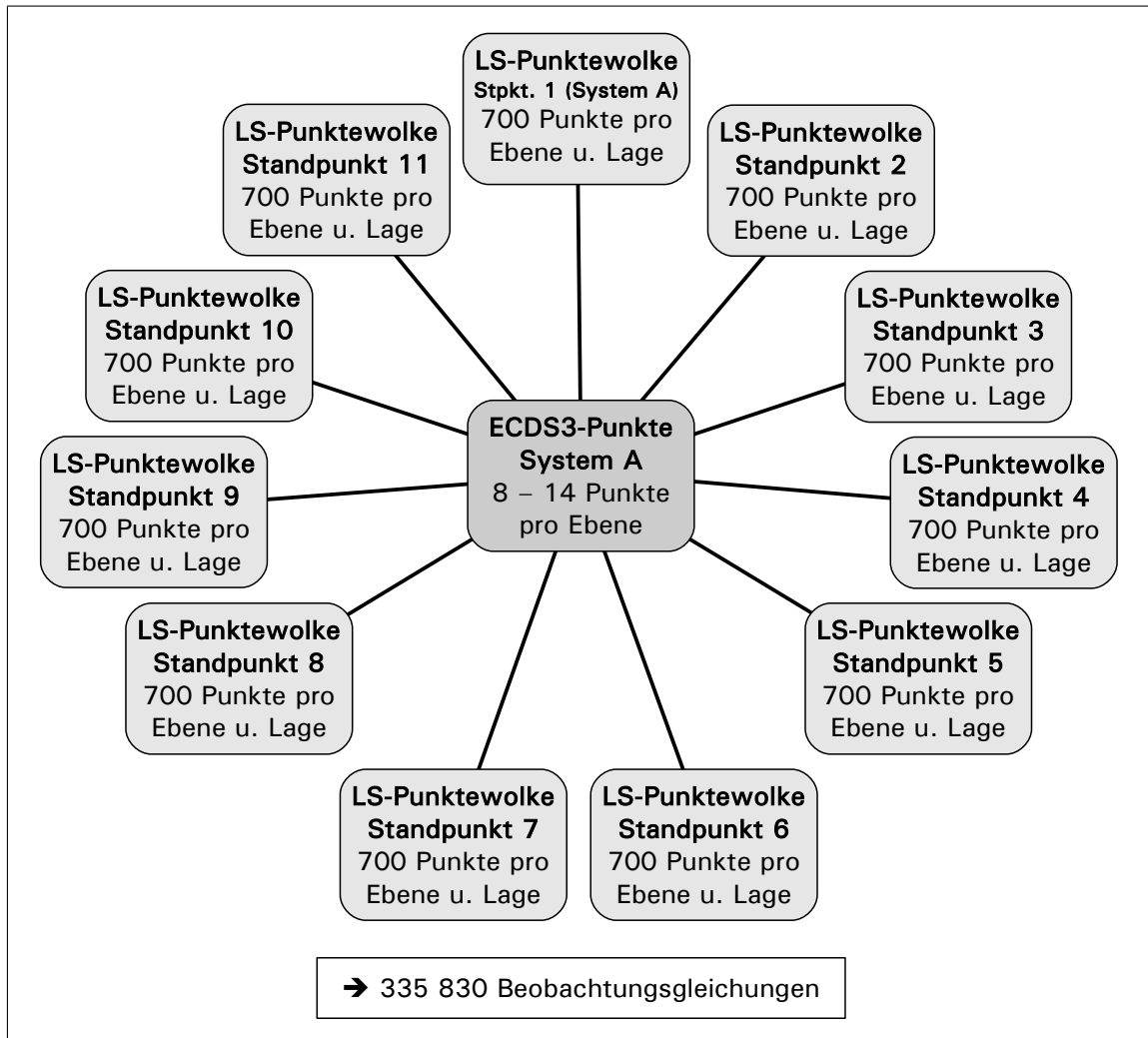


Abbildung 4.17: Verknüpfung des Datenmaterials in der Kalibrierung mit Referenzdaten: Durch die Verbesserungsgleichungen 4.41 und 4.42 wird die Punktwolke eines jeden Laserscannerstandpunktes mit den Referenzdaten der ECDS3-Beobachtungen in Verbindung gebracht.

Die Abbildung 4.17 veranschaulicht die Verknüpfung der Referenzdaten mit den Laserscannerpunktwolken der einzelnen Standpunkte. Für jede Ebene, die von einem Laserscannerstandpunkt abgetastet wurde, wird eine ausgleichende Ebene geschätzt. Die Punkte der ECDS3-Beobachtungen dieser Ebene werden ins Laserscanner-Standpunktsystem transformiert und in diese Ebenengleichung eingesetzt (Gleichung 4.42). Umgekehrt wird für jede Ebene anhand der ECDS3-Beobachtungen eine Ebene geschätzt. Die Laserscannerpunkte dieser Ebene werden transformiert und wiederum in diese Ebenengleichung eingesetzt (Gleichung 4.41). Insgesamt ergeben sich für den Beispieldatensatz 335830 Beobachtungsgleichungen.

Da sich durch die Auswertung synthetischer Daten zeigte, dass eine sichere Schätzung des Maßstabes der Distanzmessung im Testfeld nicht gewährleistet ist, wird er nicht als unbekannter Kalibrierparameter modelliert. Es verbleiben acht Kalibrierparameter zusätzlich zu den 77 zu schätzenden Orientierungsparametern. Die Iteration wird mit den Näherungswerten = 0 für die Kalibrierparameter gestartet. Der Ausgleichungsprozess konvergiert nach 26 Iterationen, nachdem



für alle Quotienten der Unbekanntenzuschläge  $dx_i$  und ihren Standardabweichungen  $\sigma_{x_i}$  gilt:

$$\frac{dx_i}{\sigma_{x_i}} < 1, 0. \quad (4.72)$$

Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.6, Spalte 1. *Modell* wiedergegeben. Es ist festzustellen:

1. Die PVV-Summe, die als Maß der Anpassung der 3D-Punkte an die Ebenen betrachtet werden kann, verringert sich durch Berücksichtigung von Kalibrierparametern auf ca. 83% der PVV-Summe ohne Modellierung mit Kalibrierparametern.
2. Die geschätzte Additionskorrektur  $a$  ist gemessen an der Genauigkeit des zu untersuchenden IMAGER 5003 eine nicht signifikante Größe.
3. Die geschätzten Werte für die Indexabweichung  $h$  sowie die Achsenabweichungen  $c$  und  $i$  weisen darauf hin, dass die Größen die Messung erheblich beeinflussen können. Die folgende Tabelle gibt Aufschluss über den Verschiebungsbetrag, den ein in unterschiedlichen Entfernungen gemessener Punkt durch diese Abweichungen erfährt.

Systematische Abweichung	Verschiebungsbetrag		
	in 10m Entfernung	in 20m Entfernung	in 50m Entfernung
$h = -17,69mgon$	2,8mm	5,6mm	13,9mm
$c = -19,62mgon$	3,1mm	6,2mm	15,4mm
$i = -39,43mgon$	6,2mm	12,4mm	31,0mm

4. Die Schätzungen der Exzentrizitäten  $e_{h_1}$  und  $e_{v_1}$  sind verglichen mit der Messgenauigkeit vernachlässigbar klein, so dass sie im Weiteren nicht mehr berücksichtigt werden.
5. Die Exzentrizitäten  $e_{h_2}$  und besonders  $e_{v_2}$  verdienen jedoch Aufmerksamkeit. Bereits aus den Voruntersuchungen mit synthetischen Daten ist bekannt, dass für diese beiden Größen stochastische Abhängigkeiten mit  $c$  und  $i$  bestehen können. Deshalb werden die entsprechenden Korrelationskoeffizienten aus der Kalibrierung des IMAGER 5003 näher betrachtet:

$$\begin{aligned} r_{c,e_{h_2}} &= -0,93 \\ r_{i,e_{v_2}} &= 0,35 \end{aligned}$$

Die sehr starke Korrelation bezüglich  $c$  und  $e_{h_2}$  der synthetischen Daten wird somit bestätigt. Der Korrelationskoeffizient für  $i$  und  $e_{v_2}$  hat sich hingegen deutlich verringert. Für die übrigen Korrelationskoeffizienten der Kalibrierparameter gilt  $|r| < 0,13$ , so dass hier höchstens von einer schwachen stochastischen Abhängigkeit gesprochen werden kann.

	Startwert	1. Modell		2. Modell		3. Modell		4. Modell	
		Schätzung	Stdabw.	Schätzung	Stdabw.	Schätzung	Stdabw.	Schätzung	Stdabw.
Additionskorrektur $a$ [mm]	0,0	0,4	0,0	0,4	0,0	0,4	0,0	0,4	0,0
Exzentrizität $e_{v_1}$ [mm]	0,0	0,3	0,0	-	-	-	-	-	-
Exzentrizität $e_{v_2}$ [mm]	0,0	-2,7	0,1	-	-	-	-	-2,6	0,0
Indexabweichung $h$ [mgon]	0,0	-17,69	0,61	-17,26	0,65	-17,25	0,65	-17,40	0,61
Zielachsenabweichung $c$ [mgon]	0,0	-19,62	1,14	-13,85	0,45	-19,84	1,21	-14,11	0,42
Abw. prim. Drehachse $i$ [mgon]	0,0	-39,43	2,39	8,71	2,38	7,81	2,39	-37,44	2,38
Exzentrizität $e_{h_1}$ [mm]	0,0	-0,1	0,0	-	-	-	-	-	-
Exzentrizität $e_{h_2}$ [mm]	0,0	0,5	0,0	-	-	0,5	0,1	-	-
Anzahl der Iterationen		16		5		5		15	
Standardabweichung der Gewichtseinheit		1,42		1,52		1,52		1,42	
PVV-Summe		675323		773053		773925		677393	
PVV-Summe der Orientierung <b>ohne</b> Modellierung der Kalibrierparameter: 815823									
Anzahl der Beobachtungsgleichungen: 335830									

Tabelle 4.6: Ergebnisse der Kalibrierparameterschätzung im Datensatz mit 700 Punkten pro Ebene und Lage mit Referenzdaten

Um die Auswirkung der Korrelationen zwischen den Größen  $c$  und  $e_{h_2}$  sowie  $i$  und  $e_{v_2}$  näher zu betrachten, wird eine erneute Orientierungsberechnung mit simultaner Kalibrierung durchgeführt. Jetzt wird jedoch auf die Ermittlung aller vier Exzentrizitäten verzichtet. Die Ergebnisse sind Tabelle 4.6, Spalte 2. *Modell* zu entnehmen. Man erkennt:

1. Der Ausgleichungsprozess wird bereits nach vier Iterationen beendet, da keine starken Korrelationen zwischen den Unbekannten die Schätzung erschweren.
2. Die Vernachlässigung der Exzentrizitäten hat auf die Additionskorrektur  $a$  keinen Einfluss.
3. Der Schätzwert des Parameters  $h$  verringert sich betragsmäßig nur geringfügig, so dass von einer signifikanten Indexabweichung von  $-17,3mgon$  auszugehen ist.
4. Die Achsenabweichung  $c$  zeigt eine deutliche Veränderung. Ihr Betrag nimmt um ca. 30% ab, d. h. um  $5,77mgon$ . Bei einer durchschnittlichen Messentfernung von  $4,7m$  im betrachteten Datensatz entspricht die Differenz von  $5,77mgon$  einer Verschiebung von  $0,4mm$ , eben dem zuvor geschätzten Wert der Exzentrizität  $e_{h_2}$ . Folglich wurde durch die zusätzliche Modellierung der Exzentrizität  $e_{h_2}$  die Zielachsenabweichung  $c$  verstärkt. Da der im ersten Versuch ermittelte Wert für  $e_{h_2}$  ohnehin deutlich unter der Messgenauigkeit des Laserscanners lag, ist davon auszugehen, dass eine Zielachsenabweichung von  $c = -13,9mgon$  zutreffend ist und auf die Modellierung der Exzentrizität  $e_{h_2}$  verzichtet werden kann.
5. Die nicht modellierte Exzentrizität  $e_{v_2}$  im 2. *Modell* (Tabelle 4.6) hat erhebliche Auswirkungen auf das Ergebnis der Schätzgröße von  $i$ : War sie im 1. *Modell* die betragsmäßig größte der drei Winkelabweichungen, ändert sie nun sogar ihr Vorzeichen. Die Differenz der beiden Schätzwerte beträgt  $48,14mgon$ , die bezogen auf eine Messentfernung von  $4,7m$  eine Verschiebung um  $3,6mm$  bewirkt. Die Exzentrizität  $e_{v_2}$  des 1. *Modells* betrug  $2,6mm$ . Die starke Veränderung der Schätzgröße von  $i$  kann demnach nicht gänzlich durch die Nicht-Modellierung der Exzentrizität  $e_{v_2}$  erklärt werden. Dennoch ist trotz des geringen Korrelationskoeffizienten eine starke Abhängigkeit dieser beiden Größen zu vermuten.

In einem dritten und vierten Ansatz werden zusätzlich zu den vier Kalibrierparametern jeweils entweder  $e_{h_2}$  oder  $e_{v_2}$  modelliert (Tabelle 4.6, Spalten 3. *Modell* und 4. *Modell*). Durch die Berücksichtigung von  $e_{h_2}$  im funktionalen Modell werden für  $c$  und  $e_{h_2}$  ähnliche Werte wie im 1. *Modell* geschätzt. Jedoch verringert sich die PVV-Summe nicht wesentlich. Wird aber statt  $e_{h_2}$   $e_{v_2}$  angesetzt, ist die PVV-Summe deutlich kleiner. Durch die Einführung des Parameters  $e_{v_2}$  werden die Daten anscheinend besser modelliert, gleichzeitig wird allerdings auch eine Vorzeichenumkehr im Parameter  $i$  bewirkt. Dennoch zeigen sich im 4. *Modell* die besten Standardabweichungen, so dass es als Optimum festgehalten werden soll.

In den durchgeführten Kalibrierungsberechnungen zeigte sich, dass die ermittelten Standardabweichungen der Kalibriergrößen in erheblichem Maße von der Anzahl der Beobachtungsgleichungen abhängen. Mit steigender Zahl der Beobachtungen, sinken die Standardabweichungen der geschätzten Parameter, so dass verursacht durch die hohe Redundanz eine erhöhte Signifikanz suggeriert wird. In Relation zu den Schwankungen zwischen den einzelnen Modellierungen erscheinen die Genauigkeitswerte jedoch unrealistisch, so dass sie zur Beurteilung der Zuverlässigkeit der Schätzung nur bedingt herangezogen werden können.

#### 4.2.5.2 In-Situ-Kalibrierparameterschätzung

Im Folgenden ist zu analysieren, ob es mit dem beschriebenen Beispieldatensatz allein durch die Laserscanningdaten gelingt, signifikante Kalibrierparameter simultan zur Orientierungsparameterschätzung zu ermitteln. Die Schätzung eines Maßstabes ist hier allein durch das Fehlen einer entsprechenden Datumsfestlegung nicht möglich, da die Referenzdaten in übergeordneter Genauigkeit nicht hinzugezogen werden.

Der zentrale Standpunkt 1 legt nun mittels seiner Nullrichtung und dem gedachten Schnittpunkt

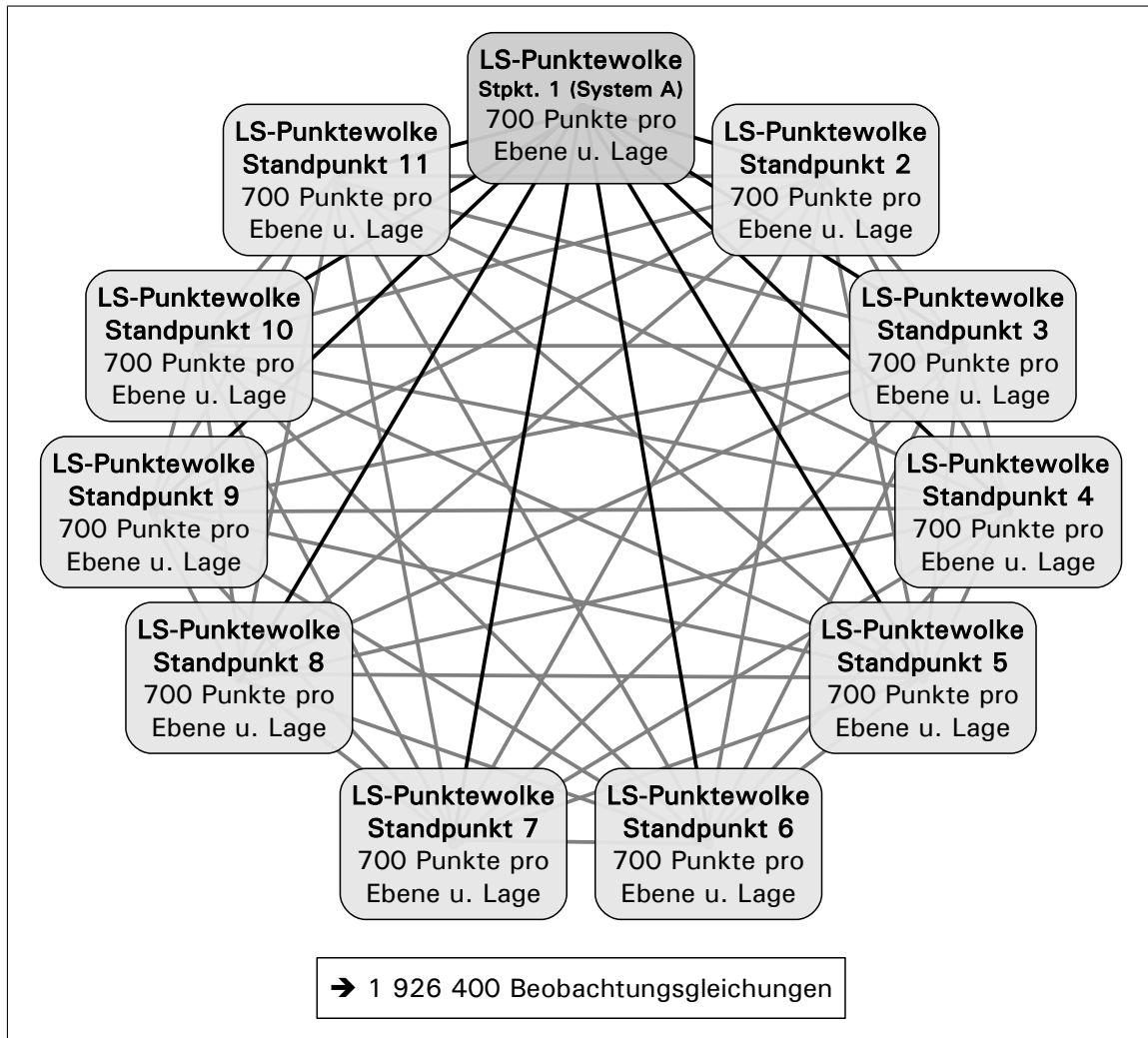


Abbildung 4.18: Verknüpfung des Datenmaterials in der In-Situ-Kalibrierung: Die Punktwolke eines jeden Laserscannerstandpunktes wird mit der Punktwolke eines jeden anderen Laserscannerstandpunktes in Zusammenhang gebracht.

seiner Achsen als Ursprung das übergeordnete Koordinatensystem (System A) fest, auf das die Orientierungsparameter der übrigen Standpunkte bezogen werden. Die Verbesserungsgleichungen vom Typ 4.41 und 4.42 stellen jeweils den funktionalen Zusammenhang zwischen dem übergeordneten System A und den übrigen Standpunktkoordinatensystemen her (in Abbildung 4.18 als schwarze Verbindungslinien dargestellt). Die Verbesserungsgleichung 4.43 verknüpft die Laserscannerstandpunkte 2 bis 11 miteinander (graue Verbindungslinien in Abbildung 4.18). Somit ergeben sich für die hier durchgeführte In-Situ-Kalibrierung wesentlich mehr Beobachtungsgleichungen, obwohl auf das ECDS3-Datenmaterial verzichtet wird.

Betrachtet werden vier Modellierungen, die in der Wahl der angesetzten Kalibrierparameter den Modellierungen mit Referenzdaten entsprechen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.7 aufgeführt.

Folgende Feststellungen können getroffen werden:

1. Im Gegensatz zur Kalibrierung mit Referenzdaten ergibt sich die Additionskorrektur  $a$  nahezu zu 0. Eventuell kompensiert sie in der Kalibrierung mit Referenzdaten einen relativen Maßstabsfaktor zwischen den Laserscanningpunkten und den Punkten der Einmessung mittels Industriemesssystem. Mit der mittleren Messentfernung von  $4,664m$  ergibt sich ein mittlerer Maßstabsfaktor zwischen den beiden Messsystemen zu:

$$1 + \frac{0,0004m}{4,664m} = 1,00008$$

Dieser Maßstab ist nicht als absoluter Maßstab des Laserscanner-Distanzmessers zu betrachten. Er bezieht sich vielmehr auf die Relation Laserscanner - Industriemesssystem.

2. Der Korrelationskoeffizient  $r_{i,e_{v_2}}$  bleibt mit 0,34 auf dem Niveau einer schwachen stochastischen Abhängigkeit. Die Konvergenzgeschwindigkeit des iterativen Ausgleichungsprozesses lässt dies jedoch anzweifeln: Sollen  $i$  und  $e_{v_2}$  simultan geschätzt werden, werden deutlich mehr Iterationen benötigt. Weiterhin ist aber eine Reduzierung der PVV-Summe festzustellen, die sich durch eine Modellierung mit  $e_{v_2}$  ergibt (vgl. Spalten 2. *Modell* und 3. *Modell* mit Spalte 4. *Modell*).

Eine anschauliche Erklärung, weshalb sich die Schätzung des Parameters  $i$  als schwierig erweist, liefern die Abbildungen 4.9 und 4.10. Während eine Abweichung von der primären Drehachse  $i$  von  $10,0mgon$  Abweichungen von der angenommenen Ebene von bis zu  $1,5mm$  verursacht, genügt bereits ein Zielachsenfehler  $c$  von  $5mgon$ , um Abweichungen in der gleichen Größe hervorzurufen. Im Vergleich zur Zielachsenabweichung hat die Abweichung der primären Drehachse wesentlich geringere Auswirkungen auf gescannte Ebenen und kann somit aus den Ebenen-Punktwolken unsicherer geschätzt werden.

3. Die Schätzwerte der übrigen Kalibrierparameter unterscheiden sich nicht wesentlich von den Ergebnissen der Kalibrierung mit Referenzdaten. Sieht man demnach von der Bestimmung einer Maßstabsgröße ab, ist die In-Situ-Kalibrierung gleichwertig gegenüber einer Kalibrierung unter Einbeziehung von Messungen übergeordneter Genauigkeit einzustufen.
4. Der Korrelationskoeffizient  $r_{c,e_{h_2}}$  beträgt  $-0,93$ . Somit bleibt die Größenordnung der Korrelation für diese beiden Parameter bestehen.

	Startwert	1. Modell		2. Modell		3. Modell		4. Modell	
		Schätzung	Stdabw.	Schätzung	Stdabw.	Schätzung	Stdabw.	Schätzung	Stdabw.
Additionskorrektur $a$ [mm]	0,0	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,0
Exzentrizität $e_{v_1}$ [mm]	0,0	0,4	0,0	-	-	-	-	-	-
Exzentrizität $e_{v_2}$ [mm]	0,0	-1,7	0,0	-	-	-	-	-1,6	0,0
Indexabweichung $h$ [mgon]	0,0	-17,61	0,04	-17,15	0,04	-17,14	0,04	-17,23	0,04
Zielachsenabweichung $c$ [mgon]	0,0	-19,73	0,08	-13,86	0,03	-19,83	0,08	-14,01	0,03
Abw. prim. Drehachse $i$ [mgon]	0,0	-21,27	0,17	8,58	0,16	8,11	0,16	-19,12	0,17
Exzentrizität $e_{h_1}$ [mm]	0,0	-0,1	0,0	-	-	-	-	-	-
Exzentrizität $e_{h_2}$ [mm]	0,0	0,5	0,0	-	-	0,5	0,0	-	-
Anzahl der Iterationen		55		5		5		53	
Standardabweichung der Gewichtseinheit		1,54		1,57		1,56		1,55	
PVV-Summe		4583037		4732257		4716498		4625476	
PVV-Summe der Orientierung ohne Modellierung der Kalibrierparameter: 5763939									
Anzahl der Beobachtungsgleichungen: 1926400									

Tabelle 4.7: Ergebnisse der In-Situ-Kalibrierparameterschätzung im Datensatz mit 700 Punkten pro Ebene und Lage

#### 4.2.5.3 Maßstabfaktor Laserscanner - Industriemesssystem

Um die Frage zu klären, ob die Vernachlässigung des Maßstabes in der Laserscannermodellierung durch die Additionskorrektur kompensiert werden kann, wird erneut eine Berechnung unter Verwendung des Datensatzes mit Referenzbeobachtungen durchgeführt. Die bereits geschätzten Werte der Größen  $h$ ,  $c$ ,  $i$ ,  $e_{h_1}$ ,  $e_{h_2}$ ,  $e_{v_1}$  und  $e_{v_2}$  werden der Tabelle 4.6, Spalte 1. *Modell* entnommen und als feste Größen angesetzt. Die Additionskorrektur  $a$  erhält den Wert 0. Zusätzlich zu den Orientierungsparametern wird lediglich der Maßstab  $m$  als Unbekannte eingeführt. Nach drei Iterationen ist die Schätzung der Orientierungsparameter sowie des Maßstabes beendet. Das Ergebnis

$$m = 1,000075 \pm 1ppm$$

bestätigt die These, dass ein Maßstabfaktor zwischen der Einmessung des Testfeldes mittels Industriemesssystem und der Laserscanner-Messung vorliegt, der sich in der Kalibrierparameterbestimmung in einer Additionskorrektur niederschlägt. Mit einer mittleren Strecke von  $4,664m$  und einem Maßstab von  $1,00008$  ergibt sich für  $a$

$$a = (1,00008 - 1) \cdot 4,664m = 0,0004m.$$

#### 4.2.5.4 Schlussfolgerungen

Die vorangegangenen Untersuchungen legten dar, dass die Orientierung mehrerer Laserscannerpunktwolken mittels identischer Ebenen die simultane Schätzung von Kalibrierparametern erlaubt. Insbesondere zeigten die Resultate für einen Beispieldatensatz eines konventionellen Laserscanners, dass die Anpassung von Punkten einer Punktwolke an die ausgeglichene Ebene einer anderen Punktwolke verbessert werden kann. Insbesondere für die Indexabweichung  $h$  sowie die Achsenabweichungen  $c$  und  $i$  ergaben sich Werte in Größenordnungen, die im Falle von anspruchsvollen Messaufgaben nicht vernachlässigt werden sollten.

Als problematisch erwiesen sich die Wechselwirkungen zwischen den Größen  $c$  und  $e_{h_2}$  sowie  $i$  und  $e_{v_2}$  innerhalb der Kalibrierparameterschätzung. Diese Wechselwirkungen waren bereits anhand der Abbildungen des Abschnitts 4.1.1.8 abzusehen, da sich hier, verursacht durch die entsprechenden Größen, jeweils ähnliche Deformationen der Ebenen zeigten.

Da sich für den Beispieldatensatz weder signifikante Schätzungen für die Exzentrizität  $e_{v_1}$  noch für die Exzentrizität  $e_{h_1}$  ergaben, und der Schätzwert für  $e_{h_2}$  unterhalb der Messgenauigkeit des Laserscanners liegt, ist anzunehmen, dass (mit Ausnahme von  $e_{v_2}$ ) die Exzentrizitäten im Korrekturmodell terrestrischer Laserscanner eine eher untergeordnete Rolle spielen.

### 4.2.6 Parameterschätzung im stochastischen Modell: Varianzkomponenten

Mittels Varianzkomponentenschätzung werden im Folgenden Genauigkeitsuntersuchungen anhand der im Testfeld erhobenen Daten durchgeführt. Das Ziel dieser Untersuchungen ist die Herleitung eines realistischen Genauigkeitsmodells, das die wesentlichen, die Genauigkeit der Laserabtastung beeinflussenden Faktoren berücksichtigt. Insbesondere wird somit die Oberflächenbeschaffenheit der gescannten Flächen als wichtiger äußerer Einflussfaktor betrachtet sowie der Zusammenhang der Genauigkeit mit der Messentfernung und dem Auftreffwinkel des Laserstrahls auf die gescannte Oberfläche.

#### 4.2.6.1 Auswirkungen der Oberflächenrauigkeit auf die Messgenauigkeit

Zur Analyse der Messgenauigkeit des Laserscannings auf unterschiedlich rauen Oberflächen wurden Punktwolken zu drei Spanplatten, zu drei Styroporplatten, zu einem Porenbetonstein, zu zwei mit Kunststoff beschichteten Tischlerplatten sowie zu zwei lackierten Glasscheiben ausgewählt. Insgesamt ergaben sich somit Punktwolken auf elf Ebenen mit fünf verschiedenen Oberflächen. Da sich die zu untersuchenden Ebenen jeweils im vorderen Bereich des Testfeldes befanden, wurden die Laserscans der Standpunkte 1 bis 5 sowie 9 bis 11 betrachtet.

Durch die im Anhang B beschriebene Varianzkomponentenschätzung wird innerhalb der Orientierungsberechnung anhand der identischen Ebenen für jede Oberflächengruppe eine Varianz der 3D-Punkte geschätzt. Da beim Laserscanning üblicherweise sehr große Datenmengen anfallen, werden die Punktwolken zuvor reduziert, so dass auf jeder Ebene mindestens 100 Punkte in jeder Lage zu liegen kommen und insgesamt 13960 Punkte für alle Ebenen in die Orientierungsberechnung mit Varianzkomponentenschätzung einfließen.

Eine Notwendigkeit der Datenreduktion ist im Hinblick auf die Orientierungsberechnung nicht unbedingt gegeben. Bei Einbeziehung der Varianzkomponentenschätzung muss jedoch innerhalb des Berechnungsprozesses die Varianz-Kovarianz-Matrix der Verbesserungen  $C_{vv}$  aufgestellt werden. Sie hat die Dimension  $n \times n$ , wenn  $n$  der Anzahl der Beobachtungsgleichungen entspricht. Da es sich um eine symmetrische Matrix handelt, genügt die Berechnung eines oberen oder unteren Matrixdreiecks, das noch  $\frac{1}{2}n(n+1)$  Elemente enthält. Folglich stellt der Algorithmus bei einer großen Anzahl von Beobachtungsgleichungen sehr hohe Ansprüche an die Kapazität des Arbeitsspeichers und die Leistung des verwendeten Rechensystems, weshalb es im Falle der Varianzkomponentenschätzung angebracht ist, die Datenmenge auf ein vertretbares Maß zu reduzieren.

Bevor die Ergebnisse der Orientierungsberechnung mit Varianzkomponentenschätzung für die Oberflächengruppen vorgestellt werden, wird zunächst der Blick auf das Datenmaterial und seine Eigenschaften gerichtet.

Betrachtet man die Punktwolke einer matt lackierten Fensterglasscheibe vergleichend mit der Punktwolke einer Styroporplatte (Abbildung 4.19), erkennt man, dass im Falle des Styropors ein erhöhtes Messrauschen vorliegt. Demnach sind für poröse Oberflächen höhere Standardabweichungen als Ergebnisse der Varianzkomponentenschätzung zu erwarten als bei glatten Oberflächen. Liefert die Varianzkomponentenschätzung für raue Oberflächen eine größere Standardabweichung als für glatte Oberflächen, kann sie als adäquates Mittel zur Bestimmung einer 3D-Punktgenauigkeit des Laserscannings angesehen werden.

Als Startwerte der Varianzkomponenten wurden für jede Oberflächengruppe eine Standardabweichung von 1,0 mm angesetzt. Nach insgesamt 13 Iterationen der Orientierungsparameterschätzung sowie Varianzkomponentenschätzung nach KOCH [2004] galt für jede Varianzkomponente  $\hat{\sigma}_i^2$

$$\frac{\hat{\sigma}_i^2 - 1.0}{s_{\sigma_i}} < 0,2 \quad (4.73)$$

mit  $s_{\sigma_i}$  als Varianz der Varianzkomponente  $\hat{\sigma}_i^2$ .



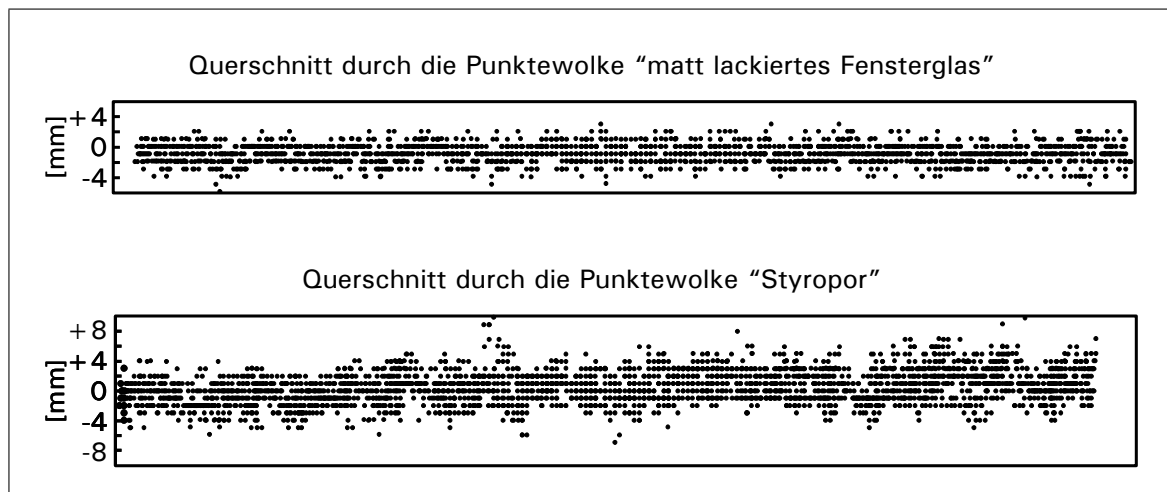


Abbildung 4.19: Querschnitte durch die Punktwolken einer matt lackierten Fensterglasscheibe sowie einer Styroporplatte

Die Ergebnisse der Varianzkomponentenschätzung in Tabelle 4.8 erlauben folgende Schlüsse:

1. Die kleinen Standardabweichungen der Varianzkomponenten deuten auf eine sichere Schätzung hin.
2. Wie es nach Abbildung 4.19 zu erwarten war, zeigen poröse Oberflächen, wie der Porenbeton und das Styropor, im Vergleich zu eher glatten Oberflächen große Schätzwerte, die auf ein erhöhtes, durch diese Oberflächen induziertes Messrauschen hinweisen.
3. Bezüglich des Porenbetonsteins lagen Laserscanningpunkte zu lediglich einer Oberfläche vor. Die daraus resultierende relativ geringe Anzahl der Beobachtungsgleichungen zu dieser Oberflächengruppe schlägt sich in einer erhöhten Standardabweichung der entsprechenden Varianzkomponente nieder.

Die Ergebnisse zeigen, dass allein durch die Integration der Varianzkomponentenschätzung in den Prozess der Orientierungsparameterschätzung mehrerer Standpunkte die Genauigkeiten der 3D-Punkte auf den unterschiedlichen Oberflächen bestimmt werden konnten, so dass zugleich zu den Orientierungsparametern auch differenzierte Information über die Messgenauigkeit vorliegt.

Gruppe	Varianzkomponente		Standardabweichung der Varianzkomponente [mm]
	Startwert [mm]	Schätzung [mm]	
Spanplatte	1,0	1,8	0,02
Styropor	1,0	6,0	0,02
Porenbeton	1,0	2,5	0,05
weiße Kunststoffbeschichtung	1,0	1,6	0,02
weißer Lack	1,0	1,8	0,02

Tabelle 4.8: Ergebnisse der Varianzkomponentenschätzung innerhalb der Orientierungsberechnung nach Einteilung der beobachteten Punkte nach Oberflächen

Weitere Untersuchungen beziehen sich nur auf Messungen auf die Oberflächenarten „Kunststoffbeschichtung“ und „Lackoberfläche“. Für diese beiden Gruppen ergeben sich keine deutlichen Unterschiede in der Messgenauigkeit, weshalb im Folgenden auf differenzierte Betrachtung der beiden Oberflächen verzichtet wird.

#### 4.2.6.2 Auswirkungen der Messentfernung auf die Genauigkeit

Für die folgenden Untersuchungen bezüglich des Einflusses der Messentfernung wurden die Scans der Standpunkte 2, 3, 4, 6, 8, 9 und 10 im Testfeld (Abbildung 4.14) auf zwölf der in Abschnitt 4.2.3 beschriebenen Testflächen herangezogen. Ebene 1 blieb zunächst unberücksichtigt.

Um eine für die Varianzkomponentenschätzung vertretbare Datenmenge zu erhalten, wurden die Punktwolken reduziert, indem aus jeder Ebenen-Punktwolke jeder Lage durch einen Zufallsgenerator 20 Punkte so ausgewählt wurden, dass sie nahezu auf einem  $4 \times 5$ -Raster liegen. Damit ergeben sich durch die Zwei-Lagen-Messung für jede Ebene eines Standpunktes insgesamt 40 Punkte.

Als Ebenenpunkte, die mit übergeordneter Genauigkeit gegenüber der Laserabtastung gewonnen wurden, können die Ergebnisse der Kalibrierfeld-Einmessung mittels Industriemesssystem angesehen werden (Abschnitt 4.2.3.2). Sie werden als Punkte in einem Referenzkoordinatensystem (System A) zum Datensatz hinzugefügt.

Dieser Datensatz soll die Grundlage für Genauigkeitsuntersuchungen mittels der Varianzkomponentenschätzung dienen, indem er der Orientierungsberechnung mittels identischer Ebenen zugeführt wird. Als Verbesserungsgleichungen werden Gleichungen 4.41 und 4.42 verwendet, so dass die Punkte der Referenzmessungen mit den ausgleichenden Ebenen der Laserscanningpunktwolken in Beziehung gesetzt werden und umgekehrt.

Um Erkenntnisse über die Existenz und Art der Abhängigkeit der Genauigkeit von der Messentfernung zu erhalten, werden die gescannten Punkte des beschriebenen Datensatzes nach ihrer Messentfernung in Gruppen unterteilt. Die kleinste Messentfernung beträgt ca.  $0,8m$ , die maximale Messentfernung  $8,8m$ , so dass acht Gruppen mit einem Intervall von  $1m$  gebildet werden. Eine zusätzliche Varianzgruppe bilden die Referenzebenenpunkte des Industriemesssystems. Dadurch wird gewährleistet, dass die Gewichte zwischen den mit unterschiedlichen Messsystemen gewonnenen Beobachtungen richtig bestimmt werden.

Die Daten werden anschließend anhand der Orientierungsberechnung ausgewertet. Für jede der acht Entfernungsgruppen sowie der Gruppe der Referenzebenenpunkte wird eine Varianzkomponente geschätzt, so dass als Resultat jeder Entfernungsgruppe eine Standardabweichung (= Wurzel der geschätzten Varianzkomponente) eines 3D-Punktes zugeordnet werden kann. Tabelle 4.9 enthält die Ergebnisse.

Für die Gruppe der Referenzbeobachtungen wurden in der Ausgleichung die Kehrwerte der aus der ECDS3-Auswertung resultierenden Varianzen als Gewichte eingeführt, so dass die geschätzte Varianzkomponente der Referenzbeobachtungen ein Vorfaktor dieser Varianzen darstellt. Es zeigt sich, dass die Varianzen der Punkte als zu optimistisch anzusehen sind. Im Mittel ergibt sich eine neue Standardabweichung der ECDS3-Punkte zu  $0,97mm$ .

In Abbildung 4.20 sind die Standardabweichungen dem Mittelwert ihrer Entfernungsgruppe zugeordnet. Zunächst kann anhand der Grafik der bereits in SCHÄFER und SCHULZ [2005] festgestellte Zusammenhang zwischen Messentfernung und Genauigkeit bestätigt werden: Je größer die Messentfernung, desto geringer die Genauigkeit (beziehungsweise größer die Standardabweichung).

Nach den Ausführungen in Abschnitt 4.1.2.3 lässt sich vermuten, dass zwischen der Messentfernung und der Genauigkeit ein linearer Zusammenhang besteht. Durch eine Regressionsanalyse wird anhand der acht Wertepaare eine Gerade geschätzt. Die Anzahl der Punkte in den Varianzgruppen, die als Säulen in Abbildung 4.20 wiedergegeben sind, fließen als Gewichte in die Regressionsanalyse ein.

	Varianzkomponente		Standardabweichung der Varianzkomponente [mm]	Anzahl der Punkte pro Gruppe
	Startwert [mm]	Schätzung [mm]		
0,8 m - 1,8 m	1,00	1,74	0,09	266
1,8 m - 2,8 m	1,00	1,46	0,06	483
2,8 m - 3,8 m	1,00	1,42	0,06	490
3,8 m - 4,8 m	1,00	1,65	0,07	418
4,8 m - 5,8 m	1,00	1,98	0,06	581
5,8 m - 6,8 m	1,00	2,03	0,06	497
6,8 m - 7,8 m	1,00	2,10	0,07	453
7,8 m - 8,8 m	1,00	1,97	0,09	253
Referenzbeobachtungen	0,15	0,97	0,05	228

Tabelle 4.9: Ergebnisse der Varianzkomponentenschätzung innerhalb der Orientierungsberechnung nach Einteilung der beobachteten Punkte nach der Messentfernung

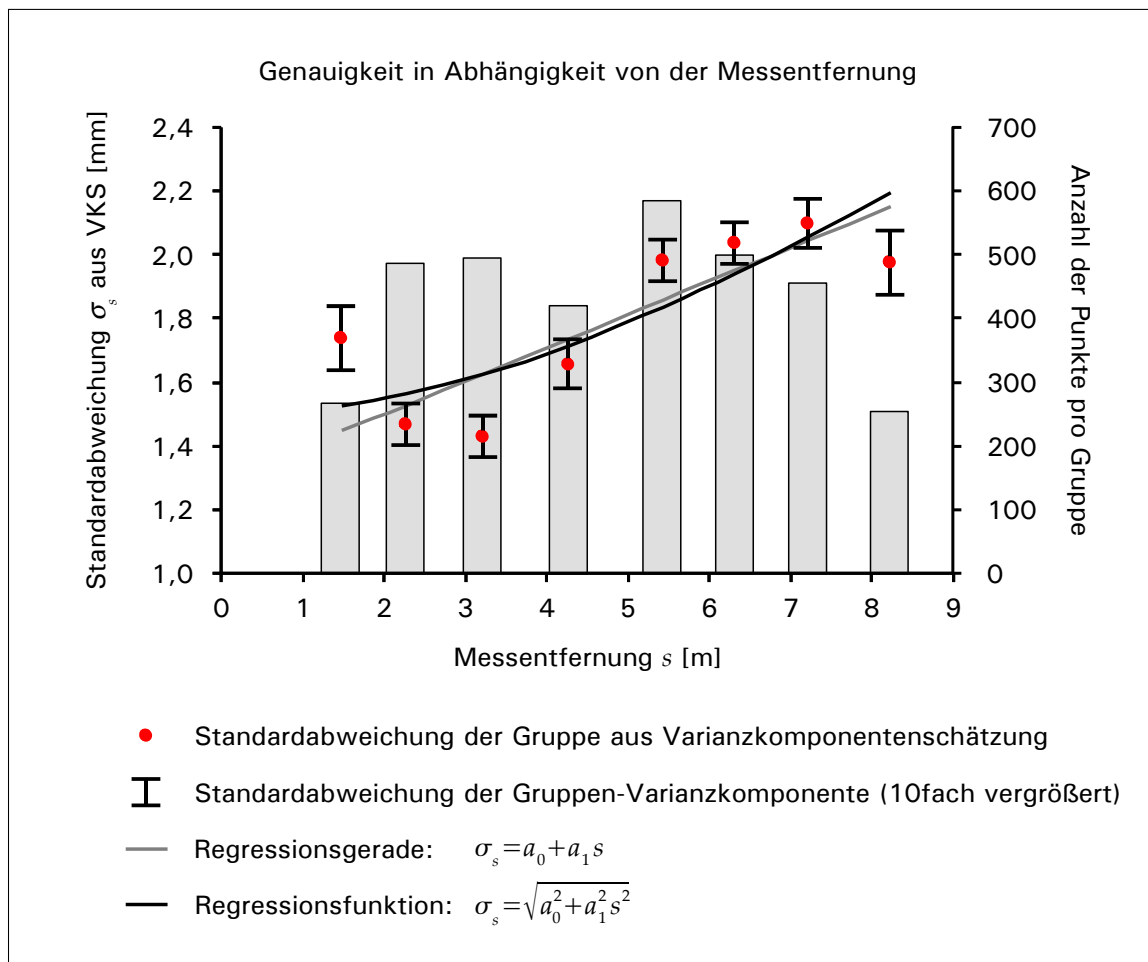


Abbildung 4.20: Einteilung der Laserscannerpunkte nach ihrer Messentfernung und Schätzung entsprechender Varianzkomponenten

Es ergibt sich:

$$\sigma_{s_{[mm]}} = a_0 + a_1 s_{[m]} = 1,3 + 0,100 s_{[m]} \quad (4.74)$$

Die resultierende Gerade ist in Abbildung 4.20 grau dargestellt.

Zwei kritische Punkte bleiben anzumerken:

- Die geschätzten Standardabweichungen der kleinsten sowie der größten Entfernungsgruppe weichen stärker von der Regressionsgerade ab als alle übrigen Werte. Jedoch zeigen die Standardabweichungen der Varianzkomponenten, dass sie im Vergleich mit den übrigen Größen unsicherer bestimmt werden konnten, was aus einer geringeren Anzahl an Punkten in diesen Gruppen resultiert.
- Die geschätzten Werte für die Standardabweichungen der einzelnen Beobachtungsgruppen bewegen sich lediglich in einem Intervall von  $0,8\text{ mm}$ . Dies liegt jedoch in der begrenzten Dimension des Testfeldes begründet, die in einer maximalen Strecke des Datensatzes von  $8,8\text{ m}$  resultiert.

Um Sicherheit in der Frage bezüglich des Zusammenhangs zwischen Genauigkeit und Messentfernung zu erlangen, soll getestet werden, wie gut sich die gefundene Regressionsgerade an das Datenmaterial anpasst. Hierzu wird ein Test aller „eigentlichen“ Regressionsparameter durchgeführt [BENNING, 2007].

#### Test aller „eigentlichen“ Regressionsparameter

Als „eigentliche“ Regressionsparameter werden alle nicht absoluten Parameter  $(a_1, a_2, \dots, a_{u-1})$ ; nicht  $a_0$ ) der Regressionsfunktion angesehen. Die Hypothesen lauten:

$$H_0 : a_1 = a_2 = \dots = a_{u-1} = 0 \quad \text{gegen} \quad (4.75)$$

$$H_1 : a_j \neq 0 \quad \text{für mindestens ein } j = 1, \dots, (u-1)$$

Die Testgröße

$$\hat{F} = \frac{n-u}{u-1} \cdot \frac{r^2}{1-r^2} \quad (4.76)$$

mit  $n$ : Anzahl der Wertepaare

$u$ : Anzahl der unbekannten Parameter

ergibt sich mit dem Bestimmtheitsmaß

$$r^2 = \frac{(\hat{\mathbf{y}} - \bar{\mathbf{y}})^T \mathbf{P} (\hat{\mathbf{y}} - \bar{\mathbf{y}})}{(\mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}})^T \mathbf{P} (\mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}})} = 1 - \frac{\hat{\mathbf{e}}^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{e}}}{(\mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}})^T \mathbf{P} (\mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}})} \quad (4.77)$$

mit  $\hat{\mathbf{y}}$ : Vektor der ausgeglichenen Beobachtungen

bzw. der sich aus der geschätzten Funktion ergebenden  $y$ -Werte der Wertepaare

$\bar{\mathbf{y}}$ : Vektor des arithmetischen Mittels der ursprünglichen  $y$ -Werte der Wertepaare

$\mathbf{y}$ : Vektor der Beobachtungen bzw. der ursprünglichen  $y$ -Werte der Wertepaare

$\mathbf{P}$ : Gewichtsmatrix.

Ist die Testgröße  $\hat{F}$  größer als ein Quantil der F-Verteilung  $F_{f_1;f_2;(1-\alpha)}$  mit den Freiheitsgraden  $f_1 = u - 1$  und  $f_2 = n - u$  sowie der Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$ , wird die Nullhypothese verworfen und es wird angenommen, dass sich mindestens ein  $a_j$  signifikant von 0 unterscheidet.

Im vorliegenden Fall der Regressionsgeraden beträgt das Bestimmtheitsmaß  $r^2 = 0,696$ , die Testprüfgröße ergibt sich zu  $\hat{F} = 13,728$ . Vergleicht man das entsprechende Quantil der F-Verteilung  $F_{(u-1);(n-u);(1-\alpha)} = F_{1;6;0,95} = 5,987$  mit der Prüfgröße  $\hat{F}$ , so ist  $\hat{F} > F_{1;6;0,95}$ . Der Test ist somit nicht bestanden. Die Nullhypothese wird verworfen. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% kann konstatiert werden, dass sich der Steigungsparameter  $a_1$  der Regressionsgeraden vom Wert 0 unterscheidet und ein linearer Zusammenhang zwischen den geschätzten Standardabweichungen und den Messentfernungen besteht.

Für einen Test mit der Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha = 1\%$  ergibt sich das Quantil  $F_{1;6;0,99} = 13,745$ , so dass  $\hat{F}$  den Test knapp besteht.

Da es das Ziel ist, eine Genauigkeitsfunktion für die Entfernungsabhängigkeit aufzustellen, deren Parameter mittels Varianzkomponentenschätzung ermittelt werden sollen, bietet sich eher eine Funktion der Form

$$\sigma_s^2 = a_0^2 + a_1^2 \cdot s^2 \quad \text{bzw.} \quad \sigma_s = \sqrt{a_0^2 + a_1^2 \cdot s^2} \quad (4.78)$$

anstatt des linearen Zusammenhangs in Gleichung 4.74 an, da innerhalb des Berechnungsprozesses der Varianzkomponentenschätzung ausschließlich quadratische Formen, nämlich Varianzen statt Standardabweichungen, Verwendung finden. Somit ergibt sich durch eine erneute Regressionsanalyse für obigen funktionalen Zusammenhang:

$$\sigma_{s[mm]}^2 = 2,3 + 0,040 \cdot s_{[m]}^2. \quad (4.79)$$

Das Bestimmtheitsmaß der Regression beträgt  $r^2 = 0,698$  und entspricht damit nahezu dem Bestimmtheitsmaß der Geraden. Mit der Testgröße  $\hat{F} = 13,863$  wird mit einer Sicherheit von 99% die Nullhypothese verworfen und die Alternativhypothese angenommen, so dass die Entfernungsabhängigkeit der Genauigkeit mit dem funktionalen Zusammenhang in Gleichung 4.79 erklärt werden kann.

#### 4.2.6.3 Auswirkungen des Auftreffwinkels auf die Genauigkeit

Zur Untersuchung der Laserscanninggenauigkeit in Abhängigkeit vom Auftreffwinkel wurde auf den im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen Datensatz zurückgegriffen.

Der Wertebereich der Auftreffwinkel der Laserstrahlen auf den gescannten Oberflächen reicht von  $12,2gon$  bis  $99,4gon$ , so dass sich zur Untersuchung der Genauigkeit in Bezug auf den Auftreffwinkel eine Unterteilung in neun Gruppen mit einem jeweiligen Intervall von  $10gon$  anbietet. Eine zusätzliche Gruppe bilden jeweils die Beobachtungen des Industriemesssystems, die zugleich das globale Koordinatensystem definieren. Für jede Gruppe wird erneut eine Varianzkomponente innerhalb der Orientierungsberechnung geschätzt. Die Ergebnisse gibt Tabelle 4.10 wieder.

Wie zu erwarten war, erhält die Gruppe der flachen Auftreffwinkel im Bereich von  $10gon$  bis  $20gon$  die größte Standardabweichung. Die Schätzungen der übrigen Gruppen bewegen sich in einem Bereich von  $1,5mm$  bis  $2,0mm$ . Wie in Abbildung 4.21 zu sehen ist, nimmt jedoch die Standardabweichung mit anwachsendem Auftreffwinkel nicht kontinuierlich ab, sondern erreicht zwischen  $70$  und  $80gon$  nochmals ein lokales Maximum.

	Varianzkomponente		Standardabweichung	Anzahl der
	Startwert	Schätzung	der Varianzkomponente	Punkte
	[mm]	[mm]	[mm]	pro Gruppe
10gon - 20gon	1,00	2,45	0,11	177
20gon - 30gon	1,00	1,55	0,07	373
30gon - 40gon	1,00	1,47	0,09	251
40gon - 50gon	1,00	1,45	0,07	406
50gon - 60gon	1,00	1,87	0,06	575
60gon - 70gon	1,00	1,91	0,06	600
70gon - 80gon	1,00	1,98	0,07	378
80gon - 90gon	1,00	1,86	0,09	280
90gon - 100gon	1,00	1,75	0,07	401
Referenzbeobachtungen	0,15	1,00	0,05	228

Tabelle 4.10: Ergebnisse der Varianzkomponentenschätzung innerhalb der Orientierungsberechnung nach Einteilung der beobachteten Punkte nach der Messentfernung

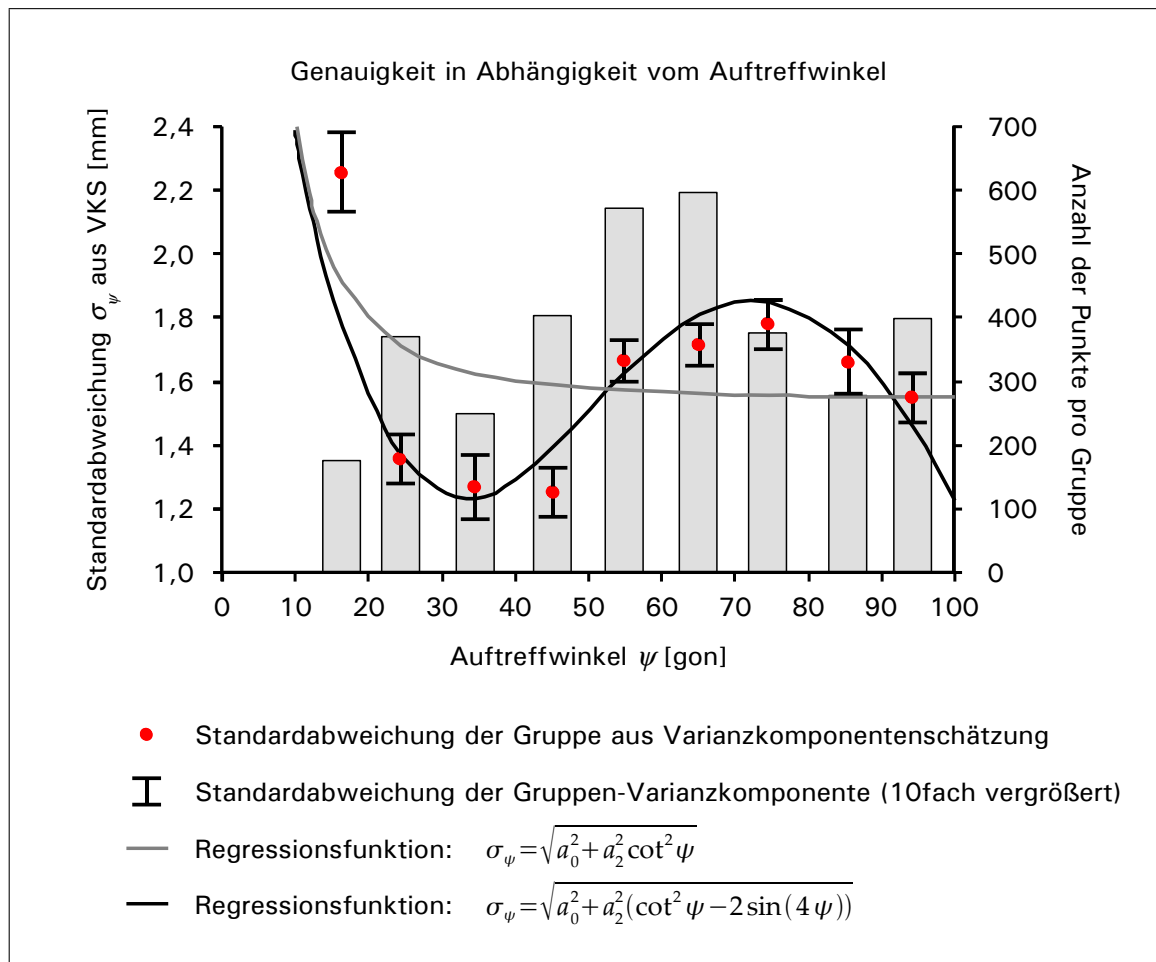


Abbildung 4.21: Einteilung der Laserscannerpunkte nach ihrem Auftreffwinkel und Schätzung entsprechender Varianzkomponenten

Eine Modellierung mittels Kotangens, wie in Abschnitt 4.1.2.3 vorgeschlagen, ist demnach unzureichend. Eine entsprechende Regressionsanalyse liefert die in Abbildung 4.21 grau dargestellte Funktion nach Gleichung 4.69:

$$\sigma_\psi = \sqrt{a_0^2 + a_2^2 \cdot \cot^2 \psi} = \sqrt{3,1 + 0,1 \cdot \cot^2 \psi} \quad (4.80)$$

Der Test aller „eigentlichen“ Regressionsparameter nach BENNING [2007] liefert die Testgröße  $\hat{F} = 1,090$ , so dass der angenommene funktionale Zusammenhang die Abhängigkeit der Genauigkeit vom Auftreffwinkel nicht ausreichend erklärt. Die geschätzten Gruppenvarianzen zeigen zusätzlich einen schwingenden Verlauf der Genauigkeit, so dass sich eine Überlagerung mit einer Sinus- bzw. Kosinusschwingung vermuten lässt. Die Schwingungsdauer erstreckt sich über den Bereich von 0 bis  $100\text{gon}$  und erfährt zunächst eine Auslenkung in negativer Richtung, anschließend in positiver Richtung, so dass als Überlagerung mit dem in Gleichung 4.80 verwendeten Zusammenhang eine Funktion in der Form

$$\sigma_\psi = \sqrt{a_0^2 + a_2^2 \cdot (\cot \psi - f \cdot \sin(4\psi))} \quad (4.81)$$

aufgestellt werden kann.

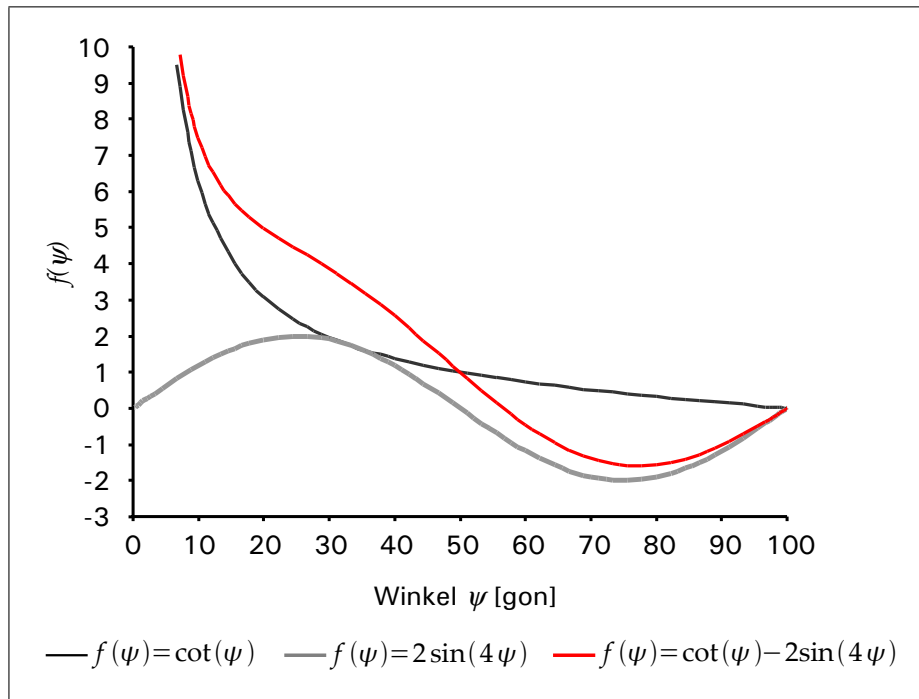


Abbildung 4.22: Verlauf der Teilterme  $\cot \psi$  und  $2 \sin 4\psi$  sowie ihrer Überlagerung

Zu beachten ist das Minuszeichen vor dem Sinusterm, da hierdurch der Term  $\cot \psi - f \cdot \sin(2\psi)$  negativ werden könnte. Deshalb ist der Vorfaktor  $f$  so zu wählen, dass der von  $\psi$  abhängige Term minimal zu 0 wird, jedoch nicht negativ werden kann. Für  $f = 2$  ergibt sich der in Abbildung 4.22 dargestellte Sachverhalt. Für  $\psi = 33,3333\text{gon}$  ist  $\cot \psi = f \cdot \sin(4\psi)$ . Daraus folgt die Genauigkeitsfunktion:

$$\sigma_\psi = \sqrt{a_0^2 + a_2^2 \cdot (\cot \psi - 2 \cdot \sin(4\psi))} \quad (4.82)$$

Durch eine Regressionsanalyse bezüglich der geschätzten Gruppenvarianzen aus Tabelle 4.10 erhält man die in Abbildung 4.21 schwarz dargestellte Funktion:

$$\sigma_\psi = \sqrt{2,0\text{mm}^2 + 0,9\text{mm}^2 \cdot (\cot \psi - 2 \cdot \sin(4\psi))} \quad (4.83)$$

Mit der Testgröße  $\hat{F} = 11,513$  wird der Test aller „eigentlichen“ Regressionsparameter auf einem 99%-Signifikanzniveau bestanden. Die in Gleichung 4.83 empirisch gefundene Genauigkeitsfunktion erklärt somit ausreichend die Abhängigkeit der Genauigkeit vom Auftreffwinkel des Laserstrahls auf der Objektoberfläche.

Die zunächst in Gleichung 4.69 nach RUNNE [1993] angenommene Funktion, wonach sich die Genauigkeit der reflektorlosen Streckenmessung mit dem Kotangens des Auftreffwinkels verschlechtert, kann demnach nicht gänzlich bestätigt werden. Es treten Effekte auf, die den mittels Kotangens modellierbaren Zusammenhang zwischen Streckenmessgenauigkeit und Auftreffwinkel überlagern und durch einen zusätzlichen Sinusterm modelliert werden können.

Ihre Ursachen sind im Phasenvergleichsverfahren zu vermuten, das der hier untersuchte Laserscanner zur Distanzmessung verwendet. Beispielsweise könnten Phaseninhomogenitäten des Messstrahls (vgl. Abschnitt 2.3.1.4) bewirken, dass die Distanz in Abhängigkeit vom Auftreffwinkel anhand von unterschiedlichen Modulationsphasen ermittelt wird.

#### 4.2.6.4 Schätzen einer Genauigkeitsfunktion für Laserscannerbeobachtungen

Die vorangegangenen Untersuchungen erlauben nun die Aufstellung eines Genauigkeitsmodells für das terrestrische Laserscanning, das sowohl den Einfluss der Streckenmessung als auch des Auftreffwinkels auf die Laserabtastung beinhaltet. Die Kombination der gefundenen Regressionsanalysen führen zu folgender Genauigkeitsfunktion:

$$\sigma_{s,\psi}^2 = a_0^2 + a_1^2 \cdot s^2 + a_2^2 \cdot (\cot \psi - 2 \cdot \sin(4 \cdot \psi)) \quad (4.84)$$

Der Parameter  $a_1^2$  bestimmt den Grad der Abhängigkeit von der Messentfernung, während der Parameter  $a_2^2$  den Einfluss des Auftreffwinkels quantifiziert. Der absolute Parameter  $a_0$  vereinigt in sich die konstanten Anteile sowohl des Einflusses der Streckenmessung als auch des Auftreffwinkels. Zusätzlich erlaubt er, äußere Einflüsse, wie z. B. durch die Objektoberfläche hervorgerufene Ungenauigkeiten, zu berücksichtigen.

Um das aufgestellte Genauigkeitsmodell zu bestätigen, werden für den oben beschriebenen Datensatz nach dem Modell der **überlappenden Varianzkomponenten** die Parameter  $a_0^2$ ,  $a_1^2$  und  $a_2^2$  bestimmt. Damit systematische Einflüsse des Laserscanners ausgeschlossen sind, werden die Kalibrierparameter aus Abschnitt 4.1.1 als zusätzliche Unbekannte zu den Orientierungsparametern eingeführt. Auf die Schätzung eines Maßstabsfaktors wird verzichtet.

Die Startwerte der drei zu schätzenden Parameter  $a_0^2$ ,  $a_1^2$  und  $a_2^2$  für die Varianzkomponentenschätzung ergeben sich aus den vorangegangenen Regressionsanalysen:

$$\begin{aligned} a_0^2 &= 1,96\text{mm}^2 = (1,4\text{mm})^2 \\ a_1^2 &= 0,000040005625 = (0,006325)^2 \\ a_2^2 &= 0,81\text{mm}^2 = (0,9\text{mm})^2. \end{aligned}$$

Für die Kalibrierparameter wird jeweils 0 als Näherungswert angesetzt.

Nach insgesamt 13 Iterationen konvergiert die Varianzkomponentenschätzung. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.11 dargestellt.



	Varianzkomponente		Standardabweichung der Varianzkomponente
	Startwert	Schätzung	
$a_0$	1,4mm	1,3mm	0,1mm
$a_1$	0,006325	0,000100	0,000034
$a_2$	0,9mm	0,6mm	0,3mm
Referenzbeobachtungen	1,0mm	0,9mm	0,4

Tabelle 4.11: Ergebnisse der Varianzkomponentenschätzung innerhalb der Orientierungsberechnung mit entfernungs- und auftreffwinkelabhängigem Genauigkeitsmodell

Der entfernungsabhängige Anteil der Genauigkeit erscheint mit  $100\text{ppm}$  recht hoch. Deshalb sei an dieser Stelle auf die Genauigkeitsuntersuchungen von SCHÄFER und SCHULZ [2005] hingewiesen. Dort ist eine Grafik zu finden (Abbildung 4.23), die die Abhängigkeit der Genauigkeit von der Entfernung sowie vom Auftreffwinkel eines Laserscanners IMAGER 5003 von ZOLLER+FRÖHLICH darstellt. Dieser Grafik ist ein konstanter Anteil von ca.  $1,0\text{mm}$  zu entnehmen. Die Steigung einer gedachten Geraden ergibt sich zu ca.  $100\text{ppm}$ . Für Entfernungen unter  $10\text{m}$  ist die Steigung etwas geringer, beträgt jedoch immer noch ca.  $60\text{ppm}$ , so dass die oben aufgeführten Ergebnisse mit den Untersuchungen von SCHÄFER und SCHULZ [2005] übereinstimmen.

Bezüglich der Variation der Strahlauftreffwinkel kann aus der Grafik von SCHÄFER und SCHULZ [2005] lediglich der Schluss gezogen werden, dass sich die Genauigkeit mit flacher werdendem Auftreffwinkel verschlechtert.

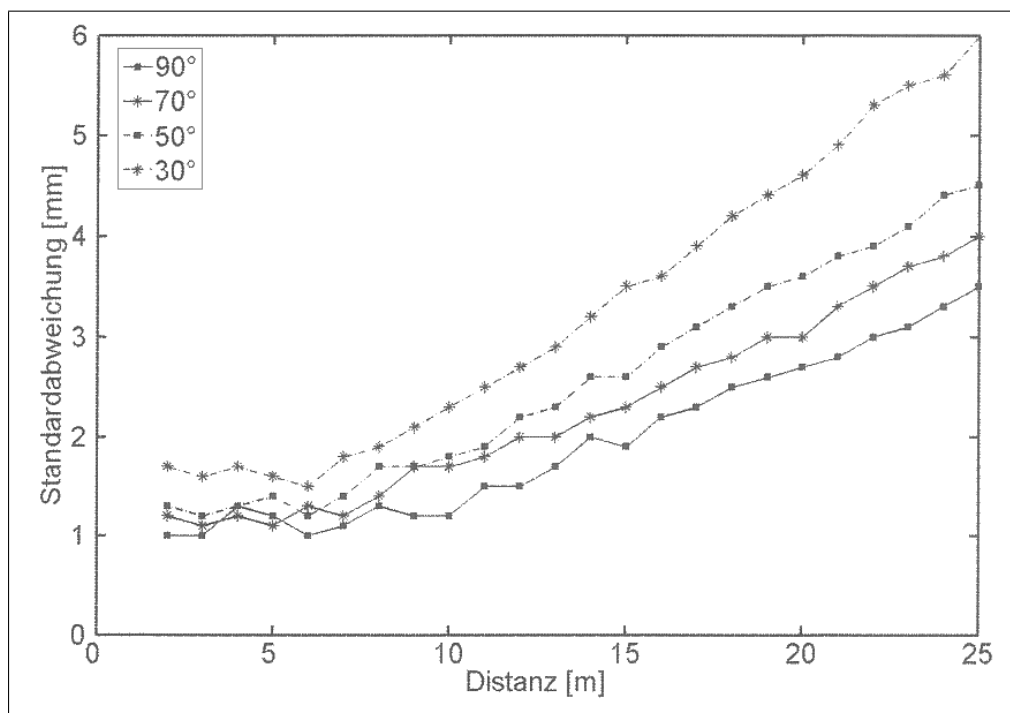
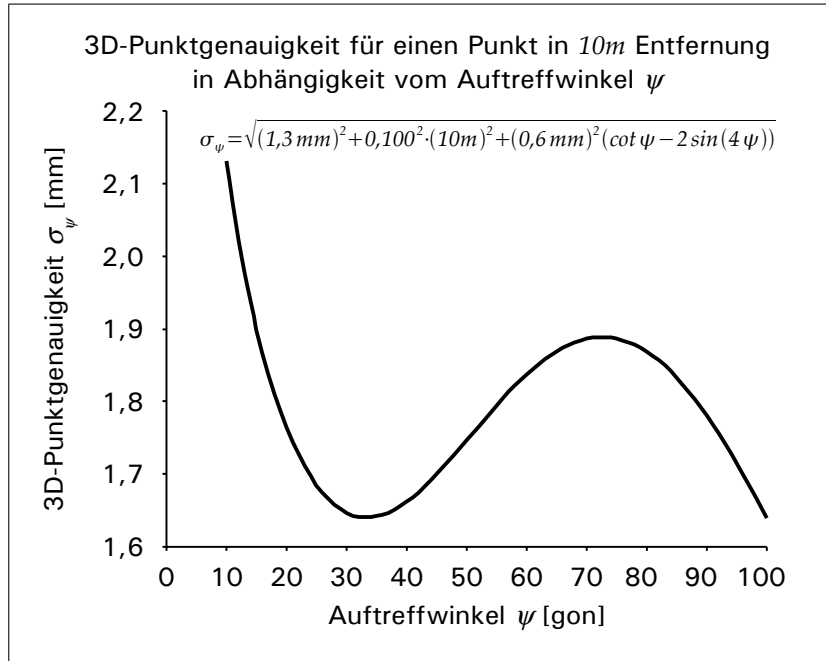


Abbildung 4.23: Übernommen aus SCHÄFER und SCHULZ [2005]: Einfluss des Auftreffwinkels auf die Standardabweichung der Einzelmessung (berechnet aus 1000 Einzelmessungen)

Zum Laserscanner IMAGER 5003 gibt es keine Herstellerangabe, die sich auf die Genauigkeit eines 3D-Punktes bezieht. Vielmehr werden die Streckenmessgenauigkeit sowie die Genauigkeit der vertikalen und horizontalen Winkelablesung getrennt betrachtet (vgl. Tabelle 4.5). Um die Herstelleranga-

Abbildung 4.24: 3D-Punktgenauigkeit in 10m Entfernung in Abhängigkeit vom Auftreffwinkel  $\psi$ 

be mit den vorgestellten Ergebnissen vergleichen zu können, wird das Varianzfortpflanzungsgesetz angewandt. Die „Root-Mean-Square“-Werte der Herstellerangaben werden als Standardabweichungen der jeweiligen polaren Messgröße interpretiert. Durch die Umrechnung von polaren Koordinaten in kartesische Koordinaten nach Gleichung 2.1 und das Ersetzen der Größen  $(r, \varphi, \theta)$  durch die gemessenen Größen  $(s, \alpha, \zeta)$  kann die Matrix  $\mathbf{F}$  aufgestellt werden:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial \alpha} & \frac{\partial y}{\partial \alpha} & \frac{\partial z}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{pmatrix} \quad (4.85)$$

Mit dem Vektor  $\mathbf{c}_{s,\alpha,\zeta}$

$$\mathbf{c}_{s,\alpha,\zeta} = (\sigma_s^2, \sigma_\alpha^2, \sigma_\zeta^2)^T \quad (4.86)$$

der Varianzen der polaren Messelemente ergeben sich die Varianzen der kartesischen Koordinaten  $(x, y, z)$ :

$$\mathbf{c}_{x,y,z} = \mathbf{F} \mathbf{c}_{s,\alpha,\zeta} \mathbf{F}^T = (\sigma_x^2, \sigma_y^2, \sigma_z^2)^T \quad (4.87)$$

Um eine Genauigkeitsangabe bezüglich eines 3D-Punktes zu erhalten, wird der Punkfehler nach HELMERT herangezogen, der sich in diesem Fall als eine Funktion der Größen  $s, \alpha$  und  $\zeta$  sowie deren Standardabweichungen darstellt:

$$\sigma_P = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2} = f(s, \alpha, \zeta, \sigma_s, \sigma_\alpha, \sigma_\zeta) \quad (4.88)$$

Für eine Messentfernung von  $10m$  ergeben sich mit den Varianzen der polaren Messelemente

$$\begin{aligned}\sigma_s^2 &= (1,3mm)^2 = 1,69mm^2 \\ \sigma_\alpha^2 &= (0,02^\circ)^2 = (22,2mgon)^2 = 493,8mgon^2 \\ \sigma_\zeta^2 &= (0,02^\circ)^2 = (22,2mgon)^2 = 493,8mgon^2.\end{aligned}\tag{4.89}$$

Für einen Vertikalwinkel von  $\zeta = 0gon$  oder  $\zeta = 200gon$  erhält man somit die kleinste Standardabweichung eines 3D-Punktes mit  $\sigma_P = 3,7mm$ , während die Standardabweichung für  $\zeta = 100gon$  ihr Maximum von  $\sigma_P = 5,1mm$  erreicht.

Die Abbildung 4.24 stellt die 3D-Punktgenauigkeit eines Punktes in einer Distanz von  $10m$  in Abhängigkeit vom Auftreffwinkel nach der durch Varianzkomponentenschätzung gefundenen Genauigkeitsfunktion dar. Messungen mit Auftreffwinkeln kleiner als  $10gon$  werden nicht dargestellt, da anzunehmen ist, dass das reflektierte Signal zu schwach ist, um noch detektiert zu werden. Im Beispieldatensatz waren keine Punkte mit einem Winkel kleiner  $12gon$  zu finden.

Die Grafik zeigt, dass die minimale 3D-Punktgenauigkeit für einen Auftreffwinkel von  $10gon$   $2,1mm$  beträgt. Die maximale Punktgenauigkeit liegt bei  $1,6mm$ . Daher ist die aus Herstellerangaben ableitbare Genauigkeit als zu pessimistisch einzustufen, da sie im Beispieldatensatz übertroffen wurde.

#### 4.2.6.5 Zusammenfassung der Genauigkeitsuntersuchungen mittels Varianzkomponentenschätzung

Die Transformation mehrerer Laserscannerstandpunkte in ein einheitliches Koordinatensystem stellt einen oft notwendigen Schritt im Auswerteprozess von Laserscanningdaten dar. Durch die vorangegangenen Untersuchungen konnte gezeigt werden, dass durch die Integration der Varianzkomponentenschätzung in die Orientierungsberechnung ein adäquates Mittel zur Feststellung der 3D-Punktgenauigkeit der Laserabtastung zur Verfügung steht. Auf diese Weise erhält man nicht nur Genauigkeitsmaße, die sich auf die Messgenauigkeit des Instrumentes selbst beziehen. Sie erlaubt des Weiteren eine Differenzierung des Beobachtungsmaterials, so dass äußere Einflussfaktoren berücksichtigt werden können. Die Fachliteratur erwähnt in diesem Zusammenhang vor allem die Oberflächenbeschaffenheit des Messobjektes, die Entfernung zum Messobjekt sowie den Auftreffwinkel des Laserstrahls am Messpunkt. Anhand von beispielhaftem Datenmaterial konnte zudem ein funktionaler Zusammenhang der 3D-Punktgenauigkeit beim Laserscanning in Abhängigkeit von der Messdistanz sowie des Auftreffwinkels hergeleitet werden.

#### 4.2.6.6 Kalibrierparameterschätzung mit angepasstem stochastischem Modell

Aus den vorangegangenen Untersuchungen liegt nun ein stochastisches Modell vor, das es ermöglicht, Laserabtastungen auf Flächen in Abhängigkeit von der Oberflächenbeschaffenheit, der Messentfernung sowie des Auftreffwinkels zu gewichten. Unter diesem Aspekt werden im Folgenden die Kalibrierparameterschätzungen der Abschnitte 4.2.5.1 und 4.2.5.2 wiederholt, indem die zuvor gefundene und in Abbildung 4.24 dargestellte Genauigkeitsfunktion zur Gewichtung eines jeden Laserpunktes herangezogen wird.

Analog zu den vier Modellierungen des Abschnittes 4.2.5.1 sind in Tabelle 4.12 die Schätzungen der jeweils modellierten Kalibrierparameter mit Referenzdaten unter Berücksichtigung des stochastischen Modells zu finden. Die Schätzungen mit einheitlich gewichteten Laserscannerbeobachtungen sind zum Vergleich in grau aufgeführt.

Es zeigt sich:

1. Die geschätzten Kalibrierparameter stimmen im Wesentlichen mit den Schätzungen ohne Berücksichtigung des stochastischen Modells der Beobachtungen überein.
2. Die Standardabweichungen der geschätzten Kalibrierparameter konnten durch das angepasste stochastische Modell gesenkt werden, wodurch sich zeigt, dass signifikantere Schätzungen induziert werden.
3. Die Werte der a posteriori Standardabweichung der Gewichtseinheit liegen mit  $\hat{\sigma}_0 = 0,73$  beziehungsweise  $\hat{\sigma}_0 = 0,75$  unter dem Wert 1,0. Diese Tatsache deutet auf eine a priori zu pessimistische Einschätzung der Messgenauigkeit der Laserscanner-Messungen oder auch der ECDS3-Messungen hin.
4. Der wesentliche Vorteil der Berücksichtigung des stochastischen Modells liegt in der Beschleunigung des Iterationsprozesses: Waren bei gleichzeitiger Modellierung der kritischen Parameter  $i$  und  $e_{v_2}$  zuvor noch bis zu 16 Iterationen notwendig, konvergiert die Schätzung nun nach bereits 12 Iterationen.
5. Die Modifizierung des stochastischen Modells durch die Zerlegung der Varianz in einzelne Komponenten resultiert in einer besseren Anpassung des Gesamtmodells an die Daten. Dies wird durch einen Vergleich der „normierten“ PVV-Summe  $pvv_{VKS}$  des 1. Modells mit angepasstem stochastischem Modell

$$pvv_{VKS} = \frac{PVV}{\hat{\sigma}_0^2} = \frac{177448}{0,73^2} = 332986$$

mit der „normierten“ PVV-Summe  $pvv_I$  des 1. Modells ohne angepasste Gewichtung

$$pvv_I = \frac{PVV}{\hat{\sigma}_0^2} = \frac{675323}{1,42^2} = 334915$$

deutlich.

	Startwert	1. Modell		2. Modell		3. Modell		4. Modell	
		Schätzung	Stdabw.	Schätzung	Stdabw.	Schätzung	Stdabw.	Schätzung	Stdabw.
Additionskorrektur $a$ [mm]	0,0	0,4 0,4	0,0 0,0	0,4 0,4	0,0 0,0	0,4 0,4	0,0 0,0	0,4 0,4	0,0 0,0
Exzentrizität $e_{v_1}$ [mm]	0,0	0,3 0,3	0,0 0,0	-	-	-	-	-	-
Exzentrizität $e_{v_2}$ [mm]	0,0	-2,6 -2,7	0,0 0,1	-	-	-	-	-2,6 -2,6	0,0 0,0
Indexabweichung $h$ [mgon]	0,0	-17,28 -17,69	0,10 0,61	-16,76 -17,26	0,10 0,65	-16,74 -17,25	0,10 0,65	-16,91 -17,40	0,10 0,61
Zielachsenabweichung $c$ [mgon]	0,0	-19,50 -19,62	0,18 1,14	-13,58 -13,85	0,07 0,45	-19,63 -19,84	0,19 1,21	-13,88 -14,11	0,07 0,42
Abw. prim. Drehachse $i$ [mgon]	0,0	-40,33 -39,43	0,40 2,39	8,74 8,71	0,35 2,38	7,86 7,81	0,35 2,39	-38,67 -37,44	0,40 2,38
Exzentrizität $e_{h_1}$ [mm]	0,0	-0,1 -0,1	0,0 0,0	-	-	-	-	-	-
Exzentrizität $e_{h_2}$ [mm]	0,0	0,4 0,5	0,0 0,0	-	-	0,5 0,5	0,0 0,1	-	-
Anzahl der Iterationen		12 16		3 5		3 5		12 15	
Standardabweichung der Gewichtseinheit		0,73 1,42		0,75 1,52		0,75 1,52		0,73 1,42	
PVV-Summe		177448 675323		190071 773053		189401 773925		178698 677393	
PVV-Summe der Orientierung ohne Modellierung der Kalibrierparameter: 235291 (815823)									
Anzahl der Beobachtungsgleichungen: 335830									

Tabelle 4.12: Vergleich der Ergebnisse der Kalibrierparameterschätzung mit Referenzdaten: mit angepasstem stochastischem Modell (schwarz) versus einheitliche Gewichtung (grau)

	Startwert	1. Modell		2. Modell		3. Modell		4. Modell	
		Schätzung	Stdabw.	Schätzung	Stdabw.	Schätzung	Stdabw.	Schätzung	Stdabw.
Additionskorrektur $a$ [mm]	0,0	0,0 0,1	0,0 0,0	0,0 0,0	0,0 0,0	0,0 0,0	0,0 0,0	0,0 0,1	0,0 0,0
Exzentrizität $e_{v_1}$ [mm]	0,0	0,4 0,4	0,0 0,0	-	-	-	-	-	-
Exzentrizität $e_{v_2}$ [mm]	0,0	-2,3 -1,7	0,0 0,0	-	-	-	-	-2,2 -1,6	0,0 0,0
Indexabweichung $h$ [mgon]	0,0	-17,27 -17,61	0,04 0,04	-16,65 -17,15	0,04 0,04	-16,63 -17,14	0,04 0,04	-16,77 -17,23	0,04 0,04
Zielachsenabweichung $c$ [mgon]	0,0	-19,66 -19,73	0,08 0,08	-13,59 -13,86	0,03 0,03	-19,62 -19,83	0,08 0,08	-13,83 -14,01	0,03 0,03
Abw. prim. Drehachse $i$ [mgon]	0,0	-33,67 -21,27	0,16 0,17	8,60 8,58	0,15 0,16	8,13 8,11	0,15 0,16	-31,40 -19,12	0,16 0,17
Exzentrizität $e_{h_1}$ [mm]	0,0	-0,1 -0,1	0,0 0,0	-	-	-	-	-	-
Exzentrizität $e_{h_2}$ [mm]	0,0	0,5 0,5	0,0 0,0	-	-	0,5 0,5	0,0 0,0	-	-
Anzahl der Iterationen		59 55		6 5		6 5		58 53	
Standardabweichung der Gewichtseinheit		0,98 1,54		1,00 1,57		0,99 1,56		0,98 1,55	
PVV-Summe		1842865 4583037		1911136 4732257		1904649 4716498		1860450 4625476	
PVV-Summe der Orientierung ohne Modellierung der Kalibrierparameter: 2305214 (5763939)									
Anzahl der Beobachtungsgleichungen: 1926400									

Tabelle 4.13: Ergebnisse der In-Situ-Kalibrierparameterschätzung: mit angepasstem stochastischem Modell (schwarz) versus mit einheitlicher Gewichtung (grau)

Die Tabelle 4.13 enthält die Schätzergebnisse der In-Situ-Kalibrierung unter Berücksichtigung des zuvor bestimmten stochastischen Modells:

1. In der In-Situ-Kalibrierung kann die angepasste Gewichtung die Konvergenzgeschwindigkeit nicht erhöhen. Dies kann zum Einen durch die wesentlich größere Datenmenge begründet sein. Zum Anderen fehlt hier im Vergleich zur Kalibrierung unter Einbeziehung der ECDS3-Daten die Information der Referenzdaten.
2. Die Problematik zwischen den Parametern  $i$  und  $e_{v_2}$  bleibt bestehen.  
Werden in einer zusätzlichen Berechnung die Schätzungen des 2. *Modell* als feste Parameter eingesetzt und lediglich die Exzentrizität  $e_{v_2}$  gemeinsam mit den Orientierungsparametern als Unbekannte angesetzt, ergibt sich nach 15 Iterationen ein Schätzwert für  $e_{v_2}$  von  $-0,7mm$ . Dieser Wert liegt unterhalb der Messgenauigkeit des Laserscanners.  
Für den verwendeten Testdatensatz kann die Exzentrizität  $e_{v_2}$  somit nicht nachgewiesen werden, obwohl durch ihre Modellierung die PVV-Summe gesenkt wird und somit eine bessere Anpassung des Modells an die Daten erfolgt.
3. Die a posteriori Standardabweichung der Gewichtseinheit ist für die In-Situ-Kalibrierung (nahezu) 1, 0. Dies bestätigt das durch Varianzkomponentenschätzung bestimmte stochastische Modell der Laserabtastung.  
Da die Werte für  $\hat{\sigma}_0$  der Kalibrierung mit ECDS3-Daten (Tabelle 4.12) auf eine zu pessimistische Einschätzung der Messgenauigkeit hindeuteten, kann gefolgert werden, dass die Varianzkomponente der ECDS3-Punkte in Tabelle 4.11 zu groß geschätzt wurde und mit der ECDS3-Messung eine höhere Punktgenauigkeit als  $0,9mm$  erzielt werden konnte.

### 4.3 Zusammenfassung

Die relative oder absolute Orientierung von Laserscannerpunktvolken stellt einen oft unumgänglichen Schritt in der Datenauswertung dar. Deshalb erscheint es wirtschaftlich und sinnvoll, in diesen Auswertungsschritt die Schätzung weiterer, die Laserabtastung beschreibender Daten zu integrieren, um auf diesem Wege gleichermaßen Schätzwerte für die während des Laserscannings vorherrschende Genauigkeit zu bestimmen.

In diesem Kapitel wurden zwei Möglichkeiten zur Erweiterung der Orientierungsberechnung zur Schätzung zusätzlicher Genauigkeitsinformation veranschaulicht:

1. Die Erweiterung des **funktionalen Modells**:  
Sie integriert auf das Messsystem bezogene, systematische Abweichungen in das funktionale Modell der Orientierung und berücksichtigt damit **innere** Einflussfaktoren auf die Messgenauigkeit, so dass simultan zur Orientierungsberechnung Kalibrierparameter bezüglich des Laserscannersystems bestimmt werden können.
2. Die Erweiterung des **stochastischen Modells**:  
Anhand der Zerlegung der Varianz in unterschiedliche Komponenten können **äußere** Einflussfaktoren auf das Laserscanning in der Modellierung eines angepassten stochastischen Modells Berücksichtigung finden. Das mittels Laserscanning gewonnene Beobachtungsmaterial ist für gewöhnlich durch die unterschiedlichen äußeren Einflussfaktoren (Laserabtastung auf unterschiedlich gearteten Oberflächen, mit unterschiedlichen Messentfernungen und variierendem Auftreffwinkel) in seiner Genauigkeitsstruktur sehr heterogen. Mittels der Varianzkomponentenschätzung wird die Gewichtung der Laserscanningdaten aufeinander abgestimmt. Gleichzeitig erhält man simultan zur Orientierungsberechnung Genauigkeitsmaße, die sich auf die angesetzten Kriterien (Objektoberfläche, Messentfernung, Auftreffwinkel) beziehen.

In den vorangegangenen Untersuchungen wurden zunächst die Messsystem-bezogenen Einflussfaktoren auf die Laserscanninggenauigkeit detailliert betrachtet (Punkt 1.). Hierzu wurde ein funktionales Modell eines typischen polar messenden terrestrischen Laserscanners hergeleitet und in einen Orientierungsprozess mit identischen Ebenen für Laserpunktvolken nach dem Vorbild der photogrammetrischen Bündelblockausgleichung integriert. Eine Sensitivitätsanalyse gab Aufschluss über die zu erwartenden Signale im Laserscannerdatenmaterial, die durch die Instrumentenabweichungen hervorgerufen werden. Hieraus konnte zum Einen auf die Wechselwirkungen einzelner Instrumentenabweichungen geschlossen werden. Zum Anderen dienten die Erkenntnisse dem Entwurf eines sensitiven Ebenen-Testfeldes und einer angepassten Aufnahmekonfiguration zur Kalibrierung eines terrestrischen Laserscanners. Synthetisches Datenmaterial gab Aufschluss über das zu erwartende Schätzverhalten des Kalibrierungsalgorithmus und verifizierte das funktionale Modell.

Anhand des Testdatensatzes eines konventionellen terrestrischen Laserscanners zeigte sich, dass mittels des vorgestellten Orientierungs- und Kalibrieralgorithmus signifikante Instrumentenparameter geschätzt werden können. Insbesondere für die Indexabweichung  $h$  sowie die Achsenabweichungen  $c$  und  $i$  ergaben sich Werte in Größenordnungen, die bei anspruchsvollen Messaufgaben nicht vernachlässigt werden sollten. Metrische Instrumentenabweichungen, wie sie in Form der additiven Abweichung der Streckenmessung  $a$  und der Achsenexzentrizitäten auftreten können, konnten für den untersuchten Laserscanner nicht nachgewiesen werden.

Zur Bestimmung der Kalibriergrößen wurde sowohl die Möglichkeit des Laserscanners, in zwei Lagen zu scannen, als auch die große Datenmenge der Laserabtastung im Testfeld ausgenutzt. Jede Ebenen-Punktvolke, die zur Kalibrierung herangezogen wurde, umfasste pro Lage 700 Punkte. Die erhebliche Datenmenge stellte kein wesentliches Problem dar, da die Größe des zu lösenden Normalgleichungssystems lediglich von der Anzahl der Unbekannten (Orientierungs- und Kalibrierparameter) sowie der Anzahl der Bedingungen (jeweils eine Bedingung pro Rotationsparametersatz eines Laserscannerstandpunktes) bestimmt wurde.



Die Varianzkomponentenschätzung bot die Möglichkeit, zusätzlich die Auswirkungen äußerer Einflussfaktoren auf das terrestrische Laserscanning innerhalb der Orientierungsberechnung zu analysieren (Punkt 2.). Anhand der Laserabtastung unterschiedlicher Oberflächen konnte gezeigt werden, dass allein aus den Messdaten auf die Genauigkeit der gescannten 3D-Punkte in Relation zur Objektoberfläche geschlossen werden kann.

Ein Ansatz mit dem erweiterten stochastischen Modell der Varianzkomponentenschätzung führte zu einer stochastischen Modellfunktion. Somit konnte die 3D-Punktgenauigkeit beim Laserscanning in Abhängigkeit von der Objektoberfläche, der Messentfernung sowie des Strahlauftreffwinkels bestimmt werden.

Dies bedeutet für die Praxis, dass die große Datenmenge der Laserscannerpunktwolken zur Bestimmung zusätzlicher stochastischer Parameter genutzt werden kann. Hierzu entsteht kein zusätzlicher Auswerteaufwand. Vielmehr kann die Schätzung des stochastischen Modells in die ohnehin stattfindende Orientierungsberechnung integriert werden.

Durch eine Kalibrierung zeigte sich, dass durch die Zerlegung der Varianz in einzelne Komponenten eine bessere Anpassung des Gesamtmodells an die Daten gelingt und die Signifikanz der Parameterschätzung erhöht wird. In einigen Fällen konnte zudem die Konvergenzgeschwindigkeit gesteigert werden.



## Kapitel 5

# Das Messunsicherheitsbudget eines terrestrischen Laserscanners nach GUM

Zur Angabe eines Messergebnisses gehört stets auch die Angabe eines Genauigkeitsmaßes, das die Qualität der Messung beschreibt. Damit wird die Beurteilung der Zuverlässigkeit des Messergebnisses ermöglicht. In der Geodäsie fand traditionell die empirische Standardabweichung als Genauigkeitsmaß Verwendung. Sie setzt eine **zufällige** Streuung der Messwerte voraus. Da jedoch mit der steigenden Komplexität des geodätischen Messinstrumentariums **systematische** Einflüsse an Bedeutung gewonnen haben, ist die empirische Standardabweichung zur Beschreibung der Messgenauigkeit als unzureichend anzusehen. Darüber hinaus verlangt die Zusammenarbeit mit anderen Fachdisziplinen eine allgemein akzeptierte und nach festen Regeln abgeleitete Genauigkeitsangabe [LANG, 2001].

Mit dem *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement* (DIN/ISO [1999]; dt.: *Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen*) wurde in den neunziger Jahren ein Regelwerk erarbeitet, das die Ermittlung eines einzigen Genauigkeitsmaßes unter Berücksichtigung von zufälligen und systematischen Einflüssen erläutert. Dieser Leitfaden wird international von allen metrologischen Disziplinen anerkannt [HEISTER, 2001].

Die Vornorm DIN/ISO [1999] empfiehlt die Messunsicherheit als quantitatives Maß für den qualitativen Begriff der Genauigkeit. Sie ist ein Kennwert, der aus Messungen gewonnen wird und zusammen mit dem Messergebnis zur Kennzeichnung eines Wertebereiches für den wahren Wert der Messgröße dient [KUTTERER, 2004].

Im Folgenden werden zunächst die wesentlichen Aspekte der DIN/ISO [1999] erläutert. Anschließend wird das in DIN/ISO [1999] beschriebene Verfahren zur Bestimmung der Messunsicherheit herangezogen, um

- mit den Erkenntnissen des Kapitels 4 exemplarisch die Messunsicherheit eines terrestrischen Laserscanners anhand einer internationalen Richtlinie herzuleiten und
- gleichzeitig das Budget der Gesamtmessunsicherheit eines terrestrischen Laserscanners detailliert zu betrachten.

Die Basis für diese Untersuchungen bilden die Ergebnisse, die mit dem verifizierten funktionalen Modell (Gleichung 4.14) und dem erweiterten stochastischen Modell (Gleichung 4.84) gewonnen wurden. Das heißt, es stehen sowohl instrumenteninterne als auch auf die Messumgebung bezogene Messunsicherheiten zur Verfügung.

## 5.1 Der Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen

DIN/ISO [1999] stellt umfassende Regeln auf, die die Ermittlung der Messunsicherheit zu einer Messgröße  $Y$  beschreiben. Die Messgröße  $Y$  wird in den meisten Fällen nicht direkt gemessen, sondern ergibt sich durch  $n$  weitere Größen  $X_i$  aus einem funktionalen Zusammenhang:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (5.1)$$

Bei den Eingangsgrößen  $X_i$  kann es sich um direkt gemessene Größen handeln, aber auch um Korrekturen oder Größen, die nicht Gegenstand der Messung sind, jedoch die Messgröße beeinflussen. Der Schätzwert  $y$  der Messgröße  $Y$  ergibt sich anhand der Eingangsschätzgrößen  $x_1, x_2, \dots, x_n$  der Größen  $X_1, X_2, \dots, X_n$ :

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (5.2)$$

Dem Messergebnis  $y$  ist nun eine Messunsicherheit zuzuordnen, die als kombinierte Standardmessunsicherheit  $u_c(y)$  bezeichnet wird. Sie wird anhand der Standardunsicherheiten  $u(x_i)$  der Eingangsschätzwerte  $x_i$  ermittelt. Bezüglich der Standardunsicherheiten  $u(x_i)$  werden gemäß ihrer Ermittlungsmethode zwei Typen unterschieden:

**Typ A:** Die Standardunsicherheiten  $u(x_i)$  werden durch statistische Methoden berechnet. Sie ergeben sich aus Experimenten und Wiederholungsmessungen anhand der geschätzten Standardabweichungen.

**Typ B:** Die Standardunsicherheiten  $u(x_i)$  können nicht anhand statistischer Analyse ermittelt werden. Sie werden aufgrund aller verfügbarer Information, z. B. aus Herstellerangaben oder Erfahrungen, abgeschätzt.

Die kombinierte Standardunsicherheit  $u_c(y)$  berechnet sich anhand der Standardunsicherheiten  $u(x_i)$  sowie der partiellen Ableitungen der in Gleichung 5.1 gegebenen Funktion nach den Eingangsgrößen  $x_i$ . Für die kombinierte Standardunsicherheit gilt somit:

$$\begin{aligned} u_c(y) &= \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} \cdot u(x_i, x_j)} \\ &= \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \cdot u(x_i)^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} \cdot u(x_i, x_j)} \end{aligned} \quad (5.3)$$

$u(x_i, x_j)$  ist die Kovarianz der Eingangsgrößen  $x_i$  und  $x_j$ . Die Korrelation zwischen  $x_i$  und  $x_j$  wird durch den Korrelationskoeffizienten

$$r(x_i, x_j) = \frac{u(x_i, x_j)}{u(x_i)u(x_j)} \quad (5.4)$$

charakterisiert. Die Gleichung 5.3 kann demnach geschrieben werden:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \cdot u(x_i)^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} \cdot u(x_i)u(x_j)r(x_i, x_j)} \quad (5.5)$$

Die partiellen Ableitungen werden auch als Sensitivitäts- oder Empfindlichkeitskoeffizienten  $c_i$  bezeichnet:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n c_i^2 u(x_i)^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n c_i c_j u(x_i) u(x_j) r(x_i, x_j)} \quad (5.6)$$

Sind die Schätzungen  $x_i$  und  $x_j$  voneinander unabhängig, ist  $r(x_i, x_j) = 0$ . In diesem Falle vereinfacht sich Gleichung 5.6 zu

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n c_i^2 u(x_i)^2}. \quad (5.7)$$

Die Produkte der Sensitivitätskoeffizienten und der Standardunsicherheiten  $c_i \cdot u(x_i)$  werden in den Unsicherheitsbeiträgen  $u(y_i)$  der einzelnen Eingangsgrößen zusammengefasst:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n u(y_i)^2}. \quad (5.8)$$

Die Gleichung 5.3 beruht auf einer Näherung erster Ordnung einer Taylorreihe der Gleichung 5.1. Die damit beschriebene Ermittlung der kombinierten Standardmessunsicherheit wird als **Unsicherheitsfortpflanzungsgesetz** bezeichnet [DIN/ISO, 1999].

## 5.2 Die Modellierung der Messunsicherheit eines Laserscanners

Laserscanner liefern als Messergebnisse  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Koordinaten einer 3D-Punktwolke. Diese kartesischen Koordinaten ergeben sich aus den polaren Messelementen  $s$ ,  $\alpha$  und  $\zeta$  (Gleichung 2.1) und sind deshalb zunächst von deren Messunsicherheiten beeinflusst. Darüber hinaus sind die Ergebnisse einer Laserabtastung weiteren zahlreichen Einflussfaktoren ausgesetzt. Einen Überblick liefert Kapitel 2. Anhand der numerischen Untersuchungen des Kapitels 4 konnten Laserscanner-eigene (Abschnitt 4.2.5) als auch äußere Einflussfaktoren (Abschnitt 4.2.6) ermittelt werden. Ein erweitertes funktionales Modell (Gleichung 4.14) fasst zahlreiche systematische Einflüsse zusammen, die durch Unzulänglichkeiten des Messinstrumentes selbst verursacht werden. Weitere Einflüsse auf die Laserabtastung, die nicht durch das Instrument selbst verursacht werden, sondern vielmehr auf den äußeren Lichtweg des Laserstrahls wirken, fanden in einem erweiterten stochastischen Modell Berücksichtigung (Gleichung 4.84).

In die Modellierung einer Messunsicherheitsgröße eines terrestrischen Laserscanners sind deshalb folgende Eingangsgrößen  $X_i$  einzubeziehen:

- Die polaren Messelemente:
  - Strecke  $s$ ,
  - Horizontalrichtung  $\alpha$  und
  - Vertikalwinkel  $\zeta$
- Die Kalibrierparameter:
  - Additionskorrektur  $a$  sowie Maßstabsfaktor  $m$  der Distanzmessung
  - Exzentrizitäten  $e_{v_1}$  und  $e_{v_2}$  des Laserstrahls zur primären Drehachse

- Indexabweichung  $h$  des Vertikalkreises
- Abweichung  $c$  der Zielachse
- Abweichung  $i$  der primären Rotationsachse
- Exzentrizitäten  $e_{h_1}$  und  $e_{h_2}$  zur sekundären Drehachse
- Die äußeren Einflussfaktoren auf die Messgenauigkeit werden durch die Genauigkeitsfunktion

$$u(s, \psi)^2 = \underbrace{a_0^2}_{\text{konstanter Term}} + \underbrace{a_1^2 \cdot s^2}_{\text{streckenabh. Term}} + \underbrace{a_2^2 \cdot (\cot \psi - 2 \cdot \sin(4 \cdot \psi))}_{\text{vom Auftreffwinkel abh. Term}} \quad (5.9)$$

beschrieben:

- Ein konstanter Term modelliert Einflüsse, die auf die Oberflächenbeschaffenheit und Oberflächenfarbe sowie auf den Distanzmesser des Laserscanners zurück zuführen sind.
- Durch einen von der Strecke  $s$  abhängigen Term wird berücksichtigt, dass sich die Laserscanner-Messgenauigkeit mit zunehmender Messentfernung verschlechtert.
- Der Einfluss des Auftreffwinkels  $\psi$  des Laserstrahls auf dem Messobjekt wird durch einen von  $\psi$  abhängigen Term modelliert.

Sowohl der konstante als auch der streckenabhängige Term der Genauigkeitsfunktion beinhalten den Beitrag der durch die Distanzmessung verursachten Messunsicherheit, so dass kein zusätzlicher Beitrag des polaren Messelementes  $s$  zu berücksichtigen ist.

Zur Ableitung der Sensitivitätskoeffizienten ist zunächst der funktionale Zusammenhang zwischen den kartesischen Koordinaten  $x$ ,  $y$ , und  $z$  und ihren Eingangsgrößen  $X_i$  aufzustellen. Mit den Gleichungen 4.14 sowie den Schätzwerten  $U_{\psi_x}$ ,  $U_{\psi_y}$  und  $U_{\psi_z}$  der Unsicherheitsbeiträge des Auftreffwinkels zu den Koordinaten ergibt sich

$$\begin{aligned}
 x &= (s \cdot m + a) \left( \cos c (\cos \alpha \sin(\zeta + h) + \sin \alpha \cos(\zeta + h) \sin i) \right. \\
 &\quad \left. - \sin \alpha \sin c \cos i \right) \\
 &\quad + e_{h_1} \cos \alpha \\
 &\quad - e_{h_2} \sin \alpha \\
 &\quad + e_{v_1} \left( \cos \alpha (\cos^2(\zeta + h) - \sin^2(\zeta + h) \sin c) \right. \\
 &\quad \left. - \sin \alpha \sin(\zeta + h) (\cos(\zeta + h) \sin i (1 + \sin c) + \cos c \cos i) \right) \\
 &\quad - e_{v_2} \left( \sin \alpha (\sin i (\cos^2(\zeta + h) \sin c - \sin^2(\zeta + h))) + \cos(\zeta + h) \cos c \cos i \right. \\
 &\quad \left. + \cos \alpha \sin(\zeta + h) \cos(\zeta + h) (1 + \sin c) \right) \\
 &\quad + U_{\psi_x} \\
 y &= (s \cdot m + a) \left( \cos c (\sin \alpha \sin(\zeta + h) - \cos \alpha \cos(\zeta + h) \sin i) \right. \\
 &\quad \left. + \cos \alpha \sin c \cos i \right) \\
 &\quad + e_{h_1} \sin \alpha \\
 &\quad + e_{h_2} \cos \alpha \\
 &\quad + e_{v_1} \left( \sin \alpha (\cos^2(\zeta + h) - \sin^2(\zeta + h) \sin c) \right. \\
 &\quad \left. + \cos \alpha \sin(\zeta + h) (\cos(\zeta + h) \sin i (1 + \sin c) + \cos c \cos i) \right) \\
 &\quad + e_{v_2} \left( \cos \alpha (\sin i (\cos^2(\zeta + h) \sin c - \sin^2(\zeta + h))) + \cos(\zeta + h) \cos c \cos i \right. \\
 &\quad \left. - \sin \alpha \sin(\zeta + h) \cos(\zeta + h) (1 + \sin c) \right) \\
 &\quad + U_{\psi_y} \\
 z &= (s \cdot m + a) \left( \cos(\zeta + h) \cos c \cos i + \sin c \sin i \right) \\
 &\quad + e_{v_1} \left( \sin(\zeta + h) (\cos c \sin i - \cos(\zeta + h) \cos i (1 + \sin c)) \right) \\
 &\quad + e_{v_2} \left( \cos i (\sin^2(\zeta + h) - \cos^2(\zeta + h) \sin c) + \cos(\zeta + h) \cos c \sin i \right) \\
 &\quad + U_{\psi_z}
 \end{aligned} \quad (5.10)$$

Die Standardunsicherheiten  $u(\psi)_x$ ,  $u(\psi)_y$  und  $u(\psi)_z$  zu  $U_{\psi_x}$ ,  $U_{\psi_y}$  und  $U_{\psi_z}$  werden in Anlehnung an die Genauigkeitsfunktion angenommen zu:

$$u(\psi)_x = u(\psi)_y = u(\psi)_z = \sqrt{\frac{1}{3}a_2^2 \cdot \cot \psi - \sin(4\psi)} = a_2 \sqrt{\frac{1}{3}(\cot \psi - 2 \sin(4\psi))} \quad (5.11)$$

Durch Anwendung des Unsicherheitsfortpflanzungsgesetzes können nun die kombinierten Standardmessunsicherheiten  $u_c(y)_x$ ,  $u_c(y)_y$  und  $u_c(y)_z$  der  $x$ -  $y$ - und  $z$ -Koordinaten eines mittels Laserscanning erfassten 3D-Punktes nach Gleichung 5.5 ermittelt werden. Im Allgemeinen interessiert jedoch im Falle von dreidimensionalen Messungen eine sich auf einen 3D-Punkt beziehende Messunsicherheit. Aus diesem Grund sei in Anlehnung an den Punktfehler nach HELMERT eine Standardunsicherheit eines 3D-Punktes in der Form

$$u_c(y)_p = \sqrt{u_c(y)_x^2 + u_c(y)_y^2 + u_c(y)_z^2} \quad (5.12)$$

definiert.

### 5.3 Das Messunsicherheitsbudget eines Laserscanners

Im Folgenden wird das Messunsicherheitsbudget eines Laserscanners unter Anwendung des Unsicherheitsfortpflanzungsgesetzes ermittelt und analysiert. Für erste Betrachtungen werden die in Tabelle 5.1 aufgeführten Werte angenommen.

Größe $X_i$		Wert $x_i$	Standardunsicherheit $u(x_i)$	Herkunft der Std.unsicherheit
Strecke	$s$	variabel	$1,5mm + 100ppm$	Genauigkeitsfunktion
Horizontalrichtung	$\alpha$	variabel	$22,2mgon$	Herstellerangabe
Vertikalwinkel	$\zeta$	variabel	$22,2mgon$	
Additionskonstante	$a$	$1,0mm$	$0,2mm$	in Anlehnung an die Ergebnisse der Kalibrierung in Abschnitt 4.2.5
Maßstabsfaktor	$m$	$1,0$	$5,0ppm$	
Exzentr. der prim. Drehachse	$e_{v1}$	$1,0mm$	$0,2mm$	
Exzentr. der prim. Drehachse	$e_{v2}$	$1,0mm$	$0,2mm$	
Indexabw. des Vertikalkreises	$h$	$-20,0mgon$	$2,0mgon$	
Zielachsenabweichung	$c$	$-20,0mgon$	$2,0mgon$	
Achsenabw. der prim. Drehachse	$i$	$-40,0mgon$	$4,0mgon$	
Exzentr. der sek. Drehachse	$e_{h1}$	$1,0mm$	$0,2mm$	
Exzentr. der sek. Drehachse	$e_{h2}$	$1,0mm$	$0,2mm$	
Auftreffwinkel	$U_\psi$	variabel	$0,6mm\sqrt{\frac{1}{3}(\cot\psi - 2\sin(4\psi))}$	Genauigkeitsfunktion

Tabelle 5.1: Angenommene Werte der Eingangsgrößen  $x_i$  sowie ihrer Standardunsicherheiten

Die Standardunsicherheiten der Größen  $\alpha$  und  $\zeta$  beziehen sich auf die Herstellerangaben eines Laserscanners IMAGER 5003 von ZOLLER+FRÖHLICH. Die Standardunsicherheiten der Kalibrierparameter orientieren sich in ihren Größenordnungen an den Ergebnissen des Abschnittes 4.2.5. Die Funktionen zu den Standardunsicherheiten der Strecke sowie des Auftreffwinkels wurden in Anlehnung an die Ergebnisse des Abschnittes 4.2.6 gewählt.

Anhand der im Abschnitt 4.2.5 beschriebenen Laserscannerkalibrierung liegen Erkenntnisse zu den Korrelationen zwischen den Kalibrierparametern vor, so dass für die Analyse des Messunsicherheitsbudgets die in Tabelle 5.2 aufgeführten Korrelationen angesetzt werden. Für die übrigen Einflussgrößen werden keine stochastischen Abhängigkeiten angenommen.



	$a$	$m$	$e_{v_1}$	$e_{v_2}$	$h$	$c$	$i$	$e_{h_1}$	$e_{h_2}$
$a$	1,00	-0,96	-0,06	-0,30	0,00	-0,02	-0,20	0,02	0,02
$m$	-0,96	1,00	0,06	0,30	0,00	0,02	0,20	0,02	0,02
$e_{v_1}$	-0,06	0,06	1,00	-0,02	-0,14	0,03	-0,02	-0,26	-0,03
$e_{v_2}$	-0,30	0,30	-0,02	1,00	0,02	0,06	0,65	0,02	-0,06
$h$	0,00	0,00	-0,14	0,02	1,00	-0,04	0,07	0,06	-0,04
$c$	-0,02	0,02	0,03	0,06	-0,04	1,00	0,10	0,02	-0,93
$i$	-0,20	0,20	-0,02	0,65	0,07	0,10	1,00	0,06	-0,04
$e_{h_1}$	0,02	0,02	-0,26	0,02	0,06	0,02	0,06	1,00	-0,06
$e_{h_2}$	0,02	0,02	-0,03	-0,06	-0,04	-0,93	-0,04	-0,06	1,00

Tabelle 5.2: Korrelationskoeffizienten  $r_{x_i x_j}$  der Einflussgrößen  $r_i$ 

### 5.3.1 Das Messunsicherheitsbudget in einer simulierten Kugel

Um Abhängigkeiten der kombinierten Messunsicherheiten der 3D-Punkte  $u_c(y)_p$  von der Horizontalrichtung  $\alpha$  und dem Vertikalwinkel  $\zeta$  zu analysieren, wird zunächst ein Laserscan aus dem Zentrum einer Kugel simuliert. Die Messentfernung  $s$  innerhalb einer Kugel ist somit konstant. Da der Strahlauffreffwinkel für diese Messsituation stets  $100gon$  beträgt, beeinflusst der Auftreffwinkel  $\psi$  nach Gleichung 5.11 die Messunsicherheit in diesem Fall nicht.

Die Abbildung 5.1 stellt das Messunsicherheitsbudget des Laserscans aus dem Zentrum der Kugel farbcodiert dar. Man erkennt, dass die Messunsicherheit im Zenit sowie im Nadir minimal ist. Für Punkte, die unter  $\zeta = 100gon$  erfasst wurden, erreicht  $u_c(y)_p$  ihr Maximum. Abhängigkeiten der 3D-Messunsicherheit von der Horizontalrichtung zeigen sich nicht.

Die Messunsicherheiten innerhalb einer Kugel unterscheiden sich nur geringfügig. Für Kugel unterschiedlicher Radien sind jedoch größere Differenzen der Messunsicherheiten festzustellen: Für eine Kugel mit einem Radius von  $2m$  bewegt sich die Messunsicherheit im Bereich von  $1,9$  bis  $2,0mm$ . In einer Kugel mit einem Radius von  $50m$  variieren die Messunsicherheiten von  $18,8mm$  bis  $25,6mm$ . Dies legt den Schluss nahe, dass die Messentfernung eine entscheidende Größe für die Messunsicherheit darstellt.

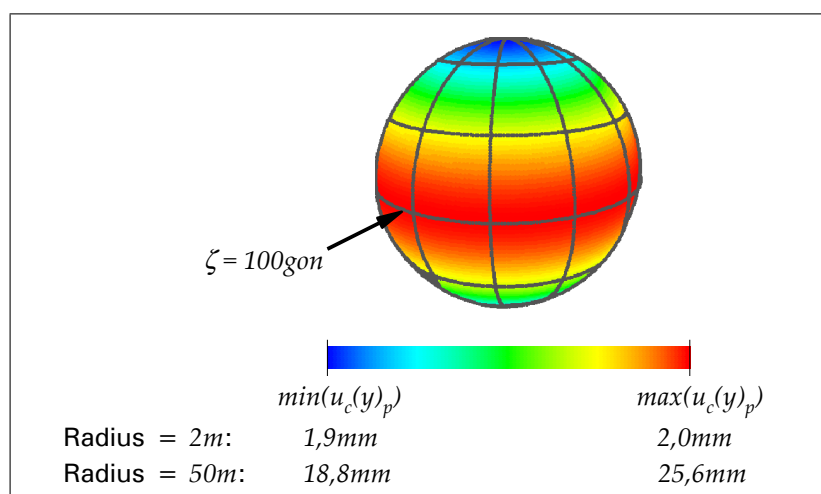


Abbildung 5.1: Messunsicherheitsbudget der 3D-Punkte eines simulierten Laserscans aus dem Zentrum einer Kugel

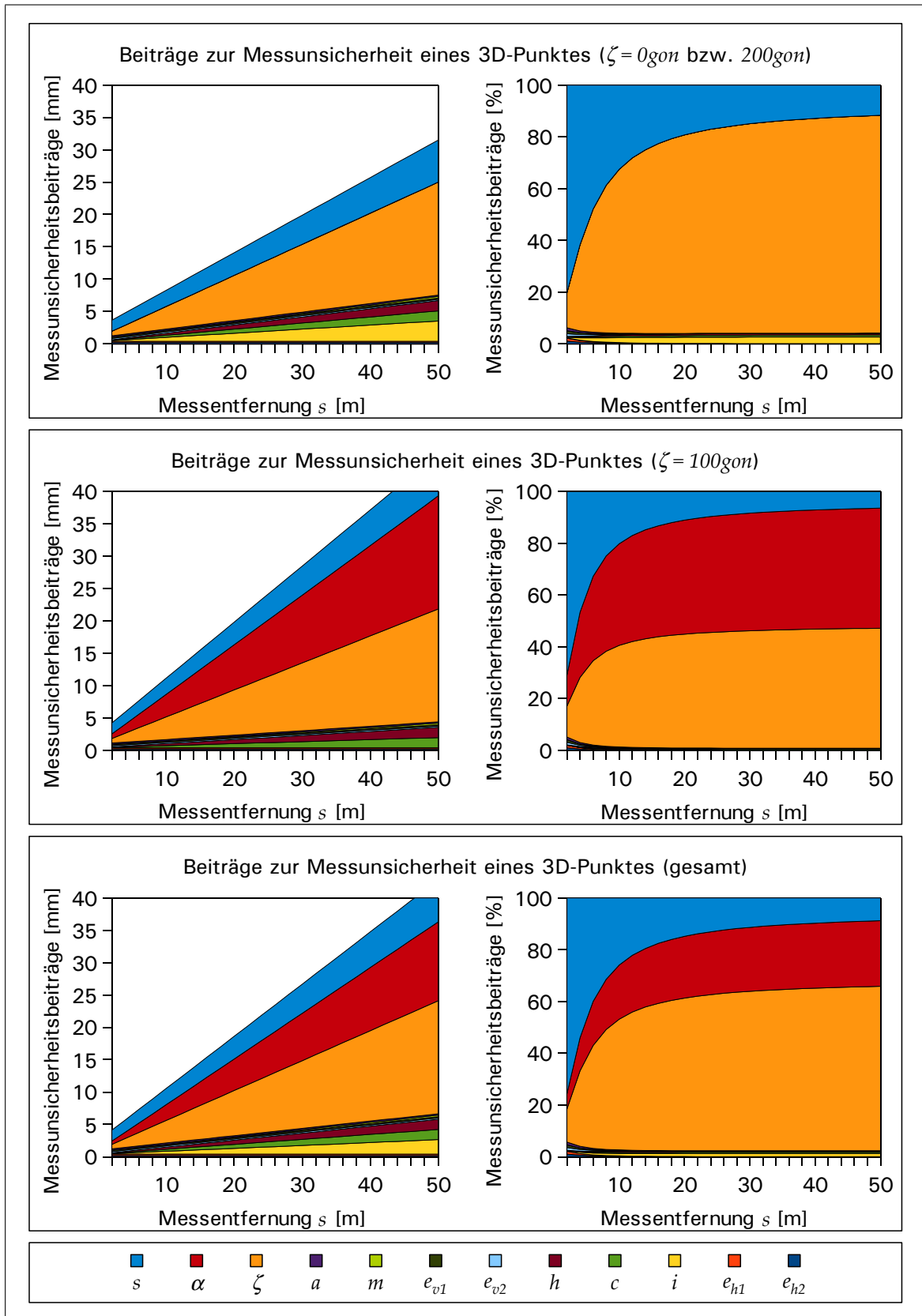


Abbildung 5.2: Messunsicherheitsbudgets für Messentfernungen von 1 bis 50m

Zur weiteren Analyse wurden die Unsicherheitsbeiträge der einzelnen Eingangsgrößen in Bezug zur Messentfernung genauer betrachtet. Die Abbildung 5.2 stellt die absolute sowie die prozentuale Zusammensetzung der Messunsicherheit für Messentfernungen zwischen 1 und 50m dar. Analysiert wurden die Fälle einer Abtastung unter  $\zeta = 0gon$  beziehungsweise  $\zeta = 200gon$  sowie  $\zeta = 100gon$ . Die beiden unteren Grafiken stellen das mittlere Messunsicherheitsbudget eines gesamten Laserscans aus dem Zentrum einer Kugel dar.

Anhand der Grafiken in Abbildung 5.2 wird deutlich:

- Die Messunsicherheit steigt mit der Messentfernung linear an.
- Der absolute Beitrag der Distanzmessung  $s$  zur Gesamtunsicherheit wächst mit zunehmender Messentfernung geringfügig.
- Der prozentuale Beitrag der Distanzmessung ist im Nahbereich dominant, verringert sich jedoch in größeren Entfernungen.
- Der Vertikalwinkel  $\zeta$  leistet mit größer werdenden Messentfernungen einen zunehmenden Beitrag zur Gesamtunsicherheit.
- Die Horizontalrichtung  $\alpha$  leistet ihren maximalen Beitrag zur Gesamtunsicherheit für Vertikalwinkel  $\zeta = 100gon$ .
- Der Beitrag der Kalibrierparameter spielt eine untergeordnete Rolle. In einer Messentfernung von 1m liegt er bei 7%. Für einem Abstand von 50m verringert er sich auf 2%.
- Die Unsicherheitsbeiträge der Indexabweichung  $h$ , der Zielachsenabweichung  $c$  und der Abweichung der primären Drehachse  $i$  steigen mit zunehmender Messentfernung. Im Falle von  $\zeta = 100gon$  leistet  $i$  keinen Beitrag zur Gesamtunsicherheit.
- Die Beiträge der Additionskorrektur  $a$ , des Maßstabsfaktors  $m$  sowie der Exzentrizitäten sind für kurze Messentfernungen maximal, während sie mit zunehmender Messentfernung nahezu 0 erreichen.

Allgemein ist festzuhalten, dass Eingangsgrößen, die sich auf Winkel beziehen, mit zunehmender Messentfernung einen größeren Beitrag zur Gesamtunsicherheit leisten, während sich die Anteile metrischer Eingangsgrößen mit zunehmender Messentfernung verringern.

### 5.3.2 Das Messunsicherheitsbudget einer Ebenenabtastung

Durch die Berechnung des Messunsicherheitsbudgets eines Laserscans einer vertikalen Ebene sowie eines Laserscans einer horizontalen Ebene soll nun zusätzlich zu den bereits zuvor betrachteten Eingangsgrößen auch der Beitrag des Strahlauftreffwinkels  $\psi$  zur Gesamtunsicherheit untersucht werden. Die Abbildung 5.3 stellt die Messunsicherheiten auf einer vertikalen und einer horizontalen Ebene farbcodiert dar. Die kürzeste Messentfernung  $s$  zu den Ebenen wird erreicht, wenn der Messstrahl orthogonal auf die Ebene trifft, also für  $\psi = 100gon$ . In diesem Fall sind für beide Ebenen die Messunsicherheiten minimal. Mit flacher werdendem Auftreffwinkel und zunehmender Messentfernung steigen die Messunsicherheiten an. Da für Laserabtastungen unter  $\zeta = 100gon$  das Messunsicherheitsbudget durch den Einfluss der Horizontalrichtung  $\alpha$  dominiert wird (Abbildung 5.2, mittlere Grafiken), steigen die Unsicherheiten der vertikalen Ebene in Abbildung 5.3 in der Horizontalen schneller an als in der Vertikalen. Aus diesem Grunde bilden die Bereiche gleicher Messunsicherheiten für die vertikale Ebene konzentrische Ovale anstatt konzentrischer Kreise wie für die horizontale Ebene.

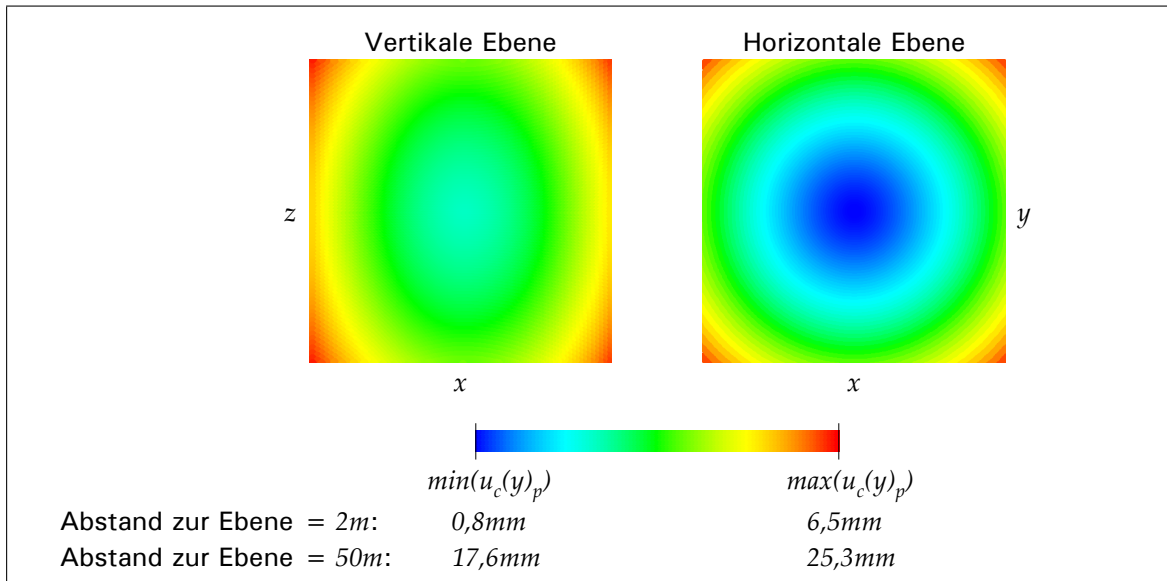


Abbildung 5.3: Messunsicherheitsbudgets der 3D-Punkte der simulierten Laserscans einer vertikalen und einer horizontalen Ebene

Es stellt sich die Frage, ob der Anstieg der Messunsicherheit „nach außen hin“ auf den flacher werdenden Auftreffwinkel oder auf die sich vergrößernde Messentfernung zurückzuführen ist. Um diese Frage zu beantworten werden im Folgenden die Messunsicherheitsbeiträge der einzelnen Eingangsgrößen in Bezug zum Auftreffwinkel  $\psi$  betrachtet. Die Abbildung 5.4 stellt die Messunsicherheitsbudgets einer gescannten vertikalen sowie einer horizontalen Ebene in den Entfernungen 2m, 10m und 25m zum Laserscanner dar. Folgendes ist festzustellen:

- Die Messentfernung  $s$  leistet auf kurzen Distanzen einen wesentlichen Beitrag zur Gesamt-messunsicherheit, mit zunehmender Entfernung verringert er sich jedoch. Betrachtet man den Anteil der Messentfernung  $s$  an der Gesamtmessunsicherheit in Bezug zum Auftreffwinkel  $\psi$  ist keine Abhängigkeit festzustellen.
- Der Auftreffwinkel  $\psi$  leistet in kurzen Entfernungen einen beachtlichen Beitrag zur Gesamt-messunsicherheit. In größeren Entfernungen tritt er jedoch kaum hervor.
- Die Unsicherheiten der Horizontalrichtung  $\alpha$  sowie des Vertikalwinkels  $\zeta$  tragen wesentlich zur Gesamtunsicherheit bei. Insbesondere für Ebenenabtastungen in größeren Entfernungen dominieren ihre Anteile an der Gesamtunsicherheit. Zusätzlich ist festzustellen, dass sich der Beitrag von  $\zeta$  mit flacher werdendem Auftreffwinkel vergrößert. Bei horizontalen Ebenen trifft dies auch für  $\alpha$  zu.  
Für die der Abbildung 5.3 zu Grunde liegenden Daten gilt: Je flacher der Auftreffwinkel  $\psi$ , desto größer ist die Messentfernung  $s$ . Somit stimmen die Erkenntnisse, dass die Beiträge von  $\zeta$  und  $\alpha$  mit flacher werdendem Auftreffwinkel (und zunehmender Messentfernung) ansteigen, mit obigen Erkenntnissen anhand des Messunsicherheitsbudgets einer Kugel überein.
- Die Kalibrierparameter sind an der Messunsicherheit nur geringfügig beteiligt.

Es bleibt festzuhalten, dass die polaren Messelemente  $s$ ,  $\alpha$  und  $\zeta$  die Messunsicherheit einer Laserscannermessung dominieren.

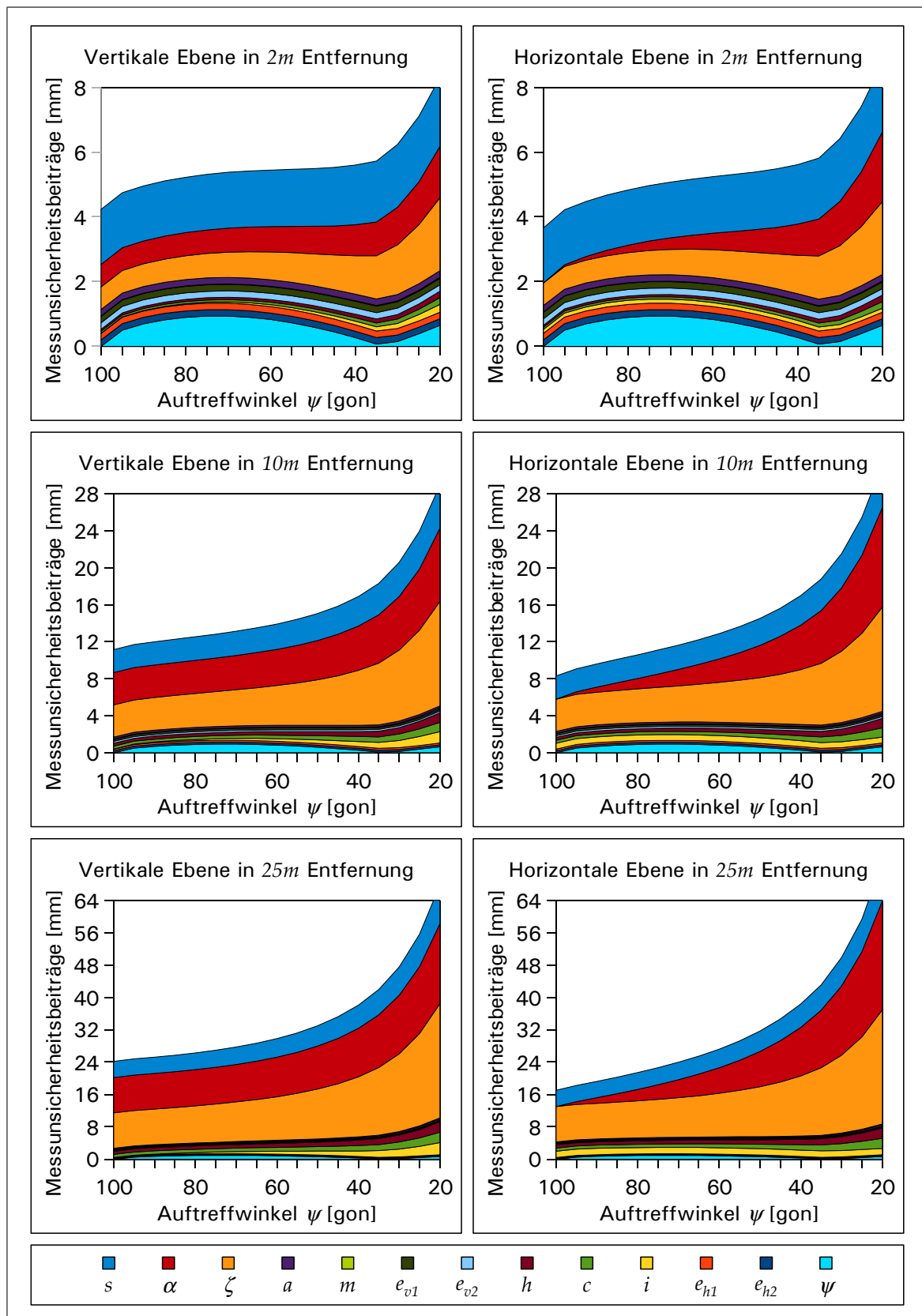


Abbildung 5.4: Messunsicherheitsbudgets der 3D-Punkte der simulierten Laserscans einer vertikalen und einer horizontalen Ebene in Bezug zum Auftreffwinkel  $\psi$

## 5.4 Zusammenfassung

Zur Angabe eines Messergebnisses gehört stets die Angabe eines Genauigkeitsmaßes, das die qualitative Beurteilung des Messergebnisses erlaubt. In DIN/ISO [1999] wird das Genauigkeitsmaß in Form von Messunsicherheiten spezifiziert, die nach genau festgelegten Verfahren bestimmt werden. In diesem Kapitel wurde ein Weg aufgezeigt, wie DIN/ISO [1999] für die qualitative Beurteilung von Laserscanningdaten eingesetzt werden kann. Hierzu wurden die Messunsicherheiten eines terrestrischen Laserscanners exemplarisch berechnet und analysiert. Da beim terrestrischen Laserscanning eine Messunsicherheitsgröße von Interesse ist, die sich auf einen 3D-Punkt bezieht, wurde eine entsprechende Messunsicherheitsgröße definiert (Gleichung 5.12).

Eine Messunsicherheitsgröße in der Form eines global gültigen Wertes kann nicht bestimmt werden. Alternativ kann nur ein bestimmter Bereich der Messunsicherheit bei Laserscanningdaten angegeben werden, in dem die Angaben zur Messunsicherheit aufgrund von

- stark variierenden Scan-Entfernungen und Richtungen innerhalb einer Messszene sowie
- stark variierenden äußeren Einflussfaktoren in der Form von variierenden Oberflächen und Strahlaufreffwinkeln

schwanken.

Die detaillierten Analysen veranschaulichen, dass eine nach DIN/ISO [1999] ermittelte und angegebene Messunsicherheitsgröße eines terrestrischen Laserscanners sowohl mit zunehmender Messentfernung als auch mit flacher werdendem Auftreffwinkel ansteigt. Hierbei dominieren die Messunsicherheitsbeiträge der polaren Messelemente  $s$ ,  $\alpha$  und  $\zeta$ . Die in die Messunsicherheitsbestimmung einfließenden Standardunsicherheiten der Größen  $\alpha$  und  $\zeta$  beruhen auf einer als pessimistisch einzustufenden Herstellerangabe mit einem Wert von  $22,2\text{mgon}$ . Im Vergleich zu den Standardunsicherheiten der übrigen Größen erscheint dieser Wert sehr hoch, so dass die Dominanz hierdurch zu erklären ist.

Die Unsicherheitsbeiträge der Kalibrierparameter sowie des Auftreffwinkels treten für Laserscans unter kurzen Messentfernungen hervor. Für Abtastungen unter größeren Entfernungen verlieren ihre Beiträge an Bedeutung für die Gesamtmessunsicherheit.

Für zahlreiche Anwendungen ist die ursprünglich vom Laserscanner erfasste Punktwolke nicht von Interesse. Vielmehr findet im Auswerteprozess der Laserscanner-Punktwolken eine Modellierung statt, in der Ebenen oder geometrische Körper (z. B. Zylinder oder Quader) in die Punktwolke eingepasst werden. In diesem Falle kann ebenfalls das Unsicherheitsfortpflanzungsgesetz angewendet werden, um anhand der Unsicherheiten der beeinflussenden Größen die kombinierte Unsicherheit der abgeleiteten Geometrien zu ermitteln.

## Kapitel 6

# Realisierung und Analyse des Überprüfungsverfahrens nach Heister

Mit der Etablierung des terrestrischen Laserscannings als geodätisches Messverfahren geht seit einiger Zeit in Fachkreisen der Wunsch nach einem **standardisierten Prüfverfahren** einher. Dieser Wunsch beruht im Wesentlichen auf zwei Umständen, z. B.:

- Auf dem Markt befinden sich zahlreiche Systeme unterschiedlicher Hersteller, die sich in ihren Funktionsprinzipien und Kenngrößen (Sichtfeld, Reichweite,...) unterscheiden.
- Die Herstellerangaben zur Auflösung sowie zur Messgenauigkeit sind sehr unterschiedlich und erlauben dem Anwender keinen direkten Vergleich der Messsysteme.

Durch ein standardisiertes Prüfverfahren soll die Vergleichbarkeit von Geräten unterschiedlichen Typs erreicht werden. Darüber hinaus ist die Rückführbarkeit der Messgröße „Länge“ ein wichtiger Aspekt [HEISTER, 2006].

Als problematisch beim Entwurf eines entsprechenden Prüfverfahrens stellt sich die Form der vom Laserscanner gelieferten Messwerte dar: Ein Laserscanner tastet Objekte flächenhaft ab. Konkrete, selektierte Punkte, wie sie beispielsweise mittels eines Tachymeters oder auch einer optischen Koordinatenmessmaschine angezielt werden können, können mit einem automatisch messenden Laserscanner nicht erfasst werden. Vielmehr liefert ein Laserscanner komplexe Punktwolken, deren Objekte und einzelne Geometrien in einem Nachbearbeitungsprozess zu interpretieren sind. Folglich ist es notwendig, konkrete Punkte entweder durch geometrische Körper oder durch kontrastreiche, schwarz-weiße Zielmarken zu signalisieren.

- Als geometrische Punktsignalisierungen werden häufig Kugeln verwendet. Durch die Schätzung ihres Mittelpunktes anhand der Kugel-Punktwolke wird ein konkreter „Zielpunkt“ rekonstruiert, der jedoch kein direkt gemessener sondern ein abgeleiteter Zielpunkt ist.
- Schwarz-weiße, ebene Zielmarken können in den Laserscannerpunktwolken durch die Aufzeichnung der Intensität identifiziert werden, so dass die Kanten zwischen schwarzen und weißen Flächen durch ihren Schnittpunkt einen eindeutigen Punkt repräsentieren.

Die folgende Abbildung 6.1 zeigt Beispiele zur Punktsignalisierung beim terrestrischen Laserscanning.

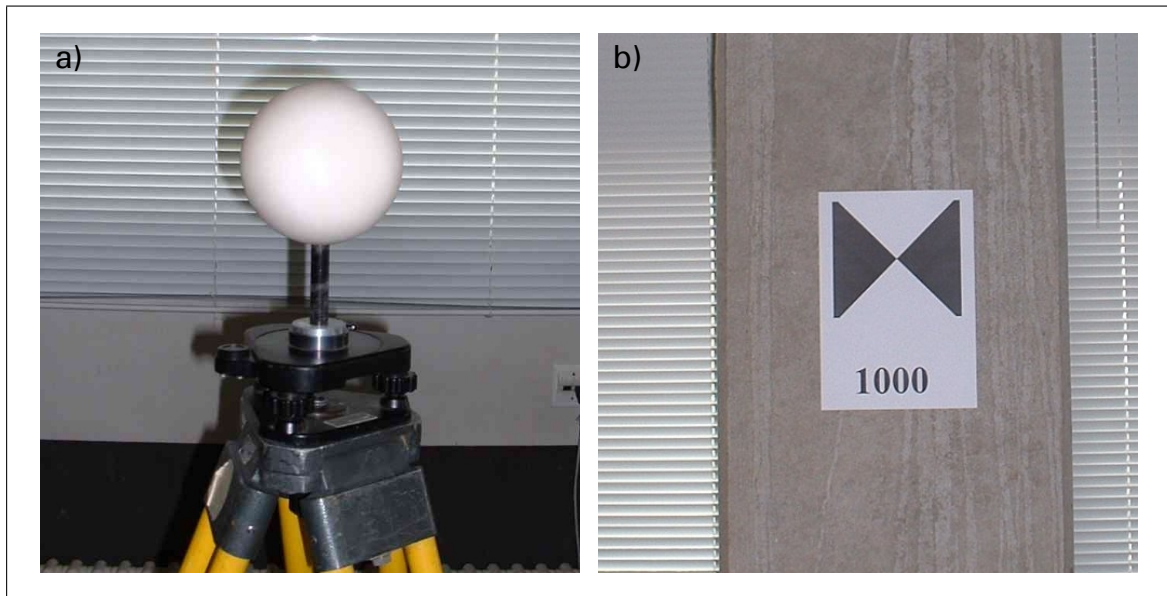


Abbildung 6.1: Möglichkeiten der Punktsignalisierung beim Laserscanning: a) Kugel; b) schwarz-weiße Zielmarke

Ähnlich stellte sich die Situation für optische 3D-Messsysteme für den Nahbereich dar. Hierfür wurden sogenannte Prüf- oder Kalibrierkörper in Form von 3D-Körpern entwickelt, die es ermöglichen, das Messsystem an Ort und Stelle und somit zeitnah und unter realen Messbedingungen zu überprüfen.

Für terrestrische Laserscanner existiert bisher kein Prüfkörper, der eine Feldprüfung ermöglicht, um an der Messstelle die Genauigkeit des Messinstrumentes zu kontrollieren.

Ein Laserscanner-Prüfkörper sollte kalibrierbar und formstabil, aber dennoch transportabel sein. Denkbar ist, die Streckenmessgenauigkeit durch Sollmaße am Prüfkörper zu testen. Darüber hinaus sollte das Messrauschen auf einer ebenen Oberfläche des Testkörpers bestimmt werden.

Dieses Kapitel berichtet über die Umsetzung des von [HEISTER, 2006] vorgeschlagenen Überprüfungszenarios:

1. Analysiert werden Aspekte wie die Sensitivität der Kenngrößen in Bezug auf die Auflösung des Laserscanners, die Verteilung der Prüfkörper sowie die Anzahl der Prüfkörper.
2. Um Erkenntnisse in der Frage nach einem geeigneten Prüfkörper zur Feldprüfung für terrestrische Laserscanner zu gewinnen, wurden Testmessungen mit einem selbst entwickelten Prüfkörper in Form eines Tetraeders mit Kugeln in den Eckpunkten durchgeführt und ausgewertet.

## 6.1 Prüfkörper zur Laserscannerüberprüfung

Zur Durchführung von Messsystemüberprüfungen werden Prüfkörper benötigt. Für terrestrische Laserscanner bieten sich als Punktsignalisierungen Kugeln an. Sie haben den Vorteil, dass sie aus unterschiedlichen Richtungen beobachtet immer denselben Punkt markieren, nämlich ihren Mittelpunkt. Herstellerspezifische Zielmarken haben den Nachteil, dass sie meist nur von den Instrumenten eines Fabrikats zweifelsfrei erkannt werden, so dass sie sich für ein allgemeingültiges Prüfverfahren nicht eignen. Die Untersuchungen von MECHELKE u. a. [2008] demonstrierten überdies die Tauglichkeit von Kugeln zur Signalisierung der Anfangs- und Endmarkierungen definierter Strecken. Da es sich beim terrestrischen Laserscanning um ein flächenhaft messendes Verfahren handelt, bieten sich des Weiteren Ebenen als Prüfkörper an, um beispielsweise das Messrauschen auf Oberflächen zu bestimmen.



### 6.1.1 Prüfkörper Kugel

Kugeln, deren Oberfläche mittels Laserscannings zu erfassen sind, sollten folgende Eigenschaften besitzen:

- formstabil
- geringe Unrundheit
- helle, matte Oberfläche
- genügend großer Durchmesser

Insbesondere der Durchmesser ist bedeutsam, denn je größer die Entfernung des Laserscanners zur Kugel ist, desto weniger Punkte werden auf der Kugeloberfläche erfasst. Hinzu kommt, dass bei zunehmender Entfernung der Durchmesser des Laserstrahls größer wird, wodurch die Wahrscheinlichkeit für eine Verfälschung der Randpunkte durch den Effekt des „Kometenschweifens“ ansteigt, wie in Abschnitt 2.3.2.2 angesprochen.

Nach einer ausführlichen Recherche stellten massive Kunststoffkugeln aus Polyamid der Kugelfertigung HOCH (Haßfurt) die geeignetste Realisierung für den Prüfkörper Kugel dar. Sie verfügen über eine elfenbeinfarbene, matte Oberfläche. Der Durchmesser der Kugeln beträgt  $120\text{mm}$ . Der Hersteller garantiert eine Durchmessertoleranz von  $-0,25\text{mm} \leq d \leq +0,20\text{mm}$  und eine maximale Unrundheit von  $0,10\text{mm}$ .

### 6.1.2 Prüfkörper Ebene

Zur Realisierung des Prüfkörpers Ebene finden die bereits in Abschnitt 4.2 gescannten Tischlerplatten Verwendung. Ebenheitsuntersuchungen mittels des Messsystems GOM ATOS II sowie des Industriemesssystems ECDS3 bestätigten ihre Tauglichkeit zu Testzwecken.

Die Tischlerplatten haben eine Ausdehnung von  $0,8 \times 1,6\text{m}$ .

### 6.1.3 Prüfkörper Tetraeder

Zur Feldprüfung terrestrischer Laserscanner wurde ein Prüfkörper in der Form eines Tetraeders entwickelt. Ziel war es, eine stabile 3D-Figur zu entwerfen, die es erlaubt

- a) Messfehler in einem kleinen Bereich des Messvolumens durch das Scannen von Kugeloberflächen mit bekanntem Radius aufzudecken und
- b) die Streckenmessgenauigkeit zu überprüfen, indem Sollmaße des Prüfkörpers mit den „gescannten“ Längen verglichen werden können.

Darüber hinaus wurde Wert auf eine möglichst stabile Geometrie gelegt. Somit bot sich ein Tetraeder an, in dessen vier Ecken sich jeweils eine Kugel befindet. Auf diese Weise repräsentiert er sechs Sollstrecken.

Die Abbildung 6.2 zeigt eine Entwurfskizze des Tetraeders sowie seine prototypische Umsetzung. Die Seitenlänge des Tetraeders beträgt jeweils  $1\text{m}$ . Die Kugeln haben einen Durchmesser von  $120\text{mm}$  (siehe Abschnitt 6.1.1). Die Streben des Tetraeders bestehen aus Kohlefaserstäben und -rohren. Im Zentrum des durch die unteren drei Kugeln gebildeten Dreiecks befindet sich ein Adapter für ZEISS-beziehungsweise TRIMBLE-Dreifüße, so dass der Tetraeder auf einem Stativ aufgestellt werden kann. Der Anfertigung des Tetraeders gingen statische Berechnungen voraus, um beispielsweise die Stärke der zu verwendenden Kohlefaserrohre auf das Gewicht der Kunststoffkugeln abzustimmen und konstruktionsbedingte Deformation des Prüfkörpers zu vermeiden.

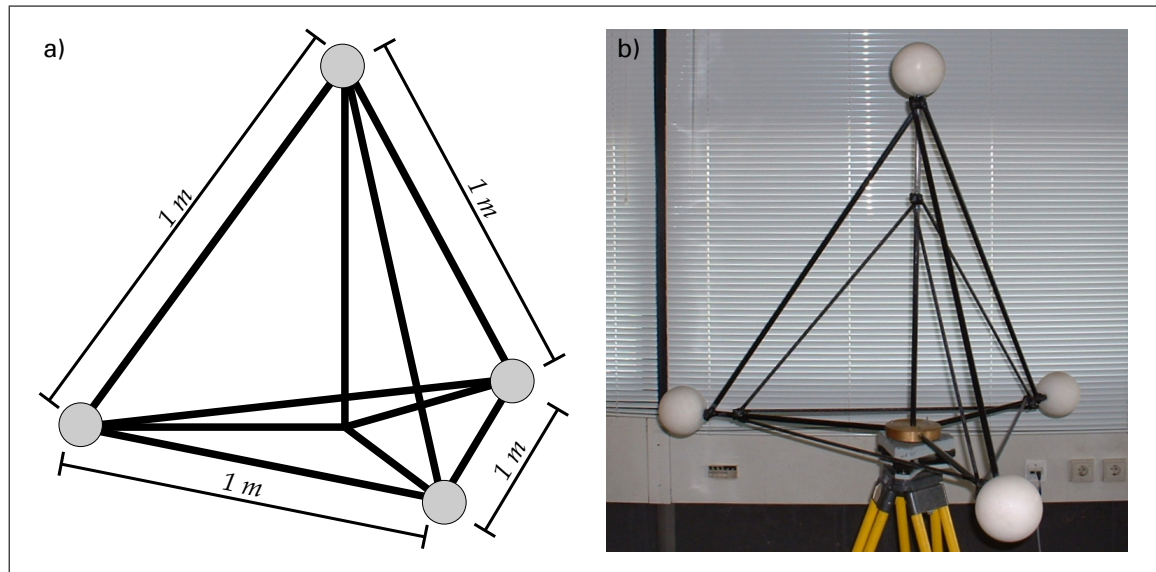


Abbildung 6.2: a) Entwurf des Tetraeder-Prüfkörpers; b) Realisierung des Tetraeders

## 6.2 Entwurf für ein standardisiertes Überprüfungsverfahren

Der Verein Deutscher Ingenieure und der Verband der Elektrotechnik, Elektronik und Informationstechnik (VDI/VDE) haben Richtlinien herausgegeben, die sich der Überprüfung optischer Messsysteme mit flächenhafter Antastung (optische Messsysteme, die nach dem Triangulationsprinzip arbeiten, z. B. GOM ATOS, vgl. Abschnitt 4.2.3.1) widmen (VDI/VDE [2002b], VDI/VDE [2006]). Diese Richtlinien dienten HEISTER [2006] als Grundlage zum Entwurf eines Prüfkonzeptes für terrestrische Laserscanner.

Zunächst sind für die Definition eines standardisierten Prüfverfahrens Prüfkörper festzulegen. Dabei sollte es sich um optisch antastbare, räumliche Körper handeln, wie beispielsweise Ebenen oder Kugeln, deren Soll-Maße kalibriert sind.

Zur Spezifikation des Messinstruments werden anhand der Abtastung der Prüfkörper und einem eventuellen Abgleich mit den Soll-Werten Kenngrößen und Messunsicherheiten bestimmt, die das Messinstrument spezifizieren. Um ein konkretes Abnahmeverfahren zu realisieren, können zusätzlich Grenzwerte bezüglich der Kenngrößen definiert werden.

Das Messvolumen des Überprüfungsszenarios ist an die maximale Reichweite des Laserscanners anzupassen. In der Abbildung 6.3 sind die von HEISTER [2006] empfohlenen Dimensionen veranschaulicht. Ist  $D$  die maximale Reichweite des Scanners, werden folgende Dimensionen vorgeschlagen:

$$\begin{aligned}
 d &= 0,7 \cdot D \\
 d_{min} &= 0,2 \cdot d \\
 d_{max} &= 35m \\
 a &= 0,5 \cdot d_{min} \\
 b &= 0,8 \cdot d
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

mit

- $D$ : maximale Reichweite des Laserscanners
- $d$ : 70% der maximalen Reichweite des Laserscanners
- $d_{min}$ : Mindestabstand des Laserscanners zu den Prüfkörpern
- $d_{max}$ : maximaler Abstand des Laserscanners zu den Prüfkörpern
- $a$ : halbe Breite des Messvolumens
- $b$ : Länge des Messvolumens

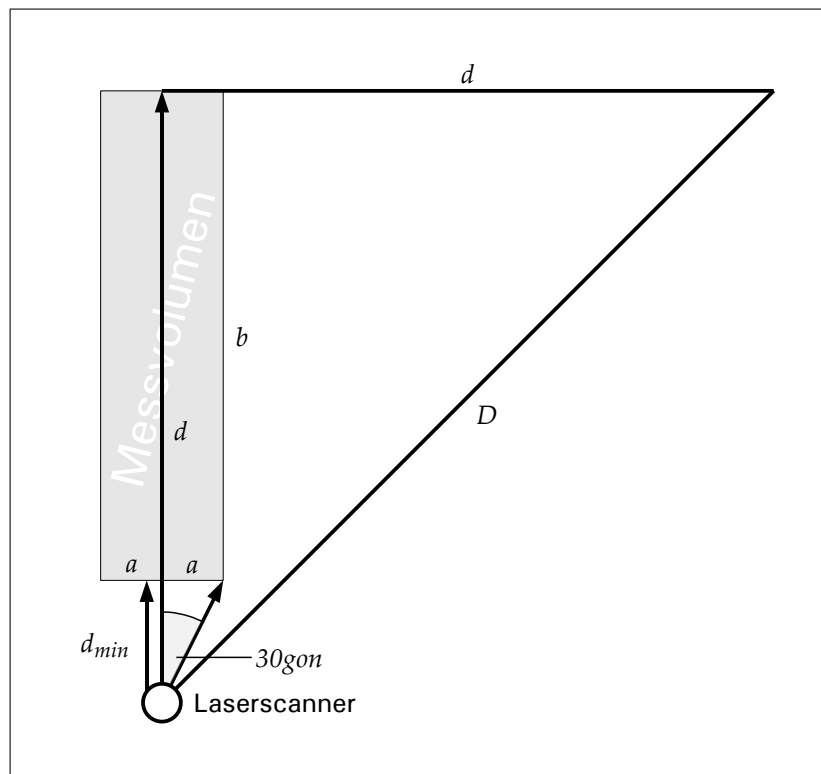


Abbildung 6.3: Festlegung des Messvolumens nach HEISTER [2006]

Die Höhe des Messvolumens wird auf 2 bis 3m angesetzt.

Zur Spezifikation des Messsystems schlägt HEISTER [2006] die Bestimmung von drei Kenngrößen vor:

1. Antastabweichung bzw. die Antastmessunsicherheit
2. Abstandsabweichung bzw. Abstandsmessunsicherheit
3. Ebenheitsmessabweichung bzw. Ebenheitsmessunsicherheit

Die hierfür benötigten Prüfkörper sind zum Einen Kugeln (zur Bestimmung der Antast- sowie der Abstandsabweichung) und zum Anderen Ebenen (zur Bestimmung der Ebenheitsmessabweichung), deren Oberflächen diffus streuen sollten.

Für die Prüfmessungen sind des Weiteren typische Festlegungen zu treffen, da die Ergebnisse einer jeden Überprüfung von der Betriebsart (Messvolumen, Scandichte, Art, Anzahl und Art der Prüfkörper) und den Betriebsbedingungen (Temperatur, Feuchte, Störeffekte, Beschaffenheit der Prüfkörper) abhängen [HEISTER, 2006].

### 6.2.1 Antastabweichung

Nach HEISTER [2006] beschreibt die Antastabweichung das Abweichverhalten des Laserscanners in einem kleinen Teil des Messvolumens. Sie unterliegt Einflüssen bezüglich der Digitalisierungseigenschaften, Phasenmessfehlern, Koordinatenmessfehlern und der lateralen Strukturauflösung. Zur Bestimmung der Antastabweichung sind Kugeln an mehreren Positionen innerhalb des Messvolumens

zu scannen. Für den Durchmesser  $D_p$  der Kugeln soll gelten:

$$0,01 \cdot d \leq D_p \leq 0,02 \cdot d \quad (6.2)$$

mit  $d$ : 70% der Reichweite des Laserscanners.

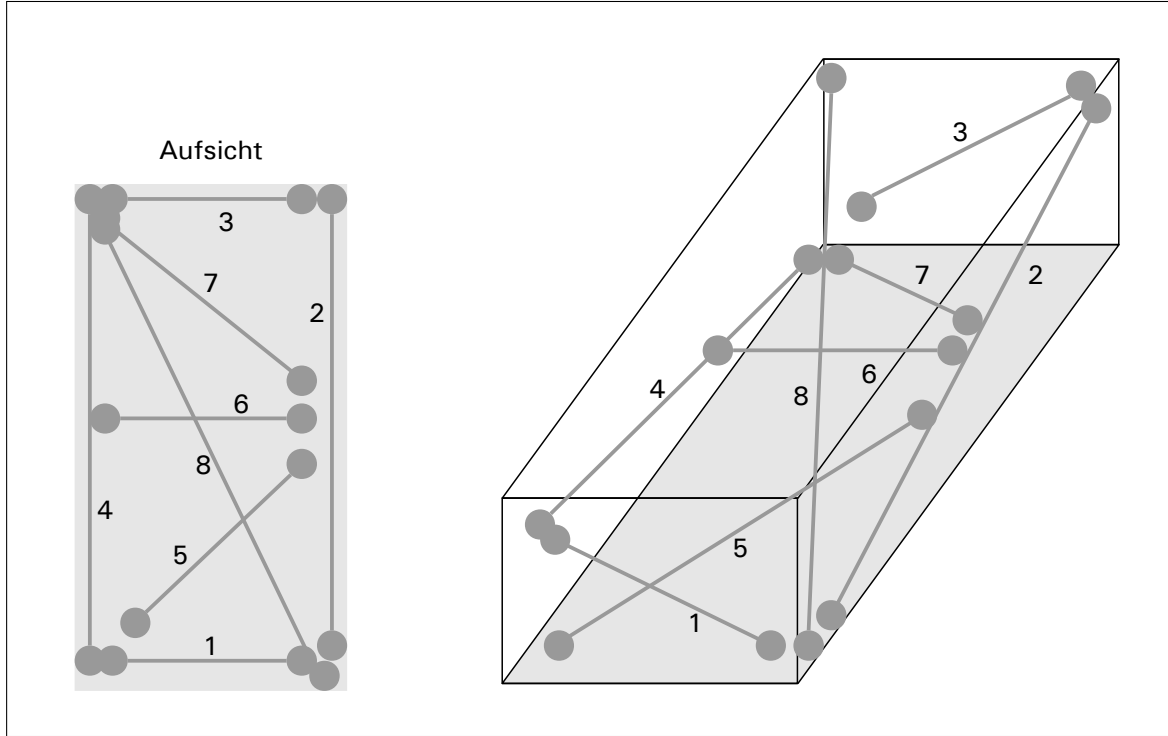


Abbildung 6.4: Anordnung der Kugeln im Messvolumen zur Bestimmung der Antast- sowie der Abstandsabweichung nach HEISTER [2006]

Die Antastabweichung kann wie folgt bestimmt werden:

- Der Prüfkörper Kugel wird an  $m$  Positionen (mindestens zehn) im Messvolumen gescannt.
- Für jeden Kugelscan wird anschließend eine ausgleichende Kugel mit unbekanntem Radius geschätzt, so dass man die Schätzwerte  $rad_1, rad_2, \dots, rad_m$  erhält.
- Anhand des kalibrierten Radius des Prüfkörpers Kugel können nun die radialen Abweichungen  $r_i$  aller  $n$  Messpunkte aller  $m$  Kugelpositionen berechnet werden.
- Die mittlere Antastabweichung  $R$  ergibt sich durch den Mittelwert der radialen Abweichungen:

$$R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |r_i| \quad (6.3)$$

- Die Antastmessunsicherheit errechnet sich aus dem Mittelwert der Varianzen  $\sigma_{rad_j}^2$  der geschätzten Radien  $rad_j$ :

$$u_R = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m \sigma_{rad_j}^2}{m}} \quad (6.4)$$

### 6.2.2 Abstandsabweichung

Mittels der Kenngröße Abstandsabweichung soll zum Einen die Fähigkeit des Messsystems zur Längenmessung geprüft werden und zum Anderen die Rückführbarkeit auf die Länge Meter gewährleistet sein.

Zur Bestimmung der Kenngröße Abstandsabweichung dienen wiederum Kugeln, die paarweise durch ihre Mittelpunkte Längen repräsentieren. Für den paarweisen Abstand  $L_p$  der Kugeln soll gelten:

$$L_p \geq 0,8 \cdot a \quad (6.5)$$

mit  $a$ : halbe Breite des Messvolumens.

Folgende Vorgehensweise wird von HEISTER [2006] vorgeschlagen:

- Die Kugelpaare sind an  $m$  Positionen im Messraum aufzustellen und zu scannen. Minimal sind  $m_{min} = 8$  Kugelpaare zu positionieren und zu scannen.
- Für jeden Kugelscan wird anschließend eine ausgleichende Kugel mit festem Radius geschätzt. Die Radien der Kugeln sind aus einer vorhergehenden Kugelkalibrierung bekannt. Hiermit erhält man die Mittelpunkte der Kugeln im Messraum  $M_{1,A}, M_{1,B}, \dots, M_{m,A}, M_{m,B}$ .
- Anschließend können die Koordinatendifferenzen der Mittelpunkte der Kugelpaare  $l_j$  berechnet werden, woraus sich die Abweichungen zu den Sollwerten ergeben:

$$\Delta L_j = l_{Soll} - l_j \quad (6.6)$$

- Anhand der Abweichungen von den Solllängen kann die mittlere Kugelabstandsabweichung berechnet werden:

$$\Delta L = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m |\Delta L_j| \quad (6.7)$$

- Die Abstandsmessunsicherheit ergibt sich aus:

$$u_L = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m \Delta L_j^2}{m}} \quad (6.8)$$

Die empfohlene Anordnung der minimalen Anzahl von acht Kugelpaaren ist in Abbildung 6.4 dargestellt. Die Daten der für die Abstandsabweichung gescannten Kugeln können ebenso zur Berechnung der Antastabweichung Verwendung finden.

### 6.2.3 Ebenheitsmessabweichung

Die Kenngröße Ebenheitsmessabweichung  $R_E$  beschreibt die Spanne der Abstände der Messpunkte von einer ausgleichenden Ebene. Als Prüfkörper finden zu ihrer Bestimmung ebene Flächen<sup>1</sup> Verwendung, für deren Länge  $L_Q$  und Breite  $B_Q$  gelten sollte:

$$\begin{aligned} 0,04 \cdot d &\leq L_Q \leq 0,06 \cdot d \\ 0,01 \cdot d &\leq B_Q \leq 0,02 \cdot d \end{aligned} \quad (6.9)$$

<sup>1</sup>HEISTER [2006] spricht in diesem Zusammenhang von quaderförmigen Prüfkörpern. Es werden zur Bestimmung der Ebenheitsmessabweichung jedoch nur die gescannten Punkte einer Seitenfläche des Quaders herangezogen.

mit  $d$ : 70% der Reichweite des Laserscanners.

Die Ebenheit  $p$  sollte unter einem Fünftel des zulässigen Grenzwertes der Ebenheitsmessabweichung liegen:

$$p \leq 0,2 \cdot R_{\text{zulässig}} \quad (6.10)$$

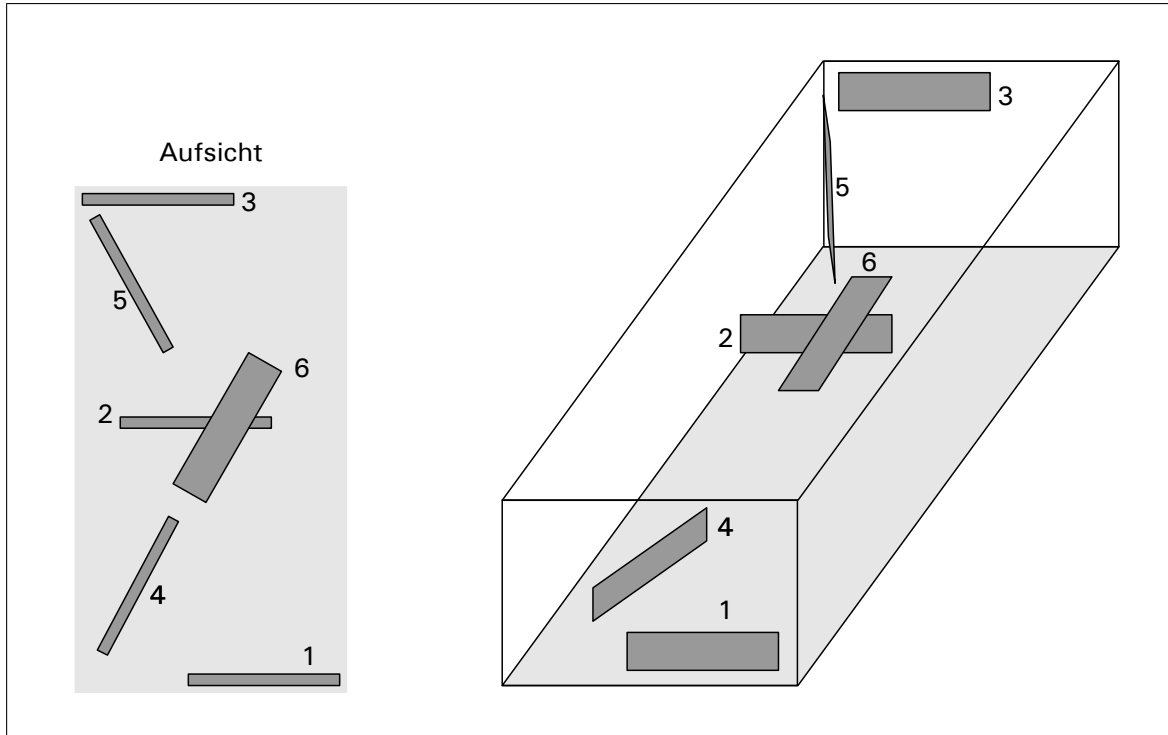


Abbildung 6.5: Anordnung der Ebenen im Messvolumen zur Bestimmung der Ebenheitsmessabweichung nach HEISTER [2006]

Die einzelnen Aufstellungen der Ebenen sollten sich in ihrer Position und in ihrer Orientierung voneinander unterscheiden. Abbildung 6.5 illustriert die vorgeschlagenen Aufstellungen im Messvolumen.

Die Vorgehensweise zur Bestimmung der Ebenheitsmessabweichung kann wie folgt zusammengefasst werden:

- Die Ebenen sind an  $m$  Positionen im Messraum aufzustellen und zu scannen. Minimal sind die Ebenen an  $m_{\min} = 6$  Positionen zu scannen.
- Für jede Aufstellung der Prüffläche wird anschließend eine ausgleichende Ebene berechnet. Mittels aller Residuen  $v_i (i = 1, \dots, n)$  aller  $m$  Aufstellungen wird die mittlere Ebenheitsmessabweichung berechnet:

$$R_E = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |v_i| \quad (6.11)$$

- Anhand des Mittels der Standardabweichungen der Ebenenausgleichung  $s_{E_j}$  ergibt sich die Ebenheitsmessunsicherheit:

$$u_E = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m s_{E_j}^2}{m}} \quad (6.12)$$

### 6.2.4 Anpassung geometrischer Körper an die Prüfkörper-Punktwolke

Zur Bestimmung sowohl der Antastabweichung als auch der Abstandsabweichung sind anhand der Kugel-Punktwolken ausgleichende Kugeln zu berechnen. Im Falle der Antastabweichung ist der Radius der Kugel als Unbekannte anzusetzen. Für die Bestimmung der Abstandsabweichung ist der Kugelradius vorzugeben. Lediglich die Koordinaten des Kugelmittelpunktes sind hier anhand einer Ausgleichung zu schätzen.

Im Folgenden werden die Schätzungen einer ausgleichenden Kugel mit oder ohne vorgegebenen Radius besprochen. Die Berechnung einer ausgleichenden Ebene, wie sie zur Bestimmung der Ebenheitsmessabweichung durchzuführen ist, wurde bereits im Abschnitt 4.1.1.9 behandelt.

#### 6.2.4.1 Ausgleichende Kugel

DRIXLER [1993] beschreibt ein Verfahren zur Schätzung einer ausgleichenden Kugel, bei dem die nichtlineare Kugelgleichung durch Substitution in eine lineare (Ersatz-) Beobachtungsgleichung umgeformt wird, so dass keine Näherungswerte der Kugelparameter bestimmt werden müssen. Den Ausgangspunkt bildet die Kugelgleichung:

$$(x - x_M)^2 + (y - y_M)^2 + (z - z_M)^2 - R^2 = 0 \quad (6.13)$$

mit  $x, y, z$ : x-, y- und z-Koordinate eines Punktes auf der Kugel  
 $x_M, y_M, z_M$ : x-, y- und z-Koordinate des Kugelmittelpunktes  
 $R$ : Radius der Kugel

Durch Ausmultiplizieren erhält man:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x_M x - 2y_M y - 2z_M z + (x_M^2 + y_M^2 + z_M^2 - R^2) = 0 \quad (6.14)$$

Die Koeffizienten der linearen Glieder und das absolute Glied können substituiert werden mit

$$\begin{aligned} a_1 &= -2x_M \\ a_2 &= -2y_M \\ a_3 &= -2z_M \\ a_4 &= x_M^2 + y_M^2 + z_M^2 - R^2. \end{aligned} \quad (6.15)$$

Somit lautet Gleichung 6.14 nun:

$$x^2 + y^2 + z^2 + a_1 x + a_2 y + a_3 z + a_4 = 0 \quad (6.16)$$

oder

$$a_1x + a_2y + a_3z + a_4 = -(x^2 + y^2 + z^2). \quad (6.17)$$

Die ausgleichende Kugel kann nun durch eine vermittelnde Ausgleichung geschätzt werden. Die Koeffizienten  $a_1$  bis  $a_4$  sind die vier zu schätzenden Unbekannten, so dass die Kofaktorenmatrix  $A$  sich wie folgt ergibt:

$$A = - \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & y_n & z_n & 1 \end{pmatrix} \quad (6.18)$$

Der Vektor der Pseudobeobachtungen  $L$  enthält die rechte Seite der Gleichung 6.17:

$$L = - \begin{pmatrix} x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 \\ x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 \\ \vdots \\ x_n^2 + y_n^2 + z_n^2 \end{pmatrix} \quad (6.19)$$

Liegen für die Koordinaten der  $n$  Punkte auf der Kugel Varianzen und Kovarianzen in Form der Varianz-Kovarianz-Matrix  $C_{ll}$  vor, kann die Gewichtsmatrix  $P_{ww}$

$$P_{ww} = (UC_{ll}U^T)^{-1} \quad (6.20)$$

mit

$$U = \begin{pmatrix} 2x_1 + a_1 & 2y_1 + a_2 & 2z_1 + a_3 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2x_n + a_1 & 2y_n + a_2 & 2z_n + a_3 \end{pmatrix} \quad (6.21)$$

zur Beschreibung des stochastischen Modells herangezogen werden.

Mit

$$\hat{a} = (A^T P_{ww} A)^{-1} A^T P_{ww} L \quad (6.22)$$

ergeben sich direkt die Schätzwerte der Koeffizienten  $\hat{a}_1$  bis  $\hat{a}_4$ . Die Parameter der Kugel erhält man mit:

$$\begin{aligned} x_M &= -\frac{1}{2}\hat{a}_1 \\ y_M &= -\frac{1}{2}\hat{a}_2 \\ z_M &= -\frac{1}{2}\hat{a}_3 \\ R &= \sqrt{\frac{1}{4}(\hat{a}_1^2 + \hat{a}_2^2 + \hat{a}_3^2) - \hat{a}_4} \end{aligned} \quad (6.23)$$



Die Varianz-Kovarianz-Matrix  $C_{\hat{a}\hat{a}}$  beschreibt die Genauigkeiten der geschätzten Koeffizienten  $\hat{a}_i$ . Die Varianz-Kovarianz-Matrix der Kugelparameter  $C_s$  kann durch Varianz-Kovarianz-Fortpflanzung berechnet werden. Mit

$$\mathbf{F}_a = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_M}{\partial a_1} & \frac{\partial x_M}{\partial a_2} & \frac{\partial x_M}{\partial a_3} & \frac{\partial x_M}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y_M}{\partial a_1} & \frac{\partial y_M}{\partial a_2} & \frac{\partial y_M}{\partial a_3} & \frac{\partial y_M}{\partial a_4} \\ \frac{\partial z_M}{\partial a_1} & \frac{\partial z_M}{\partial a_2} & \frac{\partial z_M}{\partial a_3} & \frac{\partial z_M}{\partial a_4} \\ \frac{\partial R}{\partial a_1} & \frac{\partial R}{\partial a_2} & \frac{\partial R}{\partial a_3} & \frac{\partial R}{\partial a_4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{a_1}{4R} & \frac{a_2}{4R} & \frac{a_3}{4R} & -\frac{1}{2R} \end{pmatrix} \quad (6.24)$$

erhält man:

$$\mathbf{C}_s = \mathbf{F}_a \mathbf{C}_{\hat{a}\hat{a}} \mathbf{F}_a^T. \quad (6.25)$$

#### 6.2.4.2 Ausgleichende Kugel mit festem Radius

Sind innerhalb einer Kugelausgleichung lediglich die Koordinaten des Kugelmittelpunktes zu bestimmen, der Radius jedoch ist vorgegeben, können zunächst mittels des im vorangegangenen Abschnitts beschriebenen Ansatzes Näherungen der Mittelpunktkoordinaten bestimmt werden.

Mittels der Näherungswerte der Mittelpunktkoordinaten ist es möglich, durch Linearisierung der nichtlinearen Kugelgleichung

$$(x - x_M)^2 + (y - y_M)^2 + (z - z_M)^2 = R^2 \quad (6.26)$$

die Unbekannten zu schätzen.

Die Kofaktorenmatrix  $\mathbf{A}$  ergibt sich in diesem Fall zu:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2(x_1 - x_M) & 2(y_1 - y_M) & 2(z_1 - z_M) \\ 2(x_2 - x_M) & 2(y_2 - y_M) & 2(z_2 - z_M) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 2(x_n - x_M) & 2(y_n - y_M) & 2(z_n - z_M) \end{pmatrix}. \quad (6.27)$$

Der reduzierte Vektor  $\mathbf{l}$  der Pseudobeobachtungen lautet:

$$\mathbf{l} = \begin{pmatrix} R^2 - (x_1 - x_M)^2 - (y_1 - y_M)^2 - (z_1 - z_M)^2 \\ R^2 - (x_2 - x_M)^2 - (y_2 - y_M)^2 - (z_2 - z_M)^2 \\ \vdots \\ R^2 - (x_n - x_M)^2 - (y_n - y_M)^2 - (z_n - z_M)^2 \end{pmatrix} \quad (6.28)$$

Als Gewichtsmatrix  $\mathbf{P}$  kann die Inverse der Varianz-Kovarianz-Matrix  $\mathbf{C}_l$  der Kugelpunkte verwendet werden. Mit

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l} \quad (6.29)$$

ergeben sich durch iterative Ausgleichung die Schätzwerte der Mittelpunktkoordinaten

$$\hat{\mathbf{x}} = (\hat{x}_M, \hat{y}_M, \hat{z}_M)^T. \quad (6.30)$$

Die Varianz-Kovarianz-Matrix der geschätzten Unbekannten  $\mathbf{C}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}$  erhält man mit

$$\mathbf{C}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1}. \quad (6.31)$$

## 6.3 Realisierung des Überprüfungszenarios

Das von HEISTER [2006] vorgeschlagene Überprüfungszenario wurde realisiert und detailliert untersucht.

Hierfür stand erneut ein Laserscanner ZOLLER+FRÖHLICH IMAGER 5003 zur Verfügung. Die Kontrollmessungen mit übergeordneter Genauigkeit wurden mit einem Lasertracker der Firma FARO durchgeführt.

Im Folgenden wird die Realisierung des Messzenarios näher erläutert sowie die Durchführung der Laserscans bezüglich des Überprüfungszenarios beschrieben.

### 6.3.1 Dimensionen des Messvolumens

Für die Durchführung der Tests stand ein Laserscanner ZOLLER+FRÖHLICH IMAGER 5003 mit einer Reichweite von bis zu  $D = 53,5m$  zur Verfügung. Folgt man den Empfehlungen von HEISTER [2006], sollte

- das Messvolumen eine Länge von  $d = 0,7 \cdot D = 37,45m$  einnehmen.
- die als Prüfkörper verwendeten Kugeln über einen Durchmesser von mindestens  $D_p = 0,01 \cdot d = 374,5mm$  verfügen.

Da jedoch die Messung in einem geschlossenen Raum stattfinden sollte, um die Umgebungsbedingungen relativ konstant zu halten und entsprechende Räumlichkeiten kaum verfügbar sind, wurde das Messvolumen verkleinert. Seine Dimensionen wurden im Umkehrschluss an den Durchmesser  $D_p = 120mm$  der vorhandenen Kugeln angepasst. Leitet man die entsprechende Länge des Messvolumens  $d$  zum Kugeldurchmesser ab, ergibt sich

$$d = \frac{D_p}{0,01} = 12m.$$

als Maximalwert. Der kleinste Abstand des Laserscanners vom ersten Messobjekt sollte

$$d_{min} = 0,2 \cdot d = 2,4m.$$

nicht unterschreiten. Die empfohlene Breite des Messvolumens beträgt

$$2a = d_{min} = 2,4m.$$

### 6.3.2 Das Überprüfungszenario

Zur Durchführung einer Laserscannerüberprüfung wurden die Prüfkörper Tetraeder und Kugel in unterschiedlichen Höhen an mehreren Positionen im Messvolumen platziert. Insgesamt ergaben sich auf diese Weise 37 Kugelpositionen (Abbildung 6.6). Die Tischlerplatten wurden in unterschiedlichen Orientierungen an zehn Positionen aufgestellt (Abbildung 6.7).

Die Verteilung der Prüfkörper im Messvolumen orientierte sich an den von HEISTER [2006] vorgeschlagenen Anordnungen (Abbildungen 6.4 und 6.5). Die zusätzlich erfassten Positionen der Kugeln und Ebenen ermöglichen es überdies, mehrere Konfigurationen miteinander zu vergleichen.

Die im vorangegangenen Abschnitt berechneten Richtwerte der Dimensionen des Messvolumens wurden zu Testzwecken durch manche Kugelpositionen in der Länge und der Höhe leicht überschritten. Um die Laserscans in ihrer Richtung nicht zu sehr einzuschränken, wurde die Breite des Messvolumens auf  $5m$  ausgedehnt.

Die in den Abbildungen 6.6 und 6.7 dargestellten Situationen wurden in mehreren Laserscans erfasst, da die Prüfkörper für eine einmalige Aufnahme nicht in ausreichender Anzahl zur Verfügung standen. Darüber hinaus wurden auf diese Weise im Laserscan Überdeckungen eines Prüfkörpers durch einen anderen vermieden.

Die Laserscans wurden in der Auflösungsstufe „High“ in zwei Lagen durchgeführt, so dass jede Kugel und Ebene sowohl in der ersten als auch in der zweiten Lage erfasst wurde.

Zur Überwachung des Szenarios sowie zur Bestimmung der Sollstrecken zwischen den Kugelaufstellungen stand ein Lasertracker von FARO zur Verfügung, mit dem sowohl die Kugeln als auch die Ebenen an ihren einzelnen Positionen beobachtet wurden. Die Kugeln des Tetraeders wurden für jede Aufstellung mit dem Lasertracker mindestens einmal beobachtet.

Temperatur, Luftdruck und Luftfeuchte wurden während der Messung überwacht und waren konstant.

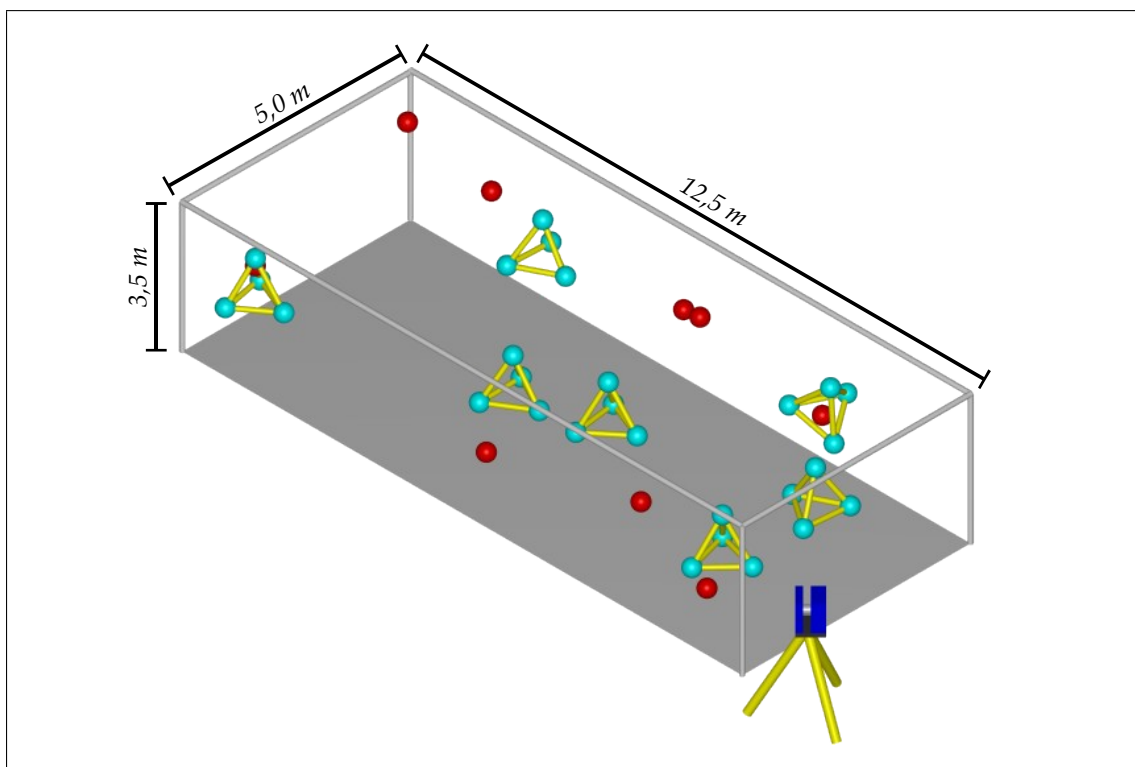


Abbildung 6.6: Die Verteilung der Kugeln und Tetraeder im Messvolumen

Beim verwendeten Laserscanner handelte es sich zwar um einen ZOLLER+FRÖHLICH IMAGER 5003, wie er auch für die Untersuchungen in Kapitel 4 zum Einsatz kam, jedoch stand nicht dasselbe Gerät zur Verfügung. Somit wurde dieses Lasermesssystem zeitnah zu den Messungen zum Überprüfungsszenario ebenfalls einer Kalibrierung (vgl. Abschnitt 4.2.5) im Ebenen-Kalibrierfeld sowie einer Genauigkeitsuntersuchung (vgl. Abschnitt 4.2.6) unterzogen, um anhand der Laserscans des Überprüfungsszenarios die Einflüsse systematischer Instrumentenabweichungen sowie äußerer Faktoren auf die Kenngrößen analysieren zu können. Als Kalibrierparameter wurden signifikant geschätzt:

$$\begin{aligned}
 h &= -8,87mgon \\
 c &= -1,97mgon \\
 i &= 28,11mgon
 \end{aligned}
 \tag{6.32}$$

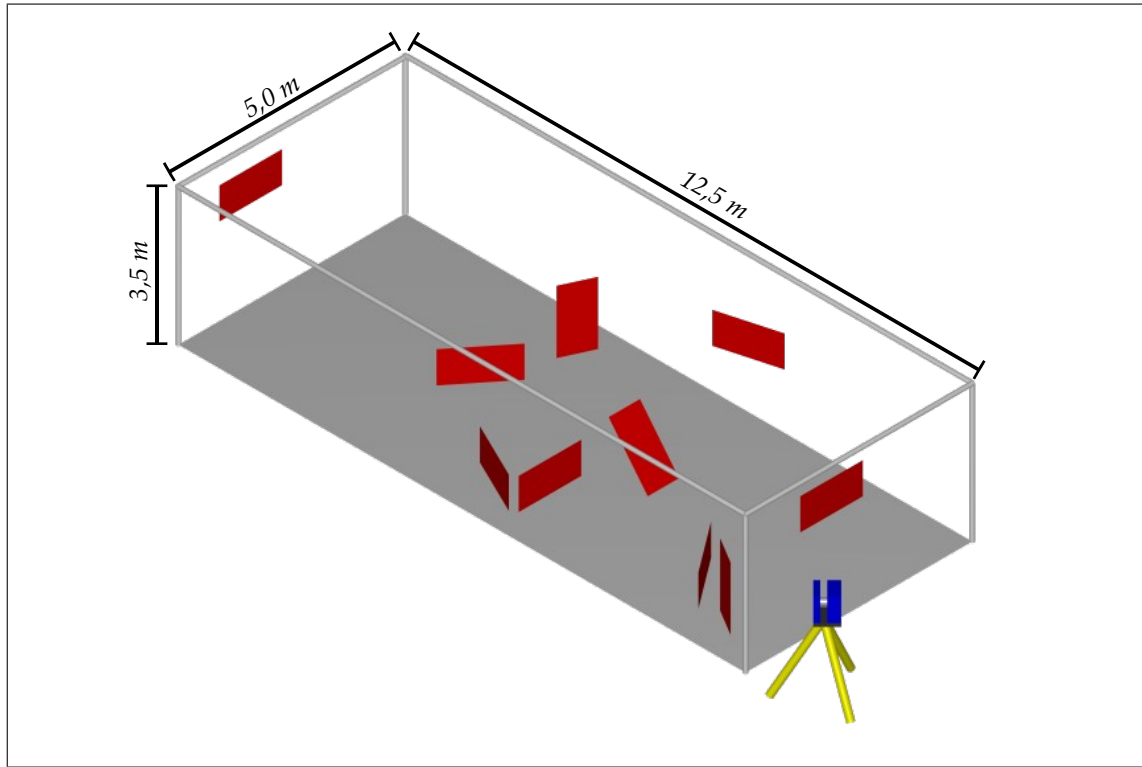


Abbildung 6.7: Die Verteilung und Orientierung der Ebenen im Messvolumen

Die Analyse der tatsächlichen Genauigkeiten der Laserscannermessungen mit Varianzkomponentenschätzung führte zur einer vom Auftreffwinkel  $\psi$  und der Messentfernung  $s$  abhängigen Genauigkeitsfunktion nach Gleichung 4.84:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{s,\psi[m]}^2 &= a_0^2 + a_1^2 \cdot s^2 + a_2^2 \cdot (\cot \psi + 2 \cdot \sin(4 \cdot \psi)) \\
 &= (1,2mm)^2 + (0,074)^2 \cdot s_{[m]}^2 + (0,6mm)^2 \cdot (\cot \psi + 2 \cdot \sin(4 \cdot \psi))
 \end{aligned} \tag{6.33}$$

## 6.4 Analyse der Laserscans des Überprüfungsszenarios

Zur Vorbereitung der Auswertung wurden aus den vorliegenden Laserscans die Punktwolken der Kugeln und der Ebenen extrahiert. Insbesondere für die Kugeln trat sehr deutlich der Effekt des „Kometenschweif“ hervor. Die Abbildung 6.8 gibt hierfür ein Beispiel.

Für einige Kugeln, die in geringem Abstand zum Laserscanner abgetastet wurden, traten für die Laserstrahlen mit nahezu rechtwinkligem Auftreffwinkel Fehlmessungen auf, die sich durch zu kurz gemessene Distanzen auszeichneten. In der Punktwolke sind sie durch eine „Nase“ auf der Kugel erkennbar (Abbildung 6.9). KERN [2008] bezeichnet diese Abweichung auch als „Zipfelmütze“.

Die Extraktion der Kugeln und Ebenen aus den Scans erfolgte manuell, so dass Fehlmessungen, wie „Kometenschweif“-Punkte oder „Nasen“-Punkte eliminiert wurden.

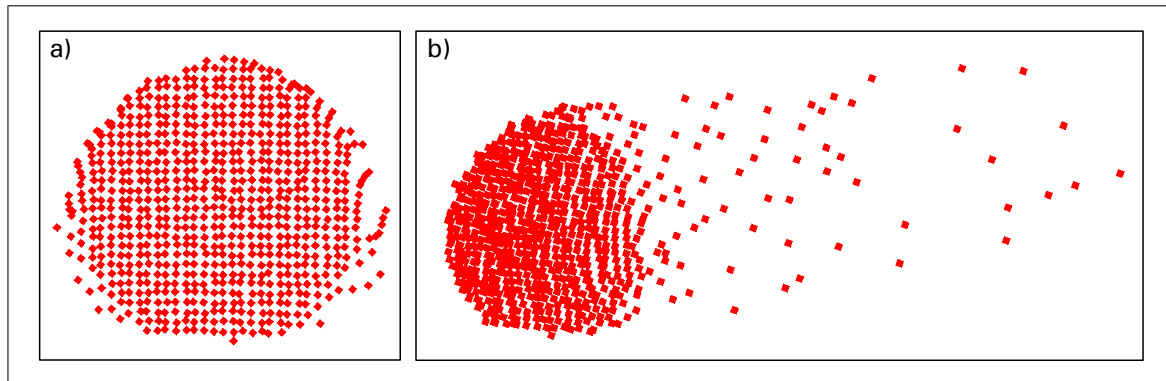


Abbildung 6.8: Der „Kometenschweif“-Effekt am Beispiel einer gescannten Kugel: a) Frontalansicht; b) Schrägansicht mit „Kometenschweif“

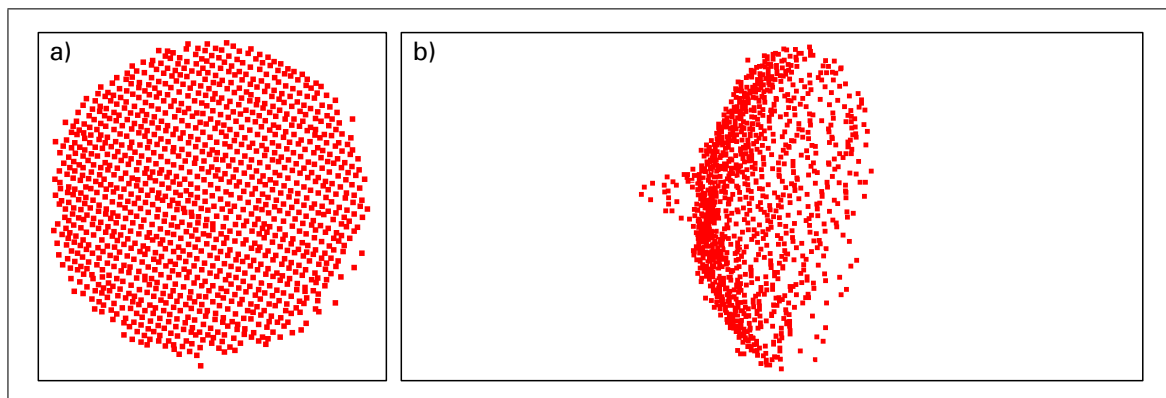


Abbildung 6.9: Fehlmessungen auf einer Kugel für die Laserstrahlen mit nahezu rechtwinkligem Auftreffwinkel: a) Frontalansicht; b) Seitenansicht mit erkennbarer „Nase“

### 6.4.1 Betrachtungen zur Antastabweichung

#### 6.4.1.1 Der Kugelradius

Für die Bestimmung der Antastabweichung spielt die Schätzung des unbekannten Radius eine entscheidende Rolle. Daher ist zunächst die Frage zu klären, welche Faktoren den Radius der Ausgleichskugel beeinflussen. Zunächst wurde der Einfluss der Punktdichte auf den gescannten Kugeln genauer betrachtet. Zu beachten ist, dass die Punktwolke einer Kugel, die näher am Laserscanner steht, größer ist als die Punktwolke einer Kugel, die weiter entfernt steht.

In einem ersten Schritt wurden ausgleichende Kugeln der 37 Punktwolken geschätzt, indem alle Punkte auf der jeweiligen Kugeloberfläche in der Ausgleichung berücksichtigt wurden.

Um Schätzungen unabhängig von der Größe der Punktwolke zu erhalten, wurden anschließend für jede Kugel lediglich 80 gleichmäßig auf der Oberfläche verteilte Punkte für die Ausgleichung verwendet.

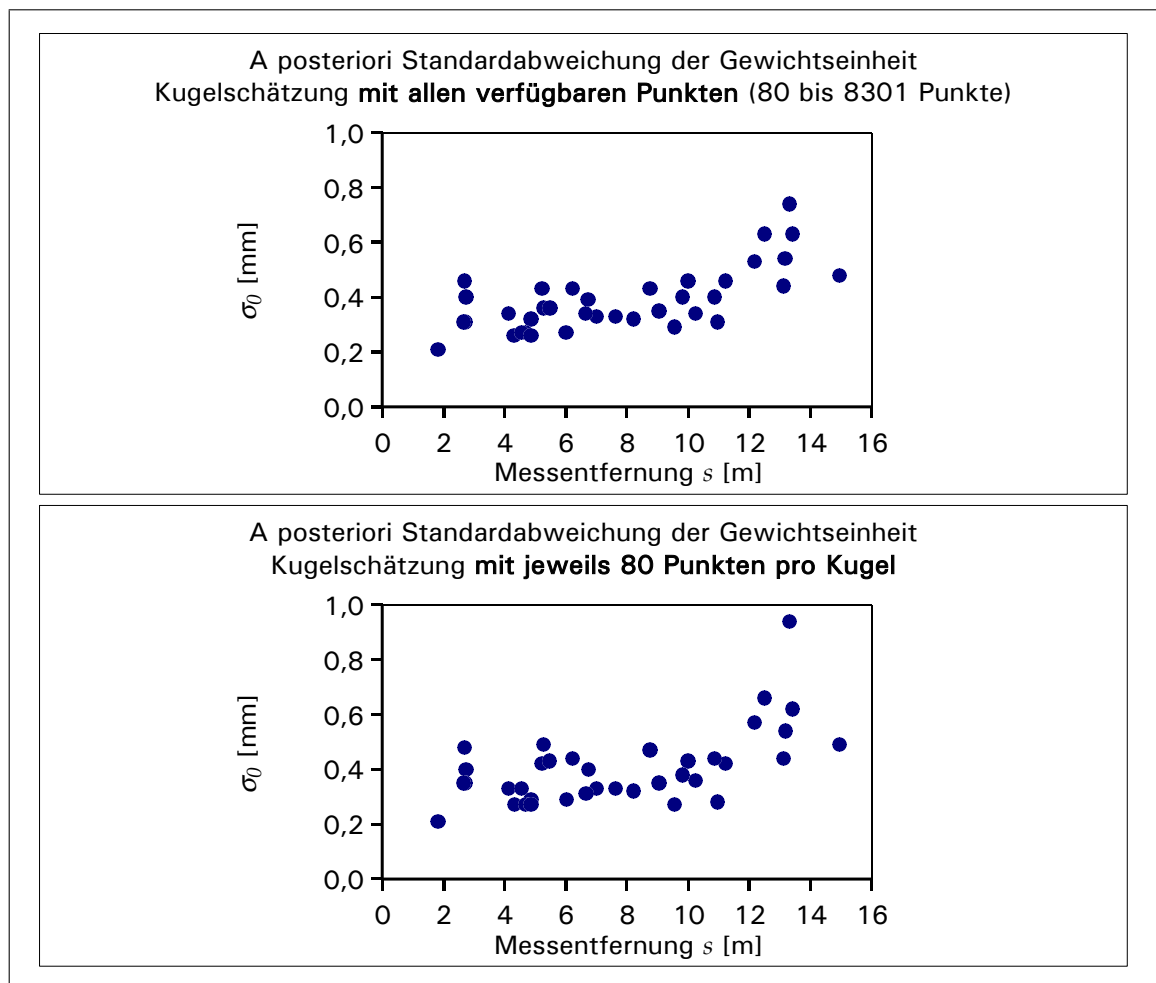


Abbildung 6.10: A priori Standardabweichungen der Gewichtseinheit der geschätzten Kugeln

Die Abbildung 6.10 stellt die a posteriori Standardabweichungen der Gewichtseinheit  $\hat{\sigma}_0$  der jeweiligen Kugelschätzungen in Abhängigkeit von der Messentfernung dar. Man erkennt, dass die Anzahl der Punkte, die in die Kugelschätzung einfließen, lediglich einen geringen Einfluss auf  $\hat{\sigma}_0$  hat. Die Entfernung der Kugel zum Laserscanner wirkt sich jedoch signifikant auf die Schätzung aus. In beiden Diagrammen ist festzustellen, dass die Werte für  $\hat{\sigma}_0$  mit zunehmender Entfernung ansteigen.

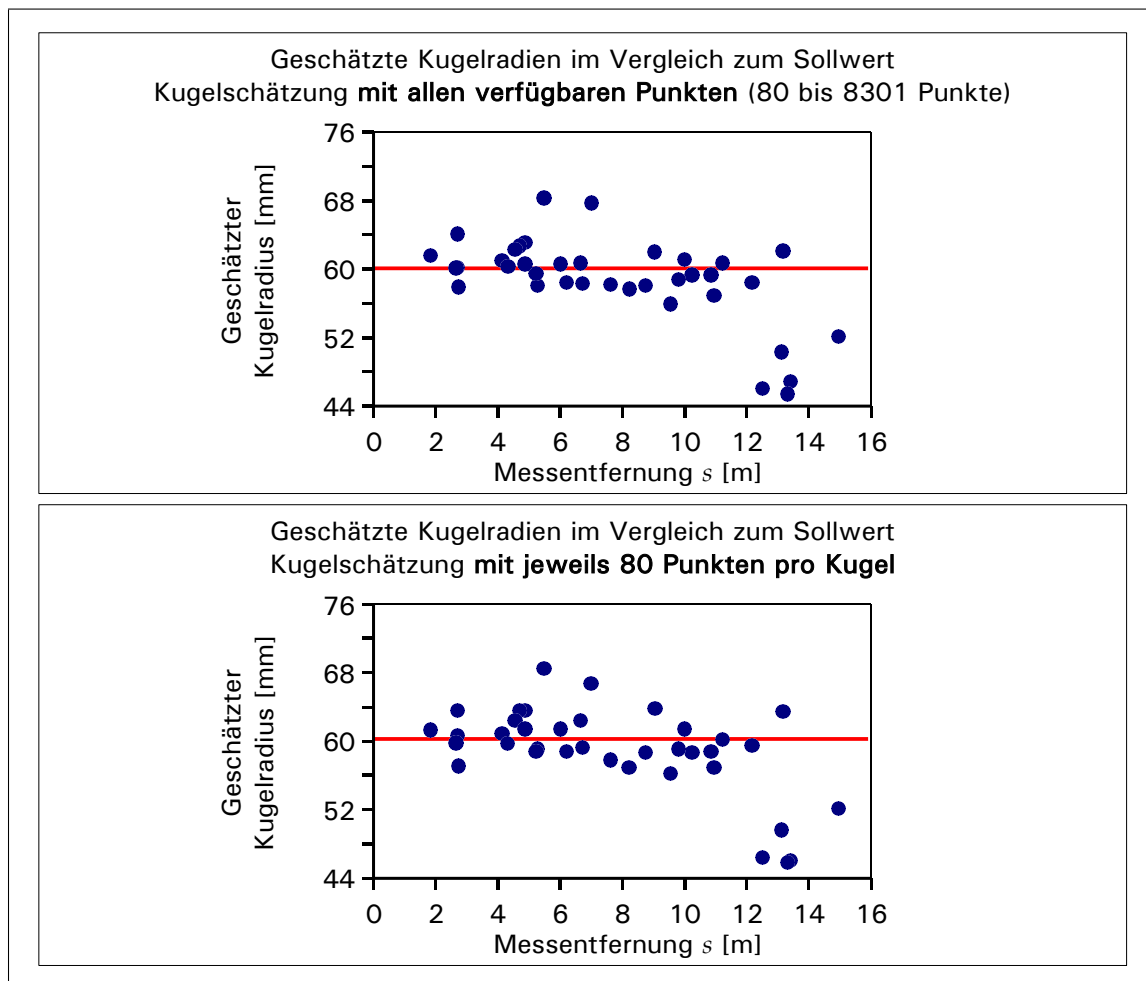


Abbildung 6.11: Geschätzte Kugelradien im Vergleich zu ihrem Sollwert

Die Abbildung 6.11 illustriert die Abweichungen der geschätzten Radien zu ihrem Sollwert von  $60\text{mm}$ . Die Schätzungen der Kugelradien scheinen hier weitestgehend unabhängig von der Punktanzahl zu sein, wie ein Vergleich der beiden Grafiken in Abbildung 6.11 zeigt. Für Kugeln mit einer Distanz von über  $12\text{m}$  zum Laserscanner wird der Radius deutlich zu klein geschätzt. Diese Feststellung kann als Bestätigung der Empfehlung von HEISTER [2006] für die Größe des Kugelradius in Bezug zur maximalen Messdistanz angesehen werden. Nach seinen Vorgaben sind für Entfernungen von über  $12\text{m}$  Kugeln mit einem größeren Durchmesser als  $120\text{mm}$  erforderlich. Die verwendeten Kugeln sind somit zu klein, so dass die Auflösung des Laserscanners in dieser Entfernung nicht mehr ausreicht, um die Kugelform ausreichend genau zu erfassen.

In Abbildung 6.12 werden die Abweichungen der geschätzten Kugelradien aus Beobachtungen der 1. Lage zu den Kugelradien aus Beobachtungen der 2. Lage veranschaulicht. Teilweise unterscheiden sich die Radien um mehr als  $3\text{mm}$ . Scheinbar steigt die „Bestimmungsunsicherheit“ des Radius mit größeren Messentfernungen. Normiert man jedoch die Anzahl der Kugelpunkte (untere Grafik in Abbildung 6.12), zeigt sich, dass auch in kürzeren Entfernungen die Radien der beiden Lagen um bis zu  $3\text{mm}$  voneinander abweichen können. Obwohl der Vergleich der geschätzten Radien mit ihren Sollwerten in Abbildung 6.11 auf keine Abhängigkeit der Radiussschätzung von der Punktanzahl hindeutete, ist anhand des Vergleichs der Schätzungen aus zwei Lagen festzustellen, dass die Unsicherheit des Kugelradius mit abnehmender Anzahl der Kugelpunkte steigt.

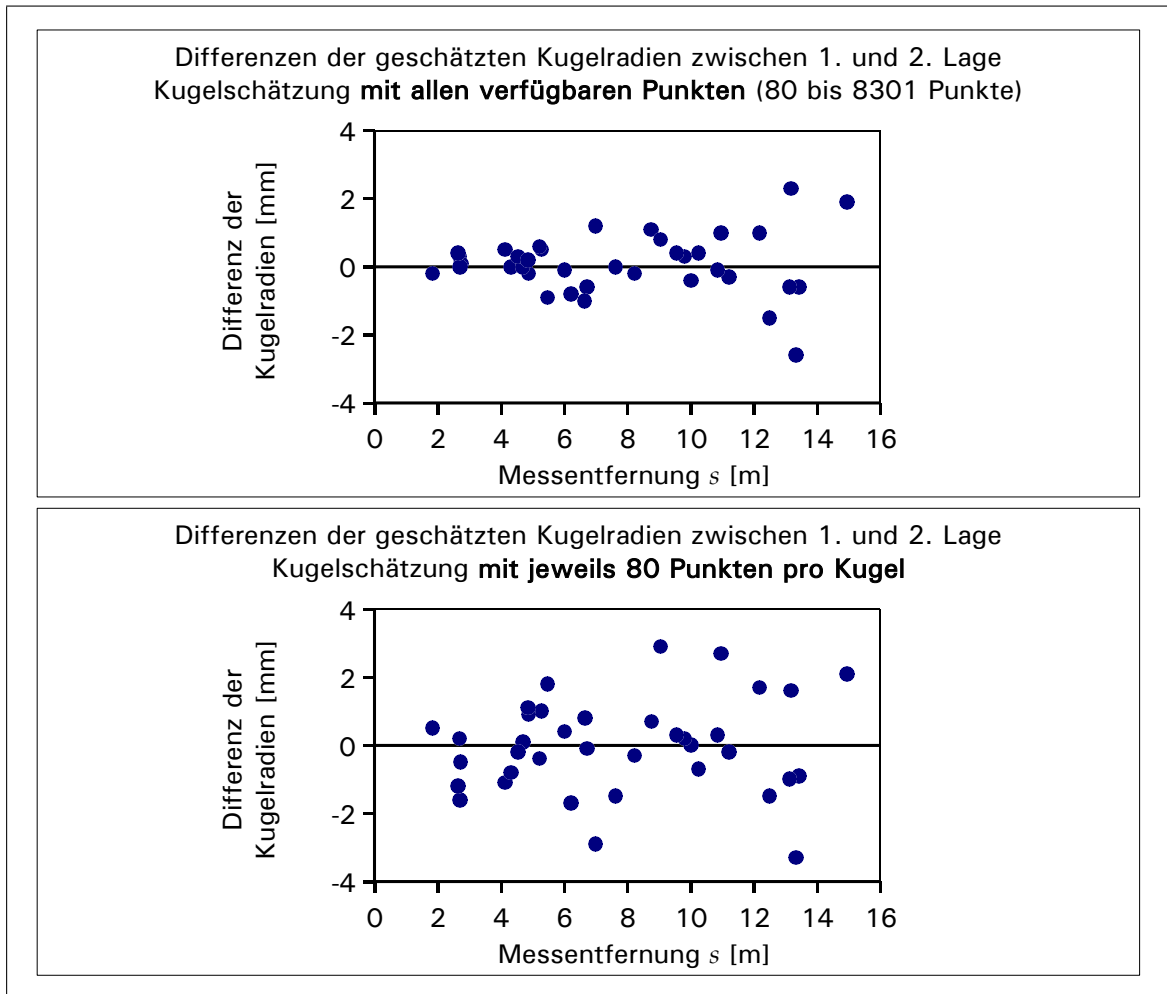


Abbildung 6.12: Differenzen der geschätzte Kugelradien aus Beobachtungen der 1. und 2. Lage

#### 6.4.1.2 Die Bestimmung der Antastabweichung

Nach den Vorbetrachtungen zur Kugelschätzung folgt nun die Berechnung der Antastabweichung  $R$  sowie der Antastmessunsicherheit  $u_R$  für verschiedene Konstellationen:

**Set 1** umfasst alle 37 gescannten Kugeln (Abbildung 6.6).

**Set 2** enthält 16 Kugeln, die in etwa die in der Abbildung 6.4 vorgeschlagenen Positionen einnehmen. Auf Kugeln in der dem Laserscanner gegenüberliegenden Ecke des Messvolumens (vergleiche Abbildung 6.13 oben) wurde aufgrund ihrer großen Distanz zum Laserscanner verzichtet und statt ihrer etwas näher gelegene Kugeln ausgewählt.

**Set 3 und 4** umfassen jeweils zehn gescannte Kugeln (vergleiche Abbildung 6.13 Mitte und unten).

Für jedes Set wurden insgesamt acht Antastabweichungen  $R$  beziehungsweise Antastmessunsicherheiten  $u_R$  bestimmt. In der Auswertung wurden verschiedene Fälle unterschieden. So wurden zur Berechnung der Kenngrößen

- entweder die gescannten Punkte der 1. oder der 2. Lage zur Kugelausgleichung verwendet.



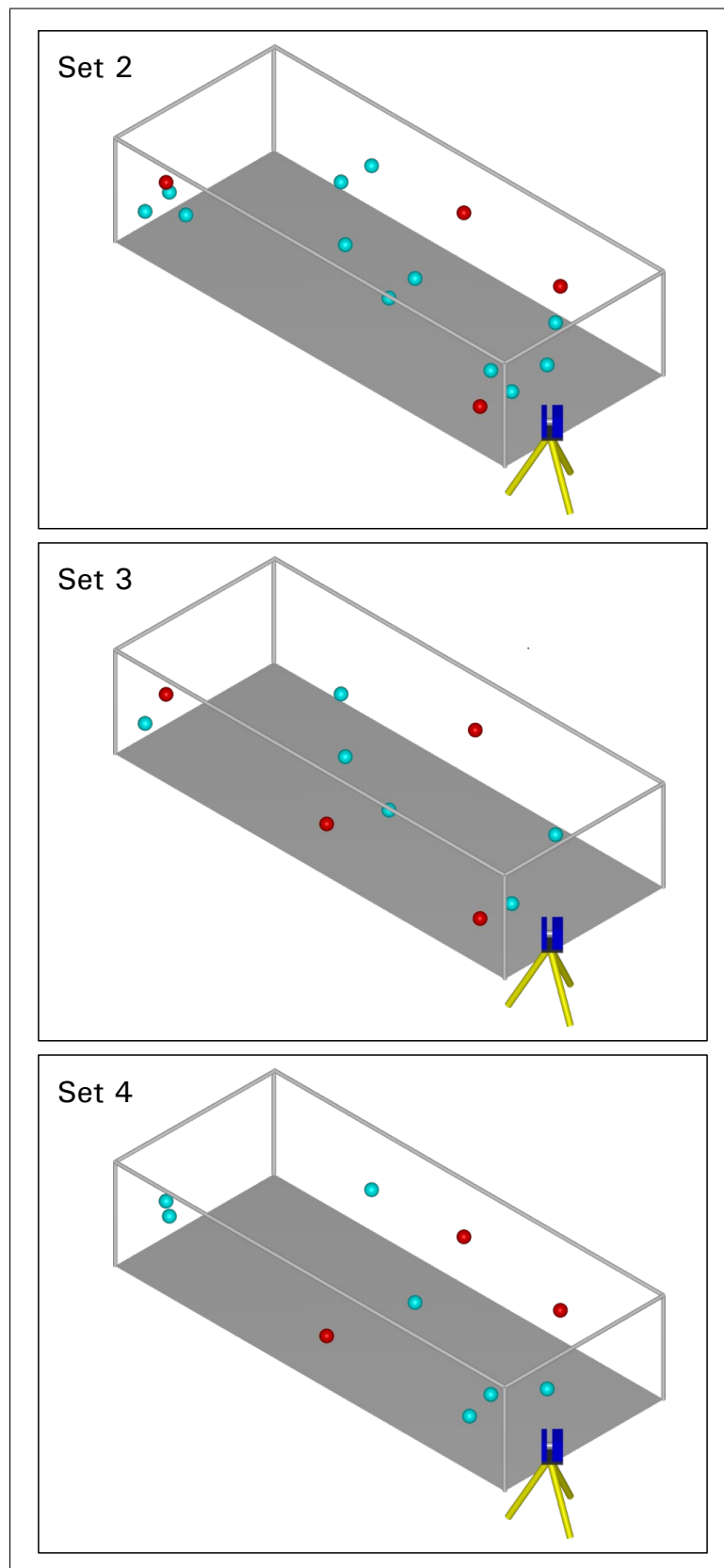


Abbildung 6.13: Verteilung der Kugeln der Zusammenstellungen „Set 2“, „Set 3“ und „Set 4“

- entweder alle erfassten Punkte der Kugeloberflächen in die Kugelausgleichung einbezogen oder nur eine ausgedünnte Punktwolke mit 80 Punkten.
- entweder alle Punkte gleich gewichtet in die Kugelausgleichung eingeführt oder mittels der Genauigkeitsfunktion 6.33 gewichtet.

Korrigiert man die Kugelpunkte um die geschätzten Kalibrierparameter (6.32), werden die Punkte nahezu einheitlich im Messvolumen verschoben. Da sich die Antastabweichung nur auf einen kleinen Teil des Messvolumens bezieht, ändert eine Korrektur um Kalibrierparameter die Schätzung der Antastabweichung nicht merklich, so dass auf eine gesonderte Betrachtung der Antastabweichung  $R$  und der Antastmessunsicherheit  $u_R$  für um Kalibrierparameter korrigierte Kugelpunkte entfällt. Die Tabelle 6.1 enthält die Ergebnisse der ermittelten Kenngrößen.

Lage	Anzahl der Punkte	gewichtet	Set 1		Set 2		Set 3		Set 4	
			$R$ [mm]	$u_R$ [mm]	$R$ [mm]	$u_R$ [mm]	$R$ [mm]	$u_R$ [mm]	$R$ [mm]	$u_R$ [mm]
1	alle verfügbaren Punkte	-	2,2	1,0	2,1	1,2	2,4	1,2	2,0	1,2
1	alle verfügbaren Punkte	✓	2,2	1,0	2,1	1,3	2,4	1,2	2,0	1,2
2	alle verfügbaren Punkte	-	2,2	1,0	2,0	1,2	2,3	1,2	2,0	1,2
2	alle verfügbaren Punkte	✓	2,2	1,0	2,0	1,2	2,3	1,2	2,0	1,3
1	80 Punkte pro Kugel	-	2,7	1,5	3,0	1,7	2,9	1,7	2,6	1,6
1	80 Punkte pro Kugel	✓	2,7	1,6	3,0	1,8	2,9	1,8	2,6	1,7
2	80 Punkte pro Kugel	-	2,7	1,6	2,8	1,8	2,9	1,8	2,7	1,8
2	80 Punkte pro Kugel	✓	2,7	1,6	2,8	1,8	3,0	1,8	2,7	1,8
Anzahl der Kugeln			37		16		10		10	

Tabelle 6.1: Antastabweichungen  $R$  und -messunsicherheiten  $u_R$  der vier Kugelzusammenstellungen

Folgendes ist festzustellen:

1. Wie zu erwarten war, unterscheiden sich die ermittelten Kenngrößen der 1. und 2. Lage nicht.
2. Sowohl die Antastabweichung  $R$  als auch die Antastmessunsicherheit  $u_R$  verschlechtern sich bei lediglich 80 Punkten pro Kugel gegenüber den Werten für Kugelschätzungen mit allen verfügbaren Punkten. Da es sich bei der Antastabweichung um den Mittelwert der radialen Abstände aller Kugelpunkte und bei der Antastmessunsicherheit um eine Standardabweichung handelt, fließt die Punktzahl direkt in diese Größen ein und beeinflusst das Ergebnis.

3. Die Gewichtung mittels Genauigkeitsfunktion hat keinen Einfluss auf die Antastabweichung  $R$  oder die Antastmessunsicherheit  $u_R$ . Ein Grund hierfür ist in den ermittelten Koeffizienten der Genauigkeitsfunktion zu sehen. Der winkelabhängige Anteil der Funktion ist mit einem Koeffizienten von  $(0,6\text{mm})^2$  kaum relevant. Der entfernungsabhängige Anteil liefert für alle Punkte einer Kugel einen nahezu konstanten Beitrag, da sich die Punkte in ihrer Entfernung zum Laserscanner kaum unterscheiden.
4. Vergleicht man die ermittelten Werte für die Antastabweichung  $R$  und die Antastmessunsicherheit  $u_R$  der einzelnen Zusammenstellungen, sind nur minimale Differenzen festzustellen. Demnach reagieren die Antastabweichung sowie die Antastmessunsicherheit unempfindlich auf die Auswahl und die Menge der einbezogenen Kugeln.

Es bleibt festzuhalten, dass die Punktdichte der Kugeln die Antastabweichung beeinflusst. Folglich ist es ratsam, die Kenngröße stets in Verbindung mit der gewählten Scanauflösung beziehungsweise Scandichte zu betrachten.

Die Kenngrößen reagieren im vorliegenden Fall nicht auf eine angepasste Gewichtung der Kugelpunkte nach der Genauigkeitsfunktion 6.33. Dies ist auf den geringen Beitrag des winkelabhängigen Anteils der Genauigkeitsfunktion 6.33 zurückzuführen. Im Falle einer stärkeren Winkelabhängigkeit eines Laserscanners, die sich in einem größeren Koeffizienten  $a_2$  der Genauigkeitsfunktion niederschlägt, könnte die Gewichtung der Kugelpunkte anhand der Genauigkeitsfunktion für die Ermittlung der Antastabweichung eine Rolle spielen.

## 6.4.2 Betrachtungen zur mittleren Abstandsabweichung

### 6.4.2.1 Vergleich der Punkte der 1. und 2. Lage

Zur Bestimmung der mittleren Abstandsabweichung spielt die absolute Lage der Kugeln im Messraum eine entscheidende Rolle, da anhand der Mittelpunktkoordinaten die Distanzen zwischen den Kugeln berechnet werden. Aus diesem Grund werden in einem ersten Schritt anhand der Kugelpunktwolken der 1. sowie der 2. Lage Kugeln mit festem Radius geschätzt. Die so ermittelten Kugelmittelpunkte der beiden Lagen können nun verglichen werden. In Abbildung 6.14 sind die Distanzen der Mittelpunkte der 1. Lage zu den Mittelpunkten der entsprechenden Kugeln in der 2. Lage dargestellt.

Die obere Grafik zeigt die Abweichungen der Mittelpunkte, die sich aus den 37 Kugeln ergaben, ohne die Kalibrierparameter (6.32) zu berücksichtigen. Die untere Grafik gibt die Abweichungen zwischen der 1. und der 2. Lage wieder, indem die Kugelpunkte vor der Schätzung der Mittelpunkte jeweils um die Kalibrierparameter berichtigt wurden.

Wiesen ohne Korrektur vier Kugeln Abweichungen zwischen der 1. und 2. Lage von über  $5\text{mm}$  auf, konnte die Anzahl der Kugeln durch die Korrektur auf lediglich eine Kugel verringert werden. Für die restlichen Kugeln liegen die Mittelpunkte der 1. und der 2. Lage um maximal  $4\text{mm}$  auseinander. Diese Restabweichungen sind möglicherweise durch zufällige Messabweichungen begründet, die sich in den Punktwolken der beiden Lagen unterschiedlich niederschlugen. Bereits in Abbildung 6.12 wurde deutlich, dass sich die geschätzten Radien zwischen 1. und 2. Lage um bis zu  $3\text{mm}$  unterscheiden können. Die Radien wurden für die Betrachtungen der mittleren Abstandsabweichung auf ihrem Sollwert festgehalten, so dass gefolgert werden kann, dass sich die entsprechenden Abweichungen in den Punktwolken auf die Positionen der Mittelpunkte ausgewirkt haben.

Allgemein lässt sich ein linearer Zusammenhang zwischen Messentfernung und Abweichung der Kugelmittelpunkte der 1. und 2. Lage feststellen.

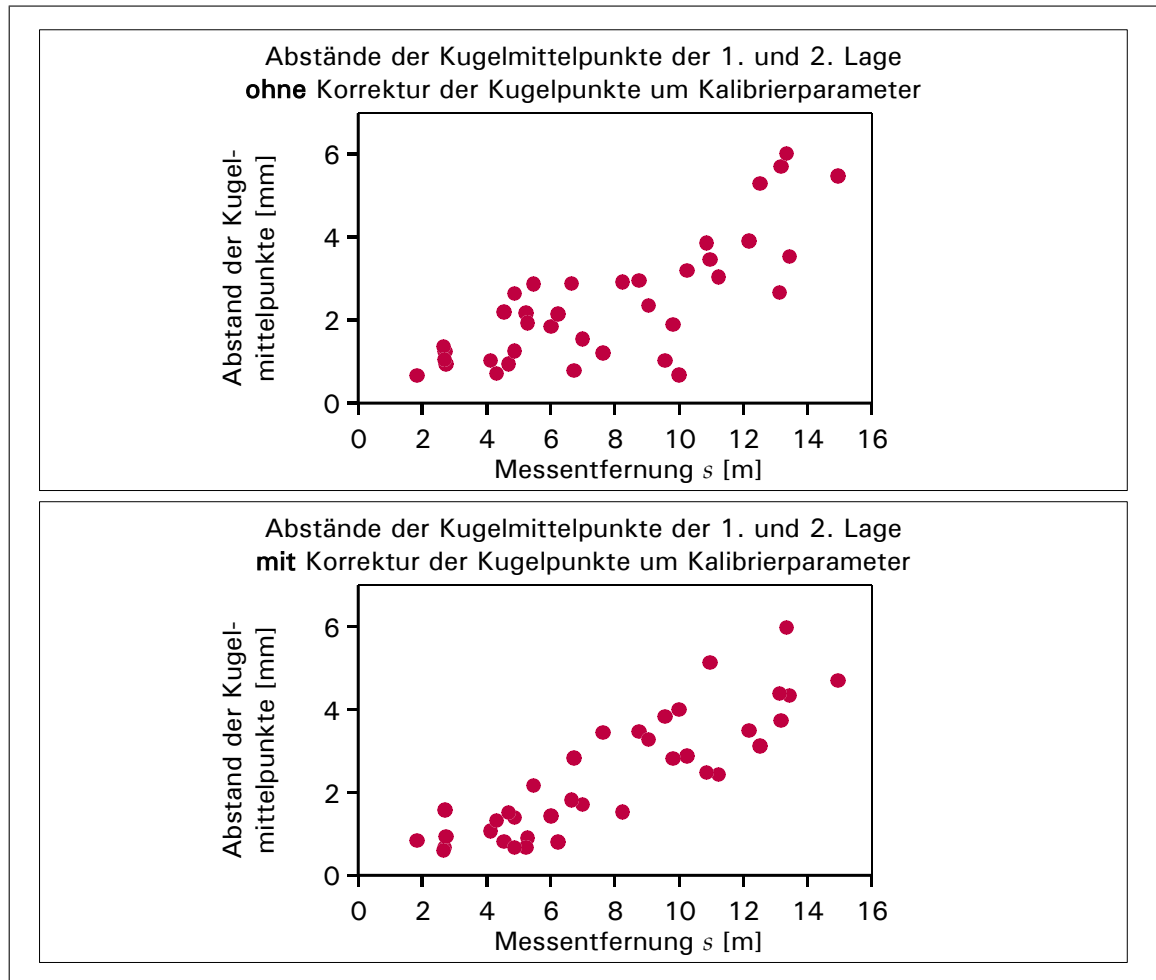


Abbildung 6.14: Abstände der geschätzte Kugelmittelpunkte der 1. und 2. Lage

#### 6.4.2.2 Die Bestimmung der mittleren Abstandsabweichung

Im Folgenden werden mittlere Abstandsabweichungen  $\Delta L$  und Abstandsunsicherheiten  $u_L$  für unterschiedliche Kugelpaar-Zusammenstellungen ermittelt. Betrachtet werden vier „Sets“:

**Set 1** umfasst alle 37 Kugeln, zwischen denen alle möglichen Distanzen berücksichtigt werden. Es ergeben sich somit 666 Kugelabstände.

**Set 2** umfasst 16 Kugeln, anhand derer acht unabhängige, nach dem Vorschlag von HEISTER [2006] angeordnete Kugelpaare gebildet werden (vergleiche Abbildung 6.15 oben).

**Set 3 und 4** bestehen jeweils aus acht Kugeln, zwischen denen acht Distanzen betrachtet werden (vergleiche Abbildung 6.15 Mitte und unten).

Die Kenngrößen werden jeweils pro Zusammenstellung

- für die 1. und die 2. Lage sowie
- für um Kalibrierparameter korrigierte Kugelpunkte und für unkorrigierte Kugelpunkte

berechnet. Die Tabelle 6.2 enthält die berechneten mittleren Abstandsabweichungen und Abstandsunsicherheiten der vier Kugelpaar-Zusammenstellungen.

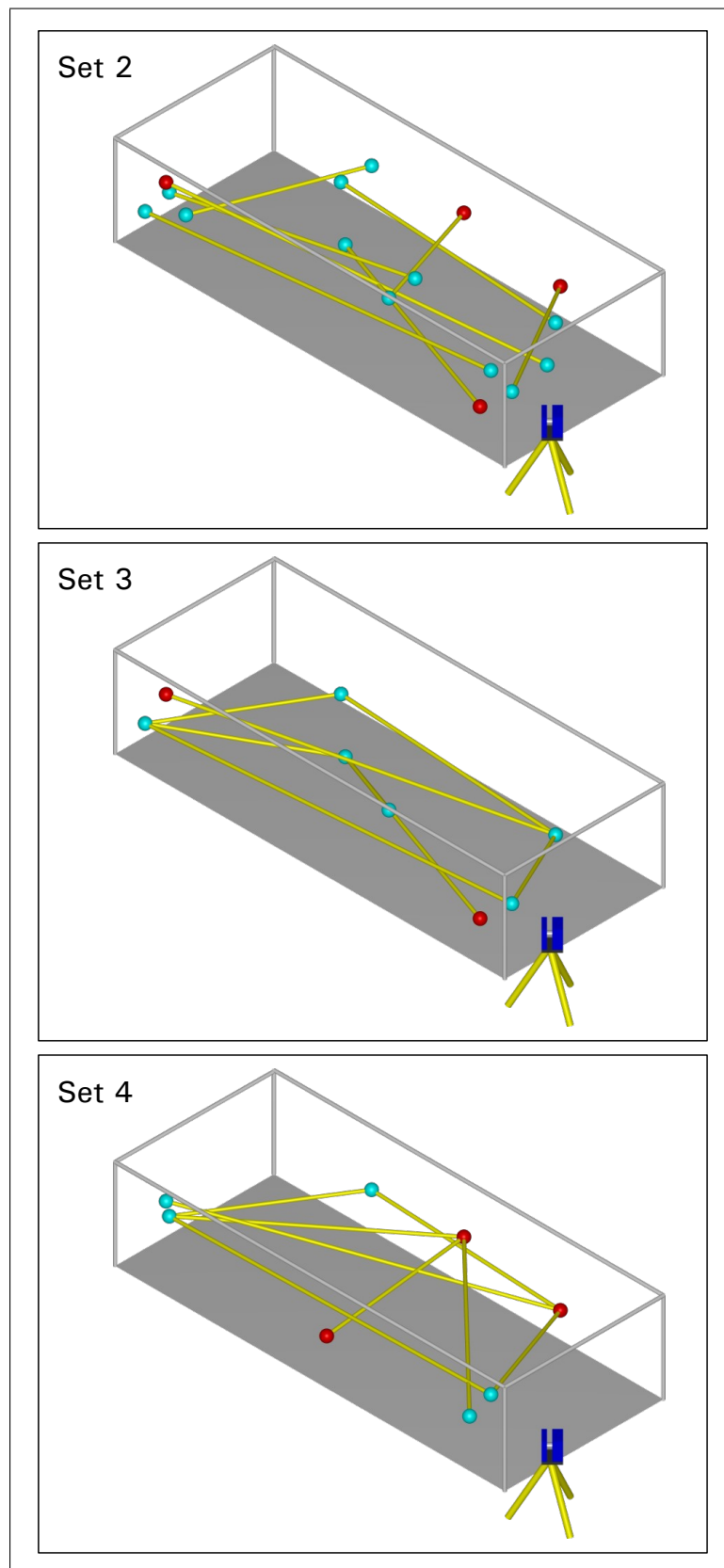


Abbildung 6.15: Verteilung der Kugelpaare der Zusammenstellungen „Set 2“, „Set 3“ und „Set 4“

Lage	korrigiert	Set 1		Set 2		Set 3		Set 4	
		$\Delta L$ [mm]	$u_L$ [mm]	$\Delta L$ [mm]	$u_L$ [mm]	$\Delta L$ [mm]	$u_L$ [mm]	$\Delta L$ [mm]	$u_L$ [mm]
1	-	17,8	20,7	18,1	19,6	15,6	19,3	23,4	25,3
2	-	18,5	21,4	18,3	19,5	15,7	19,4	23,7	25,8
1	✓	17,8	20,7	18,1	19,6	15,5	19,2	23,3	25,3
2	✓	18,5	21,4	18,3	19,5	15,7	19,4	23,7	25,8
Anzahl der Kugeln		37		16		8		8	
Anzahl der Kugelabstände		666		8		8		8	

Tabelle 6.2: mittlere Abstandsabweichungen  $\Delta L$  und Abstandsmessunsicherheiten  $u_L$  der vier Kugelzusammenstellungen

Es ist festzustellen:

1. Obwohl die Korrektur der Kugelkoordinaten um die Kalibrierparameter eine bessere Übereinstimmung der Kugelpositionen der 1. und 2. Lage erbrachte, hat die Berücksichtigung der Kalibrierung auf die mittlere Abstandsabweichung  $\Delta L$  sowie die Abstandsmessunsicherheit  $u_L$  einen geringen positiven Einfluss. Es ist zu vermuten, dass sich der Versatz der Kugelpunkte im Messvolumen durch die Kalibrierparameter gleichmäßig auf beide Kugeln eines Paares auswirkt, da das Messvolumen nur einen geringen Bereich des vertikalen (ca. 50gon) und des horizontalen (ca. 100gon) Messbereiches des Laserscanners abdeckte.

2. Die Ergebnisse der 1. und 2. Lage unterscheiden sich lediglich für Set 1 signifikant.

3. Für das Set 3 ergeben sich die kleinsten mittleren Abstandsabweichungen  $\Delta L$  beziehungsweise Abstandsunsicherheiten  $u_L$ , während Set 4 die pessimistischsten Werte liefert. Beide Sets bestehen jeweils aus nur acht Kugeln, so dass Kugeln mehrfach zur Bildung von Abständen Verwendung fanden.

Die Kenngrößen des Sets 1, das alle 666 Kugelpaare der 37 Kugeln berücksichtigt, sowie des Sets 2, deren Kugeln jeweils nur zur Bildung eines Kugelabstandes herangezogen wurden, unterscheiden sich nicht wesentlich.

Es kann somit gefolgert werden, dass eine genügend große Anzahl an Kugeln verhindert, dass überaus gut erfasste Kugeln beziehungsweise unzulänglich erfasste Kugeln die Kenngrößenbestimmung verfälschen. Die vorgeschlagene Kugelanzahl in HEISTER [2006] erscheint demnach als Mindestgröße der Stichprobe für eine realistische Bestimmung der mittleren Abstandsabweichung sinnvoll.

In KERN [2008] findet sich ebenfalls in diesem Zusammenhang die Empfehlung, auf die gleichzeitige Verwendung von Kugeln zu verzichten, um eine Verzerrung des Ergebnisses der Abstandsabweichung durch stochastisch abhängige Kugelpaare zu verhindern.

### 6.4.2.3 Die mittlere Abstandsabweichung in Abhängigkeit von der Messentfernung

In der Abbildung 6.16 werden die Kugelabstände im Hinblick auf ihre Abhängigkeit von der Messentfernung<sup>2</sup> analysiert. Als Messentfernung wird die aus den beiden Entfernungen der Kugeln zum Laserscanner gemittelte Entfernung angenommen.

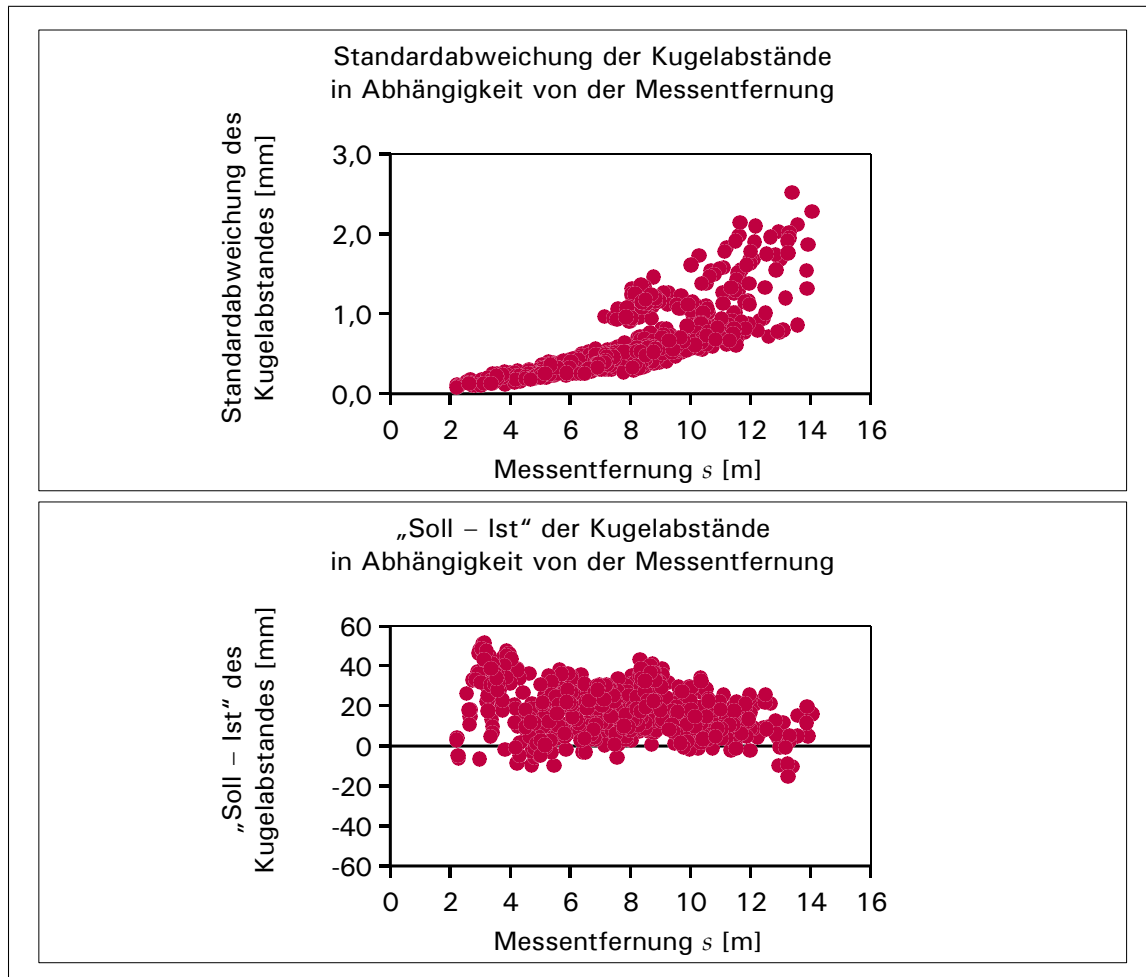


Abbildung 6.16: Standardabweichungen und „Soll-Ist“-Differenzen der Kugelabstände in Abhängigkeit von der jeweiligen Messentfernung

Die obere Grafik veranschaulicht, dass sich die Standardabweichung der Kugelabstände mit zunehmender Entfernung zum Laserscanner vergrößert.

Zeigte sich in der Abbildung 6.14, dass die Kugelmittelpunkte mit zunehmender Messentfernung unsicherer bestimmt werden können, ist anhand der unteren Grafik in Abbildung 6.16 keine Abhängigkeit der Kugelabstandsdifferenzen zu ihrem Sollwert von der Messentfernung zu erkennen. Dies mag daran liegen, dass die Größe Messentfernung insbesondere für Kugelabstände, die längs zur Beobachtungsrichtung des Laserscanners ausgerichtet sind, eine nicht repräsentative Größe darstellt, da sie im schlechtesten Fall das Mittel aus einer sehr großen Distanz einer Kugel zum Laserscanner und einer kleinen Distanz darstellt, und eine mittlere Entfernung vorspiegelt.

<sup>2</sup>Als Messentfernung wird im Folgenden die mittlere Entfernung des Kugelpaares zum Laserscanner bezeichnet.

#### 6.4.2.4 Die mittlere Abstandsabweichung in Abhängigkeit vom Kugelabstand

Für weitere Betrachtungen werden alle 666 Abstände zwischen den 37 Kugeln betrachtet. In der Abbildung 6.17 sind die Standardabweichungen der ermittelten Kugelabstände<sup>3</sup> in Abhängigkeit von den Kugelabständen aufgetragen. Darunter werden die absoluten Differenzen der Kugelabstände zu ihren aus Lasertrackerpunkten berechneten Sollwerten dargestellt.

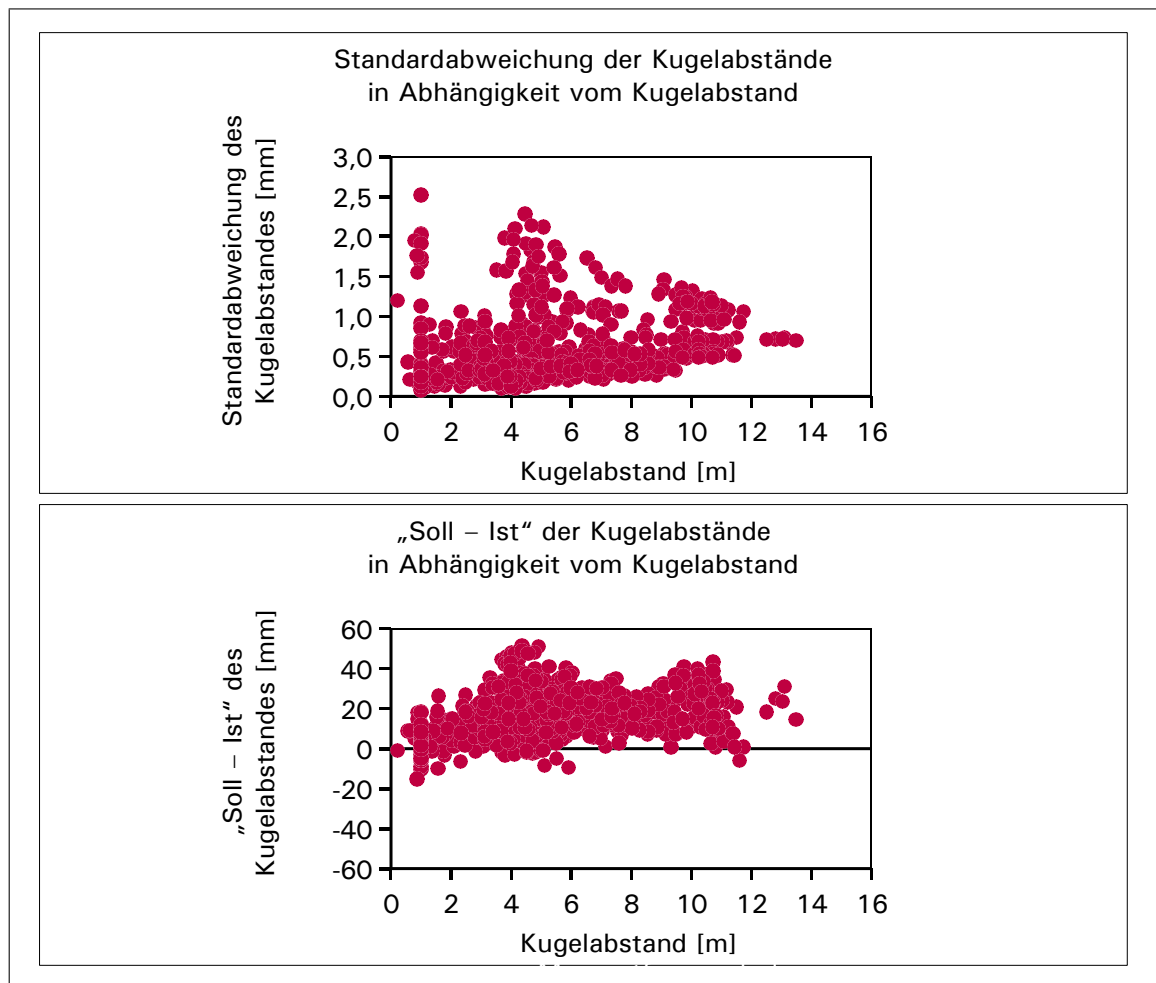


Abbildung 6.17: Standardabweichungen und „Soll-Ist“-Differenzen der Kugelabstände in Abhängigkeit vom jeweiligen Kugelabstand

Zunächst kann gefolgert werden, dass die Standardabweichung der Distanz zwischen zwei Kugeln unabhängig vom Kugelabstand ist. Zwischen der Differenz der geschätzten Kugelabstände zu den Sollwerten  $\Delta L_j$  und dem Kugelabstand  $l_j$  scheint ein proportionaler Zusammenhang zu bestehen. Als Regressionsgerade für die in Abbildung 6.17 (unten) aufgeführten Daten wird geschätzt:

$$\Delta L_j = 0,001323 \cdot l_j + 0,010m \quad (6.34)$$

Ein Signifikanztest (vergleiche Abschnitt 4.2.6.2) bestätigt den linearen Zusammenhang. Somit

<sup>3</sup>Der Kugelabstand bezeichnet die Distanz zwischen den Mittelpunkten zweier Kugeln.



existiert ein Maßstabsfaktor der Laserscanner-Strecken relativ zu den Strecken der Lasertracker-Beobachtungen. Mit Gleichung 6.6 erhält man:

$$\begin{aligned}\Delta L_j &= l_{Soll} - l_j = 0,001323 \cdot l_j + 0,010m \Leftrightarrow \\ l_{Soll} &= 1,001323 \cdot l_j + 0,010m \quad ,\end{aligned}\tag{6.35}$$

so dass sich der Maßstabsfaktor zu  $m = 1,001323$  ergibt.

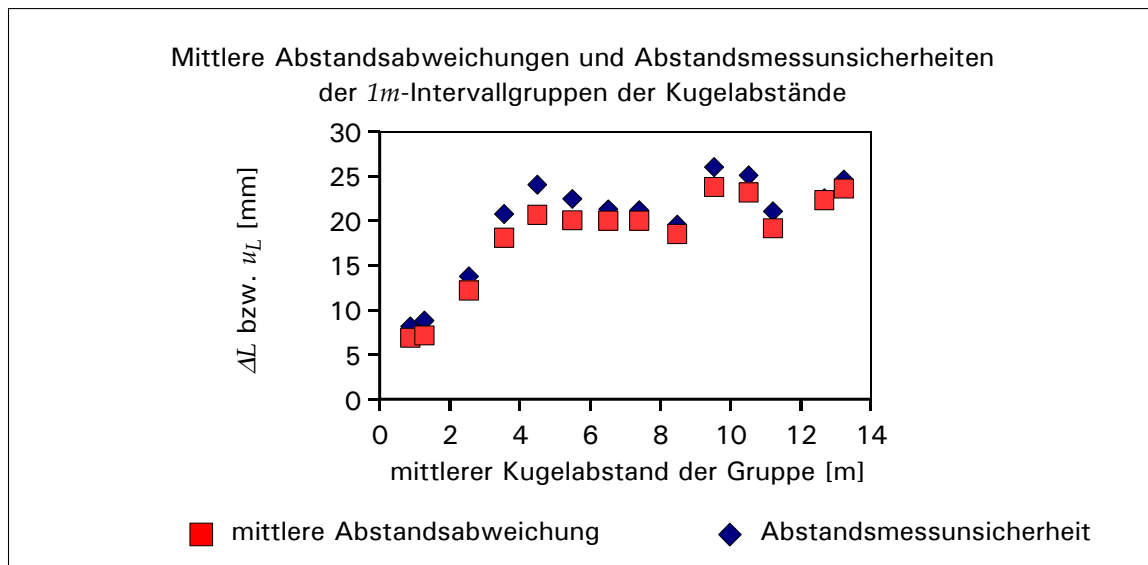


Abbildung 6.18: Mittlere Abstandsabweichungen  $\Delta L$  und Abstandsmessunsicherheiten  $u_L$  für jeweils eine Gruppe von Kugelabständen in Abhängigkeit vom mittleren Kugelabstand der Gruppe

Um die Auswirkungen der im Messvolumen vorkommenden Kugelabstände auf die mittlere Abstandsabweichung näher zu untersuchen, wurden die 666 Distanzen zwischen den Kugeln in  $1m$ -Intervallgruppen unterteilt. In der Abbildung 6.18 sind die mittleren Abstandsabweichungen sowie die Abstandsmessunsicherheiten der betrachteten Gruppen über dem mittleren Kugelabstand der Gruppe aufgetragen. Es ist deutlich eine Abhängigkeit der beiden Kenngrößen von den zu ihrer Ermittlung herangezogenen Kugelabständen festzustellen. Für Kugelabstände bis ca.  $4m$  steigen die Kenngrößen nahezu linear an, ab  $4m$  nähern sie sich asymptotisch einem maximalen Grenzwert, der hier für die mittlere Abstandsabweichung bei ca.  $21mm$  sowie für die Abstandsmessunsicherheit bei ca.  $23mm$  liegt.

Die aus der Abbildung 6.18 abgeleiteten Schlüsse stimmen auch mit den Ergebnissen der Tabelle 6.2 überein, wenn man berücksichtigt, dass die mittleren Kugelabstände der berechneten Kenngrößen in der Tabelle bei 6 bis  $7m$  lagen.

#### 6.4.2.5 Die Ermittlung der mittleren Abstandsabweichung anhand des Tetraeder-Prüfkörpers

Im Überprüfungsszenario wurde in sieben Laserscans der Tetraeder-Prüfkörper abgetastet. Der Tetraeder realisiert durch seine vier fest miteinander verbundenen Kugeln sechs Sollstrecken von jeweils ca.  $1m$ . Durch seine kompakten Maße bietet sich der Tetraeder als Prüfkörper zur Kontrolle der Laserscanner-Genauigkeit am Ort der Messung an. Die Abstände zwischen den Tetraeder-Kugeln können zuvor kalibriert werden, so dass für eine Ad-Hoc-Überprüfung kein Messgerät übergeordneter Genauigkeit (z. B. ein Lasertracker) zur Verfügung stehen muss.

Zu Bedenken ist, dass bei einer Laserscannerüberprüfung mittels Tetraeder lediglich Sollmaße von  $1m$  vorliegen. Um Abstände zwischen Kugeln unterschiedlicher Tetraederaufstellungen in die Überprüfung mit einzubeziehen, wäre ein Messgerät übergeordneter Genauigkeit hinzuzuziehen, um diese Sollabstände zu bestimmen.

Im Folgenden wird analysiert, welche Schlüsse anhand der mittleren Abstandsabweichung aus Tetraeder-Scans gezogen werden können, indem nur jeweils die Kugelabstände von  $1m$  einer Tetraeder-Aufstellung betrachtet werden.

Aus der Abbildung 6.18 kann bereits für Kugelabstände von  $1m$  eine mittlere Abstandsabweichung  $\Delta L = 7mm$  sowie eine Abstandsmessunsicherheit  $u_L = 8mm$  abgeleitet werden. In Tabelle 6.3 sind die mittleren Abstandsabweichungen und Abstandsmessunsicherheiten der sieben getrennt betrachteten Tetraederaufstellungen (Abbildung 6.6) aufgeführt. Es ist erkennbar, dass die aus obiger Abbildung 6.18 abgeleiteten Werte für die Dimension des Tetraeders größtenteils mit den tatsächlich abgeleiteten Kenngrößen der Tetraeder-Kugelabstände übereinstimmen. Die mittleren Abstandsabweichungen liegen im Bereich von 4 bis  $10mm$ . Tetraeder 7 weist die größte Entfernung zum Laserscanner auf. Seine mittlere Abstandsabweichung mit  $\Delta L = 15,6$  beziehungsweise  $\Delta L = 17,8$  stellt einen Ausreißer dar. Hier wird erkennbar, dass sich die Korrektur um die Achsenabweichung  $c$  und  $i$  sowie die Indexabweichung  $h$  insbesondere auf entfernt liegende Messobjekte positiv auswirkt, da durch die Berücksichtigung der Kalibrierparameter die mittlere Abstandsabweichung auf  $\Delta L = 4,4$  beziehungsweise  $\Delta L = 5,1$  sinkt.

Lage	korrigiert	Tetraeder 1		Tetraeder 2		Tetraeder 3		Tetraeder 4	
		$\Delta L$ [mm]	$u_L$ [mm]	$\Delta L$ [mm]	$u_L$ [mm]	$\Delta L$ [mm]	$u_L$ [mm]	$\Delta L$ [mm]	$u_L$ [mm]
1	-	10,2	11,9	5,9	6,4	4,0	5,5	4,2	4,6
2	-	10,2	11,7	6,1	6,5	4,4	5,7	4,7	5,0
1	✓	10,2	11,9	5,9	6,4	4,0	5,5	4,2	4,5
2	✓	10,2	11,7	6,1	6,5	4,3	5,7	4,7	5,0
mittlere Messent- fernung [m]		2,5		4,8		5,0		6,6	

Lage	korrigiert	Tetraeder 5		Tetraeder 6		Tetraeder 7		
		$\Delta L$ [mm]	$u_L$ [mm]	$\Delta L$ [mm]	$u_L$ [mm]	$\Delta L$ [mm]	$u_L$ [mm]	
1	-	4,0	5,5	5,8	6,4	15,6	22,6	
2	-	3,9	4,8	5,6	6,1	17,8	23,6	
1	✓	4,0	5,5	5,8	6,5	4,4	6,0	
2	✓	3,8	4,8	5,6	6,1	5,1	6,9	
mittlere Messent- fernung [m]		9,6		10,8		13,1		

Tabelle 6.3: Mittlere Abstandsabweichungen  $\Delta L$  und Abstandsmessunsicherheiten  $u_L$  der neun gescannten Tetraeder

Die ermittelten Kenngrößen bezüglich des Tetraeders machen deutlich, dass sich die mittels Prüfkörper bestimmte mittlere Abstandsabweichung jeweils auf einen Bereich des Messvolumens bezieht, der den Dimensionen des Prüfkörpers entspricht. Mittels des entwickelten Tetraeder-

Prüfkörpers ergibt sich somit eine mittlere Abstandsabweichung  $\Delta L = 7mm$  für Messobjekte der Dimension von etwa  $1m^3$ .

Für eine allgemeingültige Überprüfung der mittleren Abstandsabweichung muss der Prüfkörper Sollmaße realisieren, die eine Auflösung eines eventuellen Maßstabes des Laserscanners ermöglichen. Dies ist anhand der Abbildung 6.18 erkennbar. Mit Kugelabständen ab  $4m$  kommen die mittleren Abstandsabweichungen und Abstandsunsicherheiten der definierten Gruppen einem Maximalwert sehr nahe. Der Abstand  $4m$  ist in Relation zum in 6.35 ermittelten Maßstab  $m = 1,001323$  zu betrachten:

$$4m \cdot (1,001323 - 1) = 5,3mm \quad (6.36)$$

In Relation zu den Kugelabständen des Tetraeders mit  $1m$  ergibt sich lediglich:

$$1m \cdot (1,001323 - 1) = 1,3mm \quad (6.37)$$

Damit wird deutlich, dass mittels des prototypischen Tetraeders keine allgemeingültige mittlere Abstandsabweichung hergeleitet werden kann, da der Kugelabstand von  $1m$  in Verbindung mit dem Maßstab  $m$  in einer Längenabweichung unterhalb der Messgenauigkeit des Laserscanners resultiert. Ab einer Länge von  $4m$  wirkt sich der Maßstab jedoch signifikant aus.

#### 6.4.2.6 Zusammenfassung

Innerhalb der vorangegangenen Untersuchungen wurden folgende Erkenntnisse gewonnen:

- Die in HEISTER [2006] vorgeschlagene Mindestanzahl der abzutastenden Kugeln kann bestätigt werden.
- Die Korrekturen bezogen auf Achsenabweichungen und Exzentrizitäten üben nur geringfügig Einfluss auf die Kenngrößen aus. Dies führt zum Umkehrschluss, dass instrumentelle Abweichungen in der Form von Achsenabweichungen oder Exzentrizitäten anhand der mittleren Abstandsabweichung nicht aufgedeckt werden können.
- Die mittlere Abstandsabweichung sowie die Abstandsmessunsicherheit sind weitgehend unabhängig von der Messentfernung zu den Kugeln (unter der Voraussetzung, dass der Minstdurchmesser der Kugel für die entsprechende Scanauflösung und Messentfernung eingehalten wird).
- Die mittlere Abstandsabweichung sowie Abstandsmessunsicherheit sind abhängig von den realisierten Kugelabständen und dem damit definierten Messraum des Überprüfungsszenarios.
- Daraus folgt, dass ein Maßstab des Laserscanners in Bezug auf Sollmaße in der Form von Kugelabständen aufgedeckt werden kann. Zu beachten ist, dass die Distanzen der Kugeln der Größenordnung der Laserscannermessgenauigkeit angepasst werden. Damit ist gewährleistet, dass ein Maßstab des Laserscanners aufgelöst wird und eine allgemeingültige mittlere Abstandsabweichung ermittelt wird.
- Zur Bestimmung der Maßhaltigkeit innerhalb eines eingeschränkten Bereichs des Messvolumens kann ein Prüfkörper in Form des vorgestellten Tetraeders eingesetzt werden.
- Prüfkörper zur Bestimmung allgemeingültiger Kenngrößen eines Laserscanners sollten längere Sollmaße realisieren. Denkbar sind formbeständige Stäbe, deren Endpunkte durch Kugeln signalisiert sind und die mittels stabiler, präziser Steckverbindungen zusammen gesetzt werden können.

### 6.4.3 Betrachtungen zur Ebenheitsmessabweichung

Die Ebenheitsmessabweichung ist der Mittelwert aller orthogonalen Abweichungen der Ebenenpunktwolken zu ihren ausgleichenden Ebenen. Somit kann die Ebenheitsmessabweichung als Kenngröße für das Messrauschen auf Oberflächen angesehen werden.

#### 6.4.3.1 Die Bestimmung der Ebenheitsmessabweichung

Die Ebenheitsmessabweichung ergibt sich nach dem Vorschlag von HEISTER [2006] anhand der Betrachtung mehrerer Ebenen, deren Messabweichungen in einer Kenngröße zusammengefasst werden. Folglich werden nun die Ebenheitsmessabweichungen  $R_E$  und Ebenenmessunsicherheiten  $u_E$  für drei Zusammenstellungen mehrerer Ebenen betrachtet:

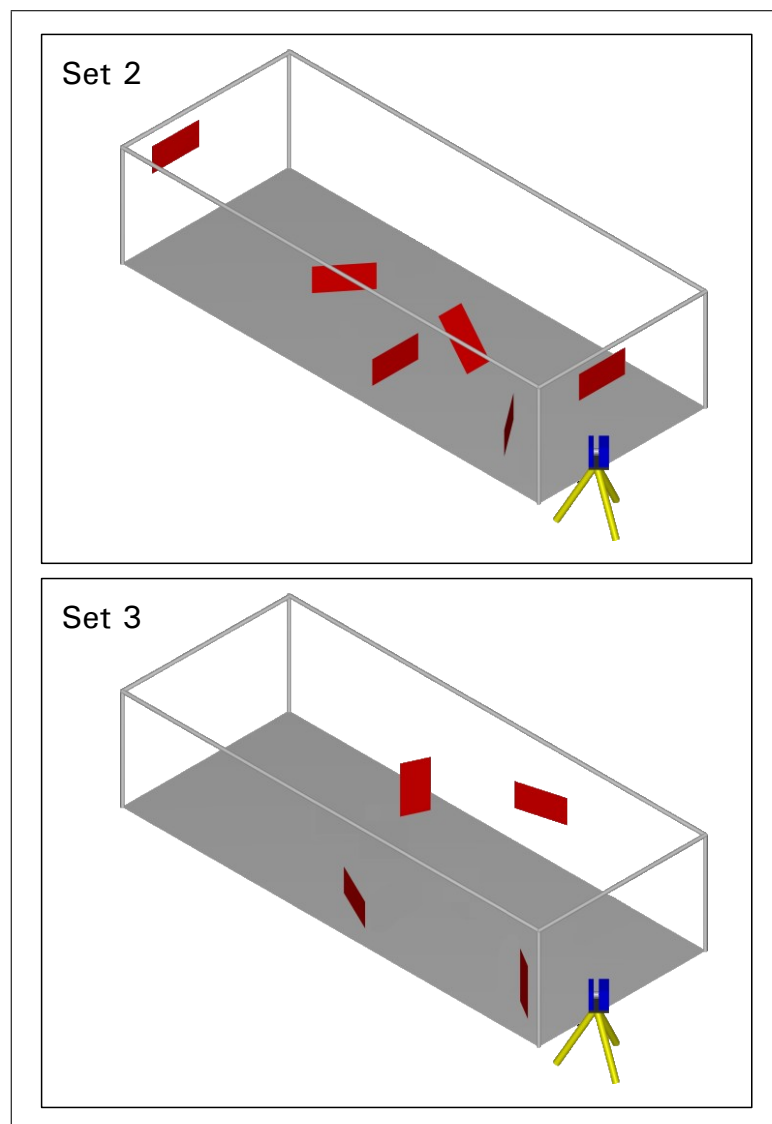


Abbildung 6.19: Verteilung der Ebenen der Zusammenstellungen „Set 2“ und „Set 3“

**Set 1** umfasst alle zehn gescannten Ebenen (Abbildung 6.7).

**Set 2** enthält 6 Ebenen, die sich in ihrer Position im Messvolumen und ihrer Orientierung am Vorschlag von HEISTER [2006] orientieren (Abbildung 6.19 oben).

**Set 3** umfasst lediglich vier Ebenen (Abbildung 6.19 unten).

Die Ergebnisse der ermittelten Kenngrößen sind in Tabelle 6.4 zusammengefasst. Folgende Fälle sind zu unterscheiden:

- Entweder wurden die Ebenenpunkte der Messung in der 1. oder in der 2. Lage betrachtet.
- Die Punktwolken wurden entweder vor der Ebenenausgleichung um Kalibrierparameter korrigiert oder die Ebenenausgleichung wurde mittels unkorrigierter Punkte durchgeführt.
- Entweder wurde zur Gewichtung der Punkte in der Ebenenausgleichung die Genauigkeitsfunktion 6.33 herangezogen oder die Punkte wurden einheitlich gewichtet.

Es ist festzustellen:

1. Die Ergebnisse der 1. Lage unterscheiden sich nicht von den Ergebnissen der 2. Lage.
2. Die Korrektur um Kalibrierparameter hat keinen Einfluss auf die Ebenheitsmessabweichung beziehungsweise die Ebenheitsmessunsicherheit. Zur Ermittlung der Ebenen-Kenngrößen werden zwar mehrere Ebenen betrachtet, jedoch spielt ihre gegenseitige Lage zueinander keine Rolle, da lediglich die orthogonalen Abstände der Punkte zur ausgleichenden Ebene zur Berechnung herangezogen werden. Die Korrektur durch Kalibrierparameter wirkt sich innerhalb einer Ebene nahezu einheitlich aus und sorgt für eine Verschiebung der gesamten Ebene, so dass sich durch die Korrektur keine deutlichen Änderungen der Punktabstände zur Ausgleichsebene ergeben.
3. Die Gewichtung der Ebenenpunkte nach der Genauigkeitsfunktion in der Ebenenausgleichung wirkt sich nicht auf die Ebenheitsmessabweichung beziehungsweise -unsicherheit aus.
4. Die Ebenen-Kenngrößen der drei Sets unterscheiden sich nur minimal. Set 3 liefert die kleinsten Werte, während Set 2 die größten Werte liefert. Die Ergebnisse für Set 1, das sowohl die Ebenen des Sets 2 als auch des Sets 3 enthält, bilden Mittelwerte der anderen beiden Sets. Daraus kann man schließen, dass sich durch eine genügend große Anzahl an Ebenenprüfkörper die Einflüsse sehr gut erfasster Ebenen sowie die Einflüsse „verrauschter“ Ebenen gegenseitig kompensieren.

Lage	korrigiert	gewichtet	Set 1		Set 2		Set 3	
			$R_E$ [mm]	$u_E$ [mm]	$R_E$ [mm]	$u_E$ [mm]	$R_E$ [mm]	$u_E$ [mm]
1	-	-	1,2	1,7	1,2	1,8	1,1	1,4
2	-	-	1,2	1,7	1,2	1,8	1,1	1,5
1	✓	-	1,2	1,7	1,2	1,8	1,1	1,4
2	✓	-	1,2	1,7	1,2	1,8	1,1	1,4
1	-	✓	1,2	1,7	1,2	1,8	1,1	1,5
2	-	✓	1,2	1,7	1,2	1,8	1,1	1,4
1	✓	✓	1,2	1,7	1,2	1,8	1,1	1,4
2	✓	✓	1,2	1,7	1,2	1,8	1,1	1,5
Anzahl der Ebenen			10		6		4	

Tabelle 6.4: Ebenheitsmessabweichungen  $R_E$  und -unsicherheiten  $u_E$  der drei Ebenenzusammenstellungen

#### 6.4.3.2 Die Bestimmung der Ebenheitsmessabweichung mittels Prüfkörper

Es stellt sich die Frage, ob die Ebenheitsmessabweichung auch mittels eines transportablen Prüfkörpers realistisch bestimmt werden könnte. Denkbar ist z. B. die Erweiterung des entwickelten Tetraeder-Prüfkörpers um ebene Flächen in den seitlichen Dreiecksflächen. Hierzu werden aus den gescannten Ebenenpunktwolken jeweils Punkte einer Fläche von ca.  $0,433m^2$  extrahiert, so dass diese verkleinerten Ebenenpunktwolken in etwa die Fläche eines Tetraederdreiecks umfassen. Sie wurden erneut zu drei Sets zusammengefasst zu 10, 6 und 4 Ebenen (siehe oben). Die Tabelle 6.5 enthält die Ergebnisse der Ebenen-Kenngrößen nach Ebenenausgleichungen mit unkorrigierten, einheitlich gewichteten Punkten der 1. Lage.

	Set 1		Set 2		Set 3	
	$R_E$ [mm]	$u_E$ [mm]	$R_E$ [mm]	$u_E$ [mm]	$R_E$ [mm]	$u_E$ [mm]
1. Lage, unkorrigiert, einheitl. gewichtet	1, 1	1, 6	1, 2	1, 8	1, 1	1, 4
Anzahl der Ebenen	10		6		4	

Tabelle 6.5: Ebenheitsmessabweichungen und -unsicherheiten der drei Ebenenzusammenstellungen für auf  $0,433m^2$  verkleinerte Ebenen

Man erkennt, dass sich die Kenngrößen in einigen Fällen um nur  $0,1mm$  im Vergleich zu den Kenngrößen der Tabelle 6.4 verkleinern. Ebenen mit einer Fläche von  $0,433m^2$  sind demnach ausreichend zur Schätzung realistischer Ebenheitsmessabweichungen und -unsicherheiten.

#### 6.4.3.3 Die Ebenheitsmessabweichung in Abhängigkeit von der Messentfernung und dem Auftreffwinkel

Die Kenngröße Ebenheitsmessabweichung nach HEISTER [2006] ist ein Mittelwert über **alle** im Messvolumen gescannte Ebenen. Anhand der Genauigkeitsuntersuchungen mittels Varianzkomponentenschätzung in Abschnitt 4.2.6 wurde jedoch deutlich, dass die Laserscannermessgenauigkeit von der Messentfernung und dem Strahlauftreffwinkel beeinflusst wird. Somit stellt sich die Frage, ob die Genauigkeitsbeschreibung der Ebenenabtastung anhand eines Mittelwertes ausreicht.

Im Folgenden wird daher die Abhängigkeit der Ebenenschätzung von der Messentfernung und dem Auftreffwinkel untersucht.

##### Der Einfluss der Messentfernung

Für jede der zehn abgetasteten Ebenen kann eine eigene Ebenheitsmessabweichung  $R_E$  berechnet werden. Die Ebenheitsmessabweichung der zehn Ebenen sind in der Abbildung 6.20 in Abhängigkeit von der Messentfernung aufgetragen. Zusätzlich werden die Standardabweichungen der Gewichtseinheit  $\hat{\sigma}_0$  der Ebenenausgleichungen dargestellt. Der Vergleich zeigt, dass sich beide Größen  $R_E$  und  $\hat{\sigma}_0$  tendenziell gleich verhalten und insbesondere von der Messentfernung abhängen.

##### Der Einfluss des Auftreffwinkels

Die Erkenntnis, dass die Ebenheitsmessabweichung eine entfernungsabhängige Größe ist, bestätigt die Ergebnisse der Genauigkeitsuntersuchungen mittels Varianzkomponentenschätzung aus Abschnitt 4.2.6. Zusätzlich zeigte sich eine Abhängigkeit vom Auftreffwinkel. Die Funktion 6.33 beschreibt den Zusammenhang der Genauigkeit mit der Messentfernung und dem Auftreffwinkel

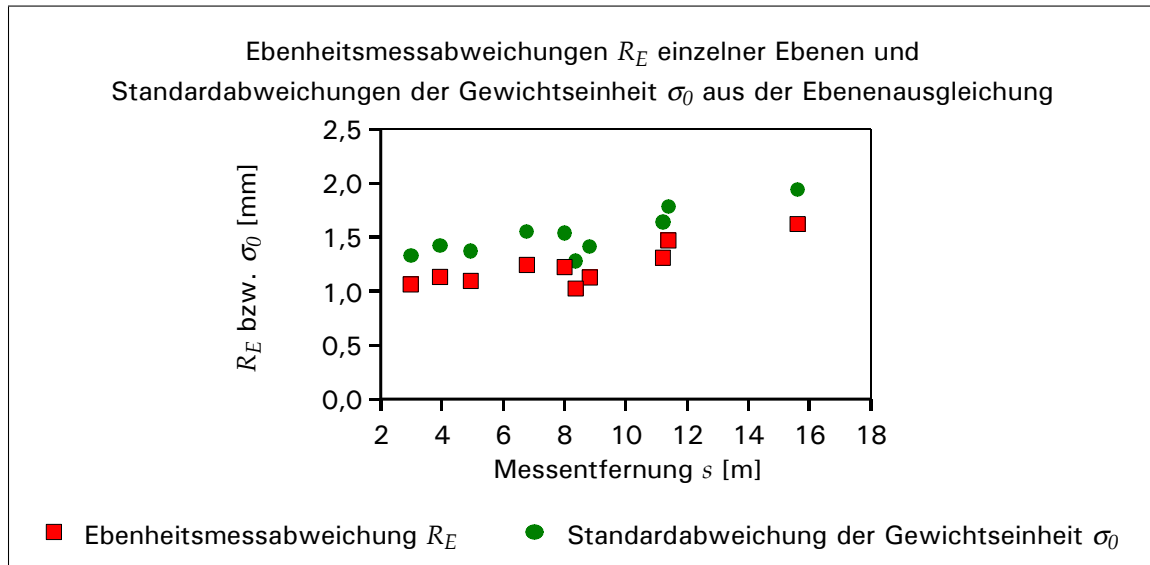


Abbildung 6.20: Ebenheitsmessabweichungen  $R_E$  einzelner Ebenen sowie die Standardabweichungen der Gewichtseinheit  $\hat{\sigma}_0$  der Ebenenausgleichungen

des für die Tests verwendeten Laserscanners. Der absolute sowie der entfernungsabhängige Term dominieren die Genauigkeit. Der Beitrag des winkelabhängigen Terms ist verhältnismäßig klein.

Um den Einfluss des Auftreffwinkels auf die Schätzung einzelner Ebenen zu veranschaulichen, werden die Varianzen der Gewichtseinheit  $\hat{\sigma}_0^2$  der Ebenenausgleichungen näher betrachtet. Die Abbildung 6.21 (oben) zeigt die  $\hat{\sigma}_0^2$  aus den Schätzungen der zehn Ebenen. Reduziert man diese um den absoluten Term und den streckenabhängigen Term der durch Varianzkomponentenschätzung ermittelten Genauigkeitsfunktion 6.33 in der Form

$$\Delta\hat{\sigma}_0^2 = \hat{\sigma}_0^2 - (1,2\text{mm})^2 - (0,074 \cdot s_{[\text{mm}]})^2, \quad (6.38)$$

sollten in  $\Delta\hat{\sigma}_0^2$  die Unsicherheitsanteile, die durch den Auftreffwinkel verursacht werden, verbleiben. Die Abbildung 6.21 (unten) stellt die reduzierten Varianzen der Gewichtseinheit  $\Delta\hat{\sigma}_0^2$  im Vergleich zum winkelabhängigen Term der Genauigkeitsfunktion dar. Man erkennt, dass die reduzierten Varianzen der Gewichtseinheit  $\Delta\hat{\sigma}_0^2$  sehr gut mit den durch Varianzkomponentenschätzung bestimmten winkelabhängigen Anteilen übereinstimmen. Es zeigt sich demnach erneut, dass die Schätzung der Ebenen sowohl durch die Messentfernung als auch durch den Auftreffwinkel beeinflusst wird. Diese beiden Einflussfaktoren sollten somit bei der Bestimmung einer entsprechenden Kenngröße Beachtung finden.

An dieser Stelle sei nochmals darauf hingewiesen, dass es sich beim betrachteten Laserscanner nicht um dasselbe Gerät handelt, das bereits in Kapitel 4 untersucht wurde. Der in Abschnitt 4.2.6 gefundene funktionale Zusammenhang zwischen Messentfernung, Auftreffwinkel und Laserscanner-Genauigkeit wird damit durch ein zweites Messsystem gleichen Typs bestätigt.

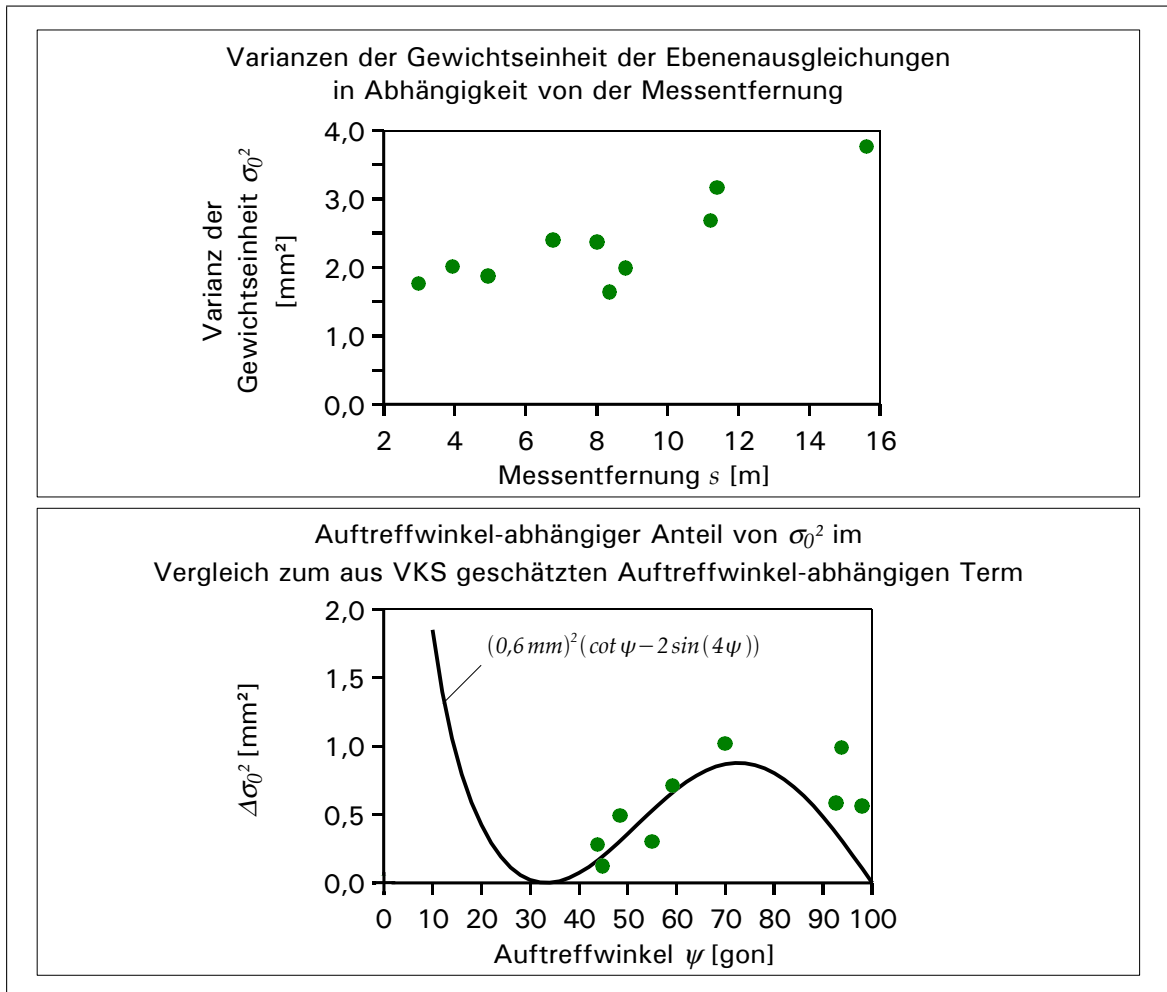


Abbildung 6.21: Die Varianz der Gewichtseinheit der Ebenenausgleichung in Abhängigkeit von Messentfernung und Auftreffwinkel

#### 6.4.3.4 Zusammenfassung

Die Ebenheitsmessabweichung in der von HEISTER [2006] vorgeschlagenen Form bildet einen Mittelwert der Genauigkeit der Ebenenabtastung aller im Messvolumen gescannter Ebenen. In den vorangegangenen Betrachtungen zeigte sich jedoch eine Abhängigkeit von der Messentfernung und dem Auftreffwinkel. Somit sollte eine Kenngröße, die das Messrauschen beim Scannen von Oberflächen beschreibt, stets im Zusammenhang mit diesen Einflussfaktoren aufgeführt werden. Die Mittelung **aller** Residuen der im Messvolumen erfassten Ebenen zur Ermittlung **einer einzigen** Kenngröße, wie sie HEISTER [2006] vorschlägt, ist demnach zu überdenken.



## 6.5 Zusammenfassende Bewertung der Untersuchungsergebnisse

In diesem Kapitel wurde ein erster Entwurf zur standardisierten Überprüfung terrestrischer Laserscanner nach HEISTER [2006] umgesetzt. Zusätzlich fanden Untersuchungen mittels eines entwickelten, portablen Prüfkörpers statt, um ihn im Hinblick auf seine Tauglichkeit zur Laserscannerüberprüfung zu testen. Die Analyse der durchgeführten Messungen erbrachte die im Folgenden geschilderten Erkenntnisse.

### 6.5.1 Entwurf von Heister

#### 6.5.1.1 Kriterium: Antastabweichung

Für die vorgeschlagene Antastabweichung stellte sich heraus, dass sich die Anzahl der gescannten Kugeln nicht auf die Kenngröße auswirkt. Folglich kann der Vorschlag, zur Bestimmung der Antastabweichung zehn Kugeln im Messraum zu verteilen und zu scannen, als sinnvoll angesehen werden. Die Anzahl der für die Kugelausgleichung zur Verfügung stehenden Punkte kann die Antastabweichung stark beeinflussen. Mit abnehmender Anzahl der Punkte vergrößert sich die Antastabweichung. Somit sollte sie immer im Zusammenhang mit der gewählten Scanauflösung angegeben und betrachtet werden.

#### 6.5.1.2 Kriterium: Ebenheitsmessabweichung

Die Ebenheitsmessabweichung kann als eine das Messrauschen auf Oberflächen repräsentierende Kenngröße betrachtet werden. In der in HEISTER [2006] vorgeschlagenen Form bildet sie ein Mittelwert der Residuen mehrerer Ebenen. Da jedoch festzustellen war, dass die Ebenheitsmessabweichung eine von der Messentfernung und dem Auftreffwinkel abhängige Größe ist, sollte sie als Kenngröße in dieser Form überdacht werden. Sinnvoller erscheint die Angabe einer Kennlinie in Form einer Genauigkeitsfunktion, wie sie bereits in Abschnitt 4.2.6 hergeleitet werden konnte, so dass die Messabweichung stets in Relation zur Messentfernung und dem Auftreffwinkel betrachtet wird.

#### 6.5.1.3 Gemeinsame Bewertung der Antast- sowie der Ebenheitsmessabweichung

Die Antastabweichung und die Ebenheitsmessabweichung beziehen sich jeweils auf einen einzigen Prüfkörper und stellen keine metrische Beziehung zu anderen Prüfkörpern im Messraum her, so dass für diese Kenngrößen kein Einfluss durch systematische Instrumentenabweichungen zu erwarten ist. Eine gegenseitige Beeinflussung der von HEISTER [2006] empfohlenen Kenngrößen und den systematischen Abweichungen des Laserscanners, wie sie in Kapitel 4 betrachtet wurden, war deshalb nicht festzustellen.

#### 6.5.1.4 Kriterium: mittlere Abstandsabweichung

Die von HEISTER [2006] empfohlene Anordnung und Anzahl der Kugeln zur Bestimmung der mittleren Abstandsabweichung kann bestätigt werden.

Werden die vorgeschlagenen acht Kugelpaare durch Mehrfachverwendung von Kugeln gebildet, besteht die Gefahr, dass die Bestimmung der Kenngröße durch eine sehr gut oder durch eine unzureichend genau erfasste Kugel dominiert wird und unrealistisch ist. Daher bildet die Erfüllung des Kriteriums der Antastabweichung die Voraussetzung für eine Untersuchung der Längenmessung des Laserscanners, wie sie in der Form der Bestimmung der mittleren Abstandsabweichung gegeben ist.

Für den Abstand der Kugeln eines Kugelpaares zeigte sich, dass er nicht der Größenordnung der Laserscanner-Reichweite entsprechen muss. Vielmehr ist darauf zu achten, dass die gewählten Abstände lang genug sind, um einen eventuellen Maßstab der Streckenmessung ausreichend genau auflösen zu können, um damit eine Rückführung der Messgröße „Länge“ zu erreichen. Es zeigte

sich, dass ab Kugelabständen von ca.  $4m$  ein Maßstab des Laserscanner-Distanzmessers aufgedeckt werden konnte.

Die Korrektur der Punktwolken um die entsprechenden Kalibrierparameter führte zu keinen verbesserten Ergebnissen der Kenngrößen und hatte somit keinen Einfluss auf deren Bestimmung. Eine Begründung liefert der durch den definierten Messraum eingeschränkte Messbereich des Laserscanners im Überprüfungszenario. Im vorliegenden Fall wurde ein Vertikalwinkelbereich von  $50gon$  und ein Horizontalwinkelbereich von  $100gon$  abgedeckt. Da zahlreiche terrestrische Laserscanner Panorama-Scanner sind, die eine Rundum-Erfassung erlauben, sollte der Messraum des Überprüfungszenarios an deren Messbereich angepasst werden. Dies bedeutet, dass die Prüfkörper nicht nur in einem eingeschränkten Bereich des Sichtfeldes anzuordnen sind, sondern sich um den Laserscanner-Standpunkt verteilen. Nach den Untersuchungen des Kapitels 4 ist zu erwarten, dass sich einige systematische Abweichungen des Laserscanners im Falle einer Rundum-Erfassung signifikant auswirken, so dass sich innerhalb der Bestimmung der mittleren Abstandsabweichung Widersprüche ergeben, die Hinweise auf systematische Abweichungen geben können.

### 6.5.2 Portabler Prüfkörper

Die Erprobung eines transportablen Tetraeder-Prüfkörpers nach den Kriterien des HEISTER-Entwurfs führte zu der Erkenntnis, dass hiermit Genauigkeitsaussagen zur Laserscanner-Distanzmessung getroffen werden können, die sich jeweils auf die Dimension des Prüfkörpers beziehen. Für allgemeingültige Aussagen ist ein Prüfkörper in der Form des Tetraeders mit einer Seitenlänge von  $1m$  unzureichend. Denkbar sind Maßstäbe mit einer Länge von  $4m$ , deren Endpunkte durch Kugeln signalisiert werden und die durch stabile, präzise Steckverbindungen zusammengesetzt werden können, so dass sie transportabel sind.

Die Betrachtungen zu den Ebenen-Kenngrößen auf kleinflächigen Ebenen zeigte, dass ein Prüfkörper in der Dimension des Tetraeders zur Ermittlung der Ebenheitsmessabweichung ausreicht.

## 6.6 Diskussion einer standardisierten Laserscannerüberprüfung

Aufbauend auf dem Entwurf von Heister und unter Berücksichtigung obiger Untersuchungen sollten noch folgende Punkte diskutiert werden:

- Zur Realisierung eines Überprüfungszenarios wurden vorrangig Kugeln als Prüfkörper verwendet. Sie können aus unterschiedlichen Richtungen beobachtet werden und signalisieren dennoch durch ihre Geometrie stets ihren Mittelpunkt. HEISTER [2006] schlägt sie als Prüfkörper für eine standardisierte Überprüfung vor. Praktische Erfahrungen, wie z. B. in MECHTELKE u. a. [2008], bestätigen auch prinzipiell deren Tauglichkeit. Dennoch sind folgende kritische Punkte anzumerken:
  - Bei der Auswertung zeigten sich Fehlmessungen am Prüfkörper Kugel. Systematische Effekte in Form der in Abbildung 6.9 gezeigten „Nase“ sind auf ein ungünstiges Rückstrahlverhalten der Kugeloberfläche zurückzuführen. Demnach ist eine sorgfältige Auswahl der Prüfkörper-Materialien und -Oberflächen ratsam.
  - Um den subjektiven Einfluss des Anwenders in der Auswertung der Überprüfungsans zu reduzieren, sollten weitere Festlegungen getroffen werden:
    - \* Ein Grenzwert könnte vorgeben, wie viele gescannte Punkte eines Prüfkörpers maximal verworfen werden dürfen (z. B. im Falle von Fehlmessungen in Form einer „Nase“). In bestehenden Richtlinien zur Überprüfung optischer Messsysteme liegt dieser Wert bei  $0,3\%$  [VDI/VDE, 2002b].
    - \* Einige Auswerteprogramme für Laserscanningdaten bieten die Möglichkeit, Kugeln und Ebenen an eine Punktwolke anzupassen. Zu Grunde liegen meist robuste Verfahren, die Ausreisser nicht in die Schätzung der Ausgleichsgeometrie mit einbeziehen

oder zumindest herabgewichten. In Bezug auf eine standardisierte Laserscannerüberprüfung sollten einheitliche Auswerteverfahren festgelegt werden, um vom Auswerteprogramm abhängige Interpretationen der Prüfkörperpunktwolken zu vermeiden.

- Kugeln werden zwar im terrestrischen Laserscanning als Markierungen für identische Punkte oder Passpunkte eingesetzt, darüber hinaus spielen sie jedoch in praktischen Anwendungen als Messobjekte eine untergeordnete Rolle. Kritiker stellen daher die Frage, inwieweit die Bestimmung von Kenngrößen bezüglich eines Prüfkörpers, der in realen Messszenen kaum zu finden ist, sinnvoll erscheint [OL 3D-TAGE, 2008].
- Für die Messabweichung auf Ebenen zeigte sich eine Abhängigkeit vom Auftreffwinkel und insbesondere von der Messentfernung (vgl. Abschnitt 4.2.6). Die in HEISTER [2006] vorgeschlagene Kenngröße der Ebenheitsmessabweichung berücksichtigt diese Zusammenhänge nicht, sondern bildet den Mittelwert aller Residuen aller im gesamten Messvolumen verteilten Ebenen. Entspricht das Messvolumen in seinen Dimensionen der Reichweite des Laserscanners, ergibt sich bei Einhaltung der empfohlenen gleichmäßigen Verteilung der Ebenen im Messraum eine Ebenheitsmessabweichung, die in etwa in Relation zur halben maximalen Reichweite des Laserscanners steht, somit ein Mittelwert. Folglich ist die Frage zu stellen, welche Aussagekraft diese Kenngröße für Laserscanningaufgaben im Nahbereich (z. B. in Innenräumen) hat oder für Aufgaben, die hauptsächlich Messungen nahe der maximalen Reichweite des Scanners erfordern. Der Entwurf von HEISTER [2006] orientiert sich an bestehenden Richtlinien und greift auf deren Fachtermini zurück, um für eine zu entwickelnde Richtlinie für terrestrische Laserscanner eine ebenso fachübergreifende Akzeptanz zu erreichen. Jedoch ist zu bedenken, dass im Falle von Koordinatenmessgeräten oder optischen 3D-Messgeräten für den Nahbereich, auf die sich die bestehenden Richtlinien beziehen, zum Einen das Sichtfeld und zum Anderen die Reichweite im Vergleich zum Laserscanning sehr eingeschränkt sind. Es ist anzunehmen, dass die Abhängigkeit der Messgenauigkeit von der Messentfernung für diese Messinstrumente eine untergeordnete Rolle spielt. Im Falle des terrestrischen Laserscanners sollten äußere Einflussfaktoren jedoch nicht vernachlässigt werden. Die im Abschnitt 4.2.6 hergeleitete Genauigkeitsfunktion stellt einen Ansatz zur Beschreibung der Laserscannermessgenauigkeit in Abhängigkeit von äußeren Einflüssen dar. Denkbar ist im Rahmen einer Überprüfung, Laserscanningdaten zu Prüfkörpern in unterschiedlichen Entfernungen und mit unterschiedlichen Strahlauftreffwinkeln zu erheben und im Anschluss im Rahmen einer Regressionsanalyse die Koeffizienten der Genauigkeitsfunktion 4.84 zu schätzen, um diese Funktion als Kennlinie der Ebenheitsmessabweichung zu verwenden.
- Abschließend ist festzuhalten, dass eine Laserscannerüberprüfung zur Feststellung der tatsächlichen Messgenauigkeit dient. Der Vergleich der Ergebnisse zur Ebenheitsmessabweichung im Überprüfungsszenario mit den Ergebnissen der Genauigkeitsuntersuchungen mittels Varianzkomponentenschätzung des Abschnittes 4.2.6 zeigt, dass beide Verfahren als äquivalent einzustufen sind, was sich in den durch beide Methoden ermittelten Genauigkeitsmaßen widerspiegelt. Damit wird deutlich, dass eine Ermittlung der Laserscanner-Messgenauigkeit mittels Varianzkomponentenschätzung die während der Messung tatsächlich vorherrschenden Bedingungen in das Genauigkeitsmaß mit einbezieht und hiermit einem Feldprüfverfahren sehr nahe kommt.



# Kapitel 7

## Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit stellte experimentell verifizierte Verfahren zur Ermittlung und Angabe der Messunsicherheit terrestrischer Laserscanner vor.

Die Einflussfaktoren, die die Messunsicherheit bestimmen, sind unterschiedlicher Gestalt. Zum Einen wirken sich systematische Messabweichungen, hervorgerufen durch Unzulänglichkeiten des Instrumentes, negativ auf die Messung aus. Zum Anderen beeinflussen Eigenschaften der Oberfläche des Messobjektes infolge der reflektorlosen Distanzmessung das Rückstrahlverhalten des Laserstrahls und damit das Messergebnis. Hinzu kommen atmosphärische Faktoren, die dämpfend auf die elektrooptische Distanzmessung wirken sowie Messabweichungen infolge schrägen Auftreffens des Laserstrahls auf dem Messobjekt. Im Gegensatz zu den systematischen Instrumentenabweichungen können all diese äußeren Einflussfaktoren nicht in einer einheitlichen, auf den Laserscanner bezogenen Messabweichung beschrieben werden, da sie von den variierenden Umgebungsbedingungen abhängen.

Eine möglichst umfassende Bestimmung der Messabweichungen erfolgte in Kapitel 4:

- Zur Schätzung von Korrekturparametern hinsichtlich der instrumentenbezogenen systematischen Abweichungen wurde ein erweitertes **funktionales** Modell aufgestellt, das in einen 3D-Orientierungsalgorithmus für Punktwolken mehrerer Laserscannerstandpunkte integriert wurde.
- Durch äußere Einflüsse verursachte Messabweichungen fanden in einem erweiterten **stochastischen** Modell Berücksichtigung. Eine empirisch hergeleitete Genauigkeitsfunktion beschreibt die 3D-Messgenauigkeit in Abhängigkeit von der Objektoberfläche, der Messentfernung und des Auftreffwinkels. Ihre Koeffizienten wurden innerhalb der Orientierungsberechnung in Form von Varianzkomponenten geschätzt.

Die Orientierungsberechnung mit erweitertem funktionalem und stochastischem Modell schöpft die in den typischen großen Laserscanning-Datenmengen enthaltene Information effizienter aus. Sowohl die instrumentellen Abweichungen als auch die tatsächlich während der Messung vorherrschenden, äußeren Einflüsse werden auf diese Weise möglichst umfassend ermittelt. Darüber hinaus kann die Varianzkomponentenschätzung

- eine bessere Anpassung der Daten an das Gesamtmodell bewirken,
- die Signifikanz der Parameterschätzung erhöhen sowie
- die Konvergenzgeschwindigkeit steigern.

Werden zusätzlich in die Orientierungsberechnung 3D-Daten der Ebenen mit übergeordneter Genauigkeit integriert, wird bei einer ausreichenden Dimensionierung des Messszenarios die Bestimmung eines Maßstabfaktors der Streckenmessung ermöglicht.

Der vorgestellte Algorithmus der Orientierungsberechnung beruht auf dem erweiterten GAUSS-MARKOV-Modell mit Varianzkomponentenschätzung. Im Vergleich zu einem ähnlichen Ansatz von RIETDORF [2005], der auf dem GAUSS-HELMERT-Modell beruht, wird die Dimension des Normalgleichungssystems durch die Anzahl der Unbekannten bestimmt. Deshalb ist das Normalgleichungssystem sehr kompakt im Vergleich zum GAUSS-HELMERT-Modell, dessen Dimension des Normalgleichungssystems zusätzlich von der Anzahl der Beobachtungen abhängt, die beim Laserscanning in der Regel sehr groß ist. Im Gegensatz zum GAUSS-HELMERT-Modell können im kompakteren GAUSS-MARKOV-Modell die Strecke  $s$ , die Horizontalrichtung  $\alpha$  sowie der Vertikalwinkel  $\zeta$  nicht als Beobachtungen eingeführt werden, so dass die Schätzung diesbezüglicher Varianzkomponenten nicht möglich ist. Alternativ werden durch die Beobachtungsgleichungen Zusammenhänge zwischen den gescannten Ebenenpunkten eines Laserscannerstandpunktes und der ausgleichenden Ebene einer Ebenenpunktwolke eines weiteren Standpunktes hergestellt, so dass die 3D-Abstände der Punkte eines Standpunktes zu einer Ebene eines anderen Standpunktes als Pseudobeobachtungen anzusehen sind. Werden folglich Varianzkomponenten für diese Pseudobeobachtungen in Form der erwähnten Genauigkeitsfunktion ermittelt, gleicht dies der Schätzung einer 3D-Punktgenauigkeit, die somit ein sinnvolles Messunsicherheitsmaß für ein 3D-Messverfahren darstellt.

Damit die Orientierungsberechnung mit Kalibrierung und Genauigkeitsbestimmung auch auf das Datenmaterial komplexer Messaufgaben angewendet werden kann, sollte sie zusätzlich zu den Ebenen um weitere Oberflächengeometrien ergänzt werden.

Die Berücksichtigung identischer Polynomflächen 2. Grades zur Orientierungsberechnung wurde in DÜPPE und KLEIN [2005] bereits vorgestellt. Eine Erprobung im Hinblick auf eine Laserscannerkalibrierung steht noch aus.

Zudem ist eine Erweiterung des Orientierungsalgorithmus um Kugeln denkbar, die ebenso als identische Geometrien zur Verknüpfung von Laserscannerpunktwolken dienen können. Werden die Mittelpunktabstände der Kugeln durch ein 3D-Messverfahren übergeordneter Genauigkeit bestimmt, kann ferner die Schätzung eines Maßstabsfaktors unterstützt werden.

Zur Angabe eines Messunsicherheitsmaßes für terrestrische Laserscanner sollte die international in der Metrologie anerkannte Richtlinie DIN/ISO [1999] Berücksichtigung finden. Sie beschreibt die Ermittlung der Messunsicherheit anhand jeglicher zur Verfügung stehender Information zum Messinstrument und weiterer die Messung beeinflussender Faktoren. Auf dieser Grundlage wurde in Kapitel 5 ein 3D-Messunsicherheitsmaß für Laserscanner definiert. Anhand der in Kapitel 4 gewonnenen umfassenden Kenntnisse hinsichtlich der Laserscannermessabweichungen konnten somit 3D-Messunsicherheiten in Abhängigkeit von der Lage der zugehörigen gescannten Punkte im Raum sowie der jeweiligen Strahlauffreffwinkel ermittelt und analysiert werden. Es zeigte sich, dass die 3D-Messunsicherheit nach DIN/ISO [1999] mit zunehmender Messentfernung und flacher werdendem Auftreffwinkel steigt. Die Beiträge der polaren Messelemente  $s$ ,  $\alpha$  und  $\zeta$  dominieren die 3D-Gesamtmessunsicherheit. In kürzeren Messentfernungen tragen die systematischen Instrumentenabweichungen in höherem Maße zur 3D-Gesamtmessunsicherheit bei als in größeren Entfernungen.

Die Angabe der Messunsicherheit zu einem Messergebnis nach DIN/ISO [1999] dient der Einschätzbarkeit der Zuverlässigkeit des Messergebnisses, so dass einer vollständigen Messunsicherheit stets ein Wert zuzuordnen ist, der den Grad des Vertrauens der Messunsicherheit beschreibt. Hierzu sind Kenntnisse über die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der originären Messwerte notwendig, was jedoch noch gesonderter Untersuchung bedarf.

In Fachkreisen wird zurzeit eine Vereinheitlichung der Kenngrößen zur Spezifizierung der Laserscannermessgenauigkeit intensiv diskutiert. Darüber hinaus wird vor allem eine Standardisierung einer Laserscannerüberprüfung gewünscht, anhand derer solche einheitlichen Kenngrößen abzuleiten sind. Mit dem Ansatz von HEISTER [2006] liegt ein erster Entwurf einer Richtlinie vor, der sowohl das Überprüfungsszenario und die zu verwendenden Prüfkörper als auch die abzuleitenden Kenngrößen beschreibt.

Im Kapitel 6 wurde über die experimentelle Umsetzung dieses Entwurfes berichtet. Im Fokus standen die Analysen zur praktischen Verwendbarkeit der empfohlenen Kenngrößen. Folgende Schlüsse konnten gezogen werden:

- Das Messvolumen für ein Standardüberprüfungsverfahren sollte an das Sichtfeld des Laserscanners angepasst und nicht auf einen kleinen Teil des Sichtfeldes reduziert werden. Untersuchungen, inwieweit eine Variation des Zenitwinkels die Laserscanner-Kenngrößen beeinflusst, stehen noch aus. Sie könnten die Frage klären, ob das Messvolumen nach HEISTER [2006] in der Höhe auszudehnen ist.
- Die Wahl des Prüfkörpers Kugel ist nicht unumstritten. Die Tatsache, dass weiße Kunststoffkugeln in realen Messszenen nur selten vorhanden sind, wird von Kritikern als Argument gegen kugelförmige Prüfkörper angeführt. Eine Kugel stellt sich im Kontext des Laserscannings als eine abtastbare Oberfläche dar, die gleichzeitig von allen Richtungen einen diskreten Punkt in der Form ihres Mittelpunktes repräsentiert. Aus diesem praktischen Grund konnte sie sich bisher als Prüfkörper behaupten.

Um ihre Nachteile zu kompensieren und sie als Prüfkörper zu etablieren, seien folgende Aspekte erwähnt, die in der Zukunft zu betrachten sind:

- Fehlmessungen (z. B. „Nasen“) auf Kugeloberflächen könnten verringert werden, falls exakte Kenntnisse über geeignete Materialien und Oberflächen vorliegen. Hier stehen detaillierte Untersuchungen aus.
- Für die Verwendung von Kugeln als standardisierte Prüfkörper sollten die Algorithmen zur Extraktion aus den Punktwolken sowie die Anpassung einer Ausgleichskugel an die Daten ebenso standardisiert und automatisiert sein, so dass eine subjektive Einflussnahme durch den Auswerter vermieden wird und die Vergleichbarkeit unterschiedlicher Überprüfungen gewährleistet ist. Zur Detektion und Extraktion können moderne Verfahren zur Grobfehlersuche eingesetzt werden. Zusätzlich bieten robuste Ausgleichsverfahren die Möglichkeit, grob fehlerhafte Punkte in der Parameterschätzung herabzugewichten oder generell auszuschließen.
- Hinsichtlich der vorgeschlagenen Kenngrößen wurden folgende Erkenntnisse gewonnen:
  - Im Falle der Antastabweichung und der Ebenheitsmessabweichung war festzustellen, dass sie sich lediglich auf einen kleinen Teil des Messvolumens beziehen und in diesem Teil die Messabweichung beschreiben. Systematische Instrumentenabweichungen zeigten sich somit in diesen Kenngrößen nicht. Insbesondere für die Ebenheitsmessabweichung wurde deutlich, dass sie eine von der Messentfernung und dem Auftreffwinkel abhängige Größe ist, so dass eine Kenngröße, die sich aus dem Mittelwert der Residuen aller im Messvolumen verteilten Ebenen ergibt, unzureichend erscheint. Es wird vielmehr vorgeschlagen, eine Regressionsfunktion (z. B. nach dem Vorbild der in Kapitel 4 ermittelten Genauigkeitsfunktion) zu verwenden, deren Koeffizienten im Rahmen einer Überprüfung ermittelt werden können, indem Ebenen in unterschiedlichen Entfernungen und mit unterschiedlichen Auftreffwinkeln abgetastet und die Daten entsprechend ausgewertet werden. Dies entspräche einer für den Anwender plausiblen und praktikablen Methode. An dieser Stelle sei auf die Photogrammetrie

verwiesen. Hier hat es sich durchgesetzt, die Verzeichnung einer Kamera und ihrer Optik mittels einer Verzeichnungskurve zu bestimmen. Die genaue Spezifikation der Kurve erfolgt über die Schätzung der Koeffizienten in einem Ausgleichungsprozess.

- Mittels der Kugelabstandsabweichung wird das Ziel verfolgt, eine Überprüfung der Längenmessung durchzuführen und damit eine Rückführung der Messgröße „Länge“ auf die SI-Einheit „Meter“ zu erreichen. HEISTER [2006] empfiehlt zur Bestimmung der Kugelabstandsabweichung, im Überprüfungsszenario Distanzen durch Kugelabstände zu realisieren, die der maximalen Reichweite des Laserscanner-Distanzmessers entsprechen. Es konnte jedoch festgestellt werden, dass die Kugelabstände lediglich genügend groß sein müssen, um einen eventuell vorhandenen Maßstab ausreichend genau auflösen zu können. Daraus ist zu schließen, dass die Dimension des Messvolumens nicht an die Reichweite des Laserscanners gebunden ist.

Zur Ergänzung der Untersuchungen zu einem Standard-Überprüfungsverfahren fand die Erprobung eines selbst entwickelten dreidimensionalen Prüfkörpers hinsichtlich seiner Tauglichkeit zur Feldprüfung eines Laserscanners statt. Der Prüfkörper wurde durch vier Kugeln realisiert, die in Form eines Tetraeders angeordnet sind, so dass jede Kugel einen festen Abstand von  $1m$  zu den anderen Kugeln aufweist.

Es ergab sich, dass hiermit Aussagen zur Distanzmessung getroffen werden können, die sich auf die Dimension des Tetraeder-Prüfkörpers beziehen. Für allgemein gültigere Aussagen werden Prüfkörper benötigt, die längere Distanzen verkörpern. Empfohlen werden Maßstäbe ab einer Länge von  $4m$ . Um Prüfkörper dieser Länge zu realisieren, könnten zur Verbindung der Kugeln des Maßstabs zerlegbare, stabile Stäbe Verwendung finden.

Mit dieser Arbeit wurde das Ziel verfolgt, die komplexen Zusammenhänge der Laserscanner-messgenauigkeit besser zu verstehen, ein gesamtheitliches Genauigkeitskonzept für terrestrische Laserscanner zu entwerfen und zu verifizieren sowie die detaillierte Konzeption einer praktikablen Richtlinie zur standardisierten Laserscannerüberprüfung voranzutreiben.



# Literaturverzeichnis

- [ALKIS u. a. 2003] ALKIS, Ayan ; ARUN, Görün ; DEMIREL, Hüseyin ; DÜPPE, Rolf-Dieter ; HOVENBITZER, Michael: Die Kleine Hagia Sophia Moschee in Istanbul, Objekterfassung zur Dokumentation des Baus sowie seiner Schäden. In: *Allgemeine Vermessungsnachrichten* 1 (2003), Nr. 1/2003, S. 2–9
- [AMIRI PARIAN und GRÜN 2005] AMIRI PARIAN, Jafar ; GRÜN, Armin: Integrated Laser Scanner and Intensity Image Calibration and Accuracy Assessment. In: *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, Vol. XXXVI, Part 3/W19, Enschede, Niederlande, 2005, S. 18–23
- [BENNING 2007] BENNING, Wilhelm: *Statistik in Geodäsie, Geoinformation und Bauwesen*. 2., überarbeitete und erweiterte Auflage. Heidelberg : Herbert Wichmann Verlag, 2007. – 294 S. – ISBN 978-3879074549
- [BÖHLER 2005] BÖHLER, Wolfgang: Vergleichende Untersuchungen zur Genauigkeit und Auflösung von Laserscannern. In: *Terrestrisches Laserscanning (TLS), Schriftenreihe des DVW e.V., Band 48*. Stuttgart : Verlag Konrad Wittwer, 2005, S. 17–28
- [BÖHLER u. a. 2003] BÖHLER, Wolfgang ; BORDAS VICENT, Monica ; MARBS, Andreas: Investigating Laser Scanner Accuracy. In: *Proceedings of the XIXth CIPA International Symposium, Antalya, Türkei*, 2003, S. 696–702
- [BÖHLER und MARBS 2004] BÖHLER, Wolfgang ; MARBS, Andreas: Vergleichende Untersuchungen zur Genauigkeit und Auflösung verschiedener Scanner. In: LUHMANN, Thomas (Hrsg.): *Photogrammetrie Laserscanning Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2004*. Heidelberg : Herbert Wichmann Verlag, 2004, S. 82–89
- [BOLSAKOV u. a. 1985] BOLSAKOV, V. D. ; DEUMLICH, F. ; GOLUBEV, A. N. ; VASILEV, V. P.: *Elektronische Streckenmessung*. 1. Auflage. Berlin : VEB Verlag für Bauwesen, 1985
- [BRUNNER und WOSCHITZ 2001] BRUNNER, Friedrich K. ; WOSCHITZ, Helmut: Kalibrierung von Messsystemen: Grundlagen und Beispiele. In: *Qualitätsmanagement in der geodätischen Messtechnik, Schriftenreihe des DVW e.V., Band 42*. Stuttgart : Verlag Konrad Wittwer, 2001, S. 70–90
- [DEUMLICH und STAIGER 2002] DEUMLICH, Fritz ; STAIGER, Rudolf: *Instrumentenkunde der Vermessungstechnik*. 9., völlig neu bearbeitete und erweiterte Auflage. Heidelberg : Herbert Wichmann Verlag, 2002. – 426 S. – ISBN 3-87907-305-8
- [DIN / ISO 1999] DIN / ISO: *Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen (engl. Titel: Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement; GUM)*. 06 1999. – Beuth-Verlag, Berlin
- [DÜPPE und KLEIN 2005] DÜPPE, Rolf-Dieter ; KLEIN, Bianca: Blockausgleichung mit Flächen für Laserpunktwolken. In: LUHMANN, Thomas (Hrsg.): *Photogrammetrie Laserscanning Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2005*. Heidelberg : Herbert Wichmann Verlag, 2005, S. 266–277

- [DRIXLER 1993] DRIXLER, Erwin: *Analyse der Form und Lage von Objekten im Raum*. Karlsruhe, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität Fridericiana zu Karlsruhe (TU), Dissertation, 1993
- [ELING und KUTTERER 2007] ELING, Dirk ; KUTTERER, Hansjörg: Terrestrisches Laserscanning für die Bauwerksüberwachung am Beispiel einer Talsperre. In: *Ingenieurvermessung 07 - Beiträge zum 15. Internationalen Ingenieurvermessungskurs*. Graz : Herbert Wichmann Verlag, 2007, S. 119–130
- [FARO EUROPE GMBH & CO. KG 2005] FARO EUROPE GMBH & CO. KG: *FARO Laser Scanner LS Recording reality's digital fingerprint*. Broschüre zu FARO Laser Scanner LS. 2005. – <http://www.faro.com> (Letzter Zugriff am 23.05.2008)
- [FAY 2001] FAY, Eberhard: Akkreditierung von Kalibrierlaboratorien. In: *Qualitätsmanagement in der geodätischen Messtechnik, Schriftenreihe des DVW e.V., Band 42*. Stuttgart : Verlag Konrad Wittwer, 2001, S. 24–34
- [FÖRSTNER 1979] FÖRSTNER, Wolfgang: Ein Verfahren zur Schätzung von Varianz- und Kovarianzkomponenten. In: *Allgemeine Vermessungsnachrichten* 11–12 (1979), S. 446–453
- [GIELSDORF u. a. 2004] GIELSDORF, Frank ; RIETDORF, Andreas ; GRÜNDIG, Lothar: A Concept for the Calibration of Terrestrial Laser Scanners. In: *Proceedings of the FIG Working Week, Athen, 2004*
- [GRIMM-PITZINGER und RUDIG 2005] GRIMM-PITZINGER, Albert ; RUDIG, Stefan: Laserscannerdaten zur flächenhaften Deformationsanalyse. In: *Internationale Geodätische Woche 2005*. Obergurgl : Herbert Wichmann Verlag, 2005, S. 125–130
- [HEISTER 2001] HEISTER, Hans: Zur Angabe der Messunsicherheit in der geodätischen Messtechnik. In: *Qualitätsmanagement in der geodätischen Messtechnik, Schriftenreihe des DVW e.V., Band 42*. Stuttgart : Verlag Konrad Wittwer, 2001, S. 108–119
- [HEISTER 2006] HEISTER, Hans: Zur standardisierten Überprüfung von terrestrischen Laserscannern (TLS). In: *Terrestrisches Laser-Scanning (TLS 2006), Schriftenreihe des DVW e.V., Band 51*. Augsburg : Wißner Verlag, 2006, S. 35–44
- [HORN 1987] HORN, Berthold: Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions. In: *Journal of the Optical Society of America A* (1987), Nr. 4(4), S. 629–642
- [HOVENBITZER 2001] HOVENBITZER, Michael: *Zur Automation berührungsloser 3D-Objekterfassung im Nahbereich*. Darmstadt, Fachbereich Bauingenieurwesen und Geodäsie der Technischen Universität Darmstadt, Dissertation, 2001
- [INGENSAND u. a. 2003] INGENSAND, Hilmar ; RYF, Adrain ; SCHULZ, Thorsten: Performances and Experiences in Terrestrial Laserscanning. In: GRÜN, Armin (Hrsg.) ; KAHMEN, Heribert (Hrsg.): *Proceedings of the 6th Conference on Optical 3-D Measurement Techniques, Zürich, 2003*, S. 236–243
- [JOECKEL und STOBBER 1995] JOECKEL, Rainer ; STOBBER, Manfred: *Elektronische Entfernung- und Richtungsmessung*. 3., erweiterte Auflage. Stuttgart : Verlag Konrad Wittwer, 1995. – 325 S. – ISBN 3-87919-181-6
- [KAMPMANN und RENNER 2004] KAMPMANN, Georg ; RENNER, Bernd: Vergleich verschiedener Methoden zur Bestimmung ausgleichender Ebenen und Geraden. In: *Allgemeine Vermessungsnachrichten* 2 (2004), Nr. 2/2004, S. 56–67
- [KERN 2002] KERN, Fredie: *Marktübersicht Terrestrische 3-D Laserscanner*. PDF-Dokument im Internetauftritt von Herrn Dr.-Ing Fredie Kern. 2002. – <http://www.xdesy.de/scanner/marktuebersicht.html> (Letzter Zugriff am 23.05.2008)

- [KERN 2003] KERN, Fredie: *Automatisierte Modellierung von Bauwerksgeometrien aus 3D-Laserscanner-Daten*. Braunschweig, Fachbereich Bauningenieurwesen der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, Dissertation, 2003
- [KERN 2008] KERN, Fredie: Prüfen und Kalibrieren von terrestrischen Laserscannern. In: LUHMANN, Thomas (Hrsg.) ; MÜLLER, Christina (Hrsg.): *Photogrammetrie Laserscanning Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2008*. Heidelberg : Herbert Wichmann Verlag, 2008, S. 306–316
- [KERSTEN u. a. 2004] KERSTEN, Thomas ; STERNBERG, Harald ; MECHELKE, Klaus ; ACEVEDO PARDO, Carlos: Terrestrischer Laserscanner Mensi GS100/GS200 - Untersuchungen und Projekte an der HAW Hamburg. In: LUHMANN, Thomas (Hrsg.): *Photogrammetrie Laserscanning Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2004*. Heidelberg : Herbert Wichmann Verlag, 2004, S. 98–107
- [KOCH 1987] KOCH, Karl-Rudolf: Zur Auswertung von Streckenmessungen auf Eichlinien mittels Varianzkomponentenschätzung. In: *Allgemeine Vermessungsnachrichten* (1987), S. 63–71
- [KOCH 2004] KOCH, Karl-Rudolf: *Parameterschätzung und Hypothesentests in linearen Modellen*. 4., bearbeitete Auflage. Bonn : <http://www.geod.uni-bonn.de/index.html> (ehemals Ferd. Dümmers Verlag), 2004. – 366 S
- [KRAUS 2004] KRAUS, Karl: *Photogrammetrie, Band 1*. 7., vollständig bearbeitete und erweiterte Auflage. Berlin : Walter de Gruyter Verlag, 2004. – 516 S. – ISBN 3-11-017708-0
- [KUCHLING 1995] KUCHLING, Horst: *Taschenbuch der PHYSIK*. 15., verbesserte Auflage. Leipzig : Fachbuchverlag Leipzig GmbH, 1995. – 708 S. – ISBN 3-343-00884-2
- [KUTTERER 2004] KUTTERER, Hansjörg: Moderne Ansätze zum Umgang mit der Unsicherheit geodätischer Messungen. In: *Mitteilungen DVW-Landesverein Baden-Württemberg* (2004), Nr. 2, S. 28–53
- [LANG 2001] LANG, Martin: Die Bestimmung von Messunsicherheiten an praktischen Beispielen. In: *Qualitätsmanagement in der geodätischen Messtechnik, Schriftenreihe des DVW e.V., Band 42*. Stuttgart : Verlag Konrad Wittwer, 2001, S. 138–150
- [LEICA GEOSYSTEMS 2004] LEICA GEOSYSTEMS: *Leica HDS 3000*. Produktinformation zum High Definition Surveying Laserscanner Leica HDS3000. 2004. – <http://www.leica-geosystems.com/de/de/HDS3000SpecSheets.pdf> (Letzter Zugriff am 01.11.2006)
- [LEICA GEOSYSTEMS 2005] LEICA GEOSYSTEMS: *Leica HDS 4500*. Produktinformation zum High Definition Surveying Laserscanner Leica HDS4500. 2005. – [http://www.leica-geosystems.com/de/de/HDS4500\\_25m\\_and\\_53m.pdf](http://www.leica-geosystems.com/de/de/HDS4500_25m_and_53m.pdf) (Letzter Zugriff am 01.11.2006)
- [LICHTI 2007] LICHTI, Derek D.: Error Modelling, Calibration and Analysis of an AM-CW Terrestrial Laser Scanner System. In: *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing* 61 (2007), Nr. 4, S. 307–324
- [LICHTI und FRANKE 2005] LICHTI, Derek D. ; FRANKE, J.: Self-Calibration of the iQsun 880 Laser Scanner. In: GRÜN, Armin (Hrsg.) ; KAHMEN, Heribert (Hrsg.): *Proceedings of the 7th Conference on Optical 3-D Measurement Techniques*, Wien, 2005, S. 112–121
- [LICHTI und LICHT 2006] LICHTI, Derek D. ; LICHT, Maria G.: Experiences with Terrestrial Laser Scanner Modelling and Accuracy Assessment. In: MAAS, Hans-Gerd (Hrsg.) ; SCHNEIDER, Danilo (Hrsg.): *Proceedings of the ISPRS Com. V Symposium 'Image Engineering and Vision Metrology', International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, Vol XXXVI, Part 5, Dresden*, 2006, S. 155–160

- [LINKWITZ 1967] LINKWITZ, Klaus: Anwendungen des Matrix-Eigenwertproblems in der Ausgleichsrechnung. In: *Bulletin Géodésique* Volume 41, Issue 3 (1967), Nr. Vol. 85, S. 261–264
- [LINKWITZ 1976] LINKWITZ, Klaus: Über einige Ausgleichungsprobleme und ihre Lösung mit Hilfe von Matrizen-Eigenwerten. In: ACKERMANN, Friedrich (Hrsg.): *Wissenschaftliche Beiträge aus dem Kreise der Schüler von ERNST GOTTHARDT anlässlich seiner Emeritierung am 31. März 1976*. Stuttgart : Deutsche Geodätische Kommission, 1976 (Reihe B Heft-Nr. 216), S. 111–126
- [LUHMANN 2003] LUHMANN, Thomas: *Nahbereichsphotogrammetrie - Grundlagen, Methoden und Anwendungen*. 2., überarbeitete Auflage. Heidelberg : Herbert Wichmann Verlag, 2003. – 586 S. – ISBN 3-87907-398-8
- [MECHELKE u. a. 2008] MECHELKE, Klaus ; KERSTEN, Thomas ; LINDSTAEDT, Maren: Geometrische Genauigkeitsuntersuchungen neuester Laserscannersysteme - Leica ScanStation 2 und Z+F IMAGER 5006. In: LUHMANN, Thomas (Hrsg.) ; MÜLLER, Christina (Hrsg.): *Photogrammetrie Laserscanning Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2008*. Heidelberg : Herbert Wichmann Verlag, 2008, S. 317–328
- [METTENLEITER und FRÖHLICH 2000] METTENLEITER, Markus ; FRÖHLICH, Christoph: Visuelles Laserradar zur 3D-Erfassung und Modellierung realer Umgebungen. In: *Automatisierungstechnik* 4 (2000), Nr. 4/2000, S. 182–190
- [NEITZEL 2006a] NEITZEL, Frank: Bestimmung von Ziel- und Kippachsenfehler polarer Messsysteme aus Minimalkonfigurationen und überbestimmten Konfigurationen. In: *Zeitschrift für Vermessungswesen* 3 (2006), Nr. 3/2006, S. 132–140
- [NEITZEL 2006b] NEITZEL, Frank: Gemeinsame Bestimmung von Ziel- und Kippachsenfehler und Exzentrizität der Zielachse am Beispiel des Laserscanners Zoller + Fröhlich Imager 5003. In: LUHMANN, Thomas (Hrsg.) ; MÜLLER, Christina (Hrsg.): *Photogrammetrie Laserscanning Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2006*. Heidelberg : Herbert Wichmann Verlag, 2006, S. 174–183
- [NEITZEL 2006c] NEITZEL, Frank: Untersuchung des Achssystems und des Taumelfehlers terrestrischer Laserscanner mit tachymetrischem Messprinzip. In: *Terrestrisches Laser-Scanning (TLS 2006), Schriftenreihe des DVW e.V., Band 51*. Augsburg : Wißner Verlag, 2006, S. 15–34
- [NIEMEIER 2002] NIEMEIER, Wolfgang: *Ausgleichsrechnung*. Berlin : Walter de Gruyter Verlag, 2002. – 407 S. – ISBN 3-11-014080-2
- [OL 3D-TAGE 2008] : *Diskussionsrunde bzgl. eines standardisiertem Überprüfungsverfahren für terrestrische Laserscanner*. Oldenburger 3D-Tage, 31. 01. 2008
- [PREUSS 1974] PREUSS, Hans D.: *Numerisch-Photogrammetrische Messung geologischer Trennflächen*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Dissertation, 1974
- [RAUTENBERG und WIGGENHAGEN 2002] RAUTENBERG, Ulrich ; WIGGENHAGEN, Manfred: Abnahme und Überwachung photogrammetrischer Messsysteme nach VDI 2634, Blatt 1. In: *Photogrammetrie Fernerkundung Geoinformation* 2 (2002), Nr. 2/2002, S. 117–124
- [RIETDORF 2005] RIETDORF, Andreas: *Automatische Auswertung und Kalibrierung von scannenden Messsystemen mit tachymetrischem Messprinzip*. Berlin, Fakultät VI - Bauningenieurwesen und Angewandte Geowissenschaften der Technischen Universität Berlin, Dissertation, 2005
- [RUNNE 1993] RUNNE, Heinz: *Geodätische Datengewinnung für Gebäudeinformationssysteme unter Anwendung reflektorloser tachymetrischer Verfahren*. Braunschweig, Fachbereich Bauningenieurwesen der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, Dissertation, 1993

- [SCHÄFER und SCHULZ 2005] SCHÄFER, Thomas ; SCHULZ, Thorsten: Kalibrierung, Einflussgrößen und Genauigkeiten von Terrestrischen Laserscannern. In: *Terrestrisches Laserscanning (TLS), Schriftenreihe des DVW e.V., Band 48*. Augsburg : Wißner Verlag, 2005, S. 29–48
- [SCHLEMMER 1996] SCHLEMMER, Harald: *Grundlagen der Sensorik*. 1. Auflage. Heidelberg : Herbert Wichmann Verlag, 1996. – 562 S. – ISBN 3-87907-278-7
- [SCHLEMMER 2004] SCHLEMMER, Harald: *Einführung in die Technologie des Laserscannings*. Vortrag, 14th International Conference on Engineering Surveying, ETH Zürich, 14. - 19. 03. 2004. – [http://www.iv2004.ethz.ch/programm/Tutorial3/Schlemmer\\_Laserscanning.pdf](http://www.iv2004.ethz.ch/programm/Tutorial3/Schlemmer_Laserscanning.pdf) (Letzter Zugriff am 01.11.2006)
- [SCHMIDT und NIEMANN 2001] SCHMIDT, Jochen ; NIEMANN, Heinrich: Using Quaternions for Parametrizing 3-D Rotations in Unconstrained Nonlinear Optimization. In: *VMV '01: Proceedings of the Vision Modeling and Visualization Conference 2001*, Aka GmbH, 2001, S. 399–406. – ISBN 3-89838-028-9
- [SCHULZ und INGENSAND 2004] SCHULZ, Thorsten ; INGENSAND, Hilmar: Laserscanning - Genauigkeitsbetrachtungen und Anwendungen. In: LUHMANN, Thomas (Hrsg.): *Photogrammetrie Laserscanning Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2004*. Heidelberg : Herbert Wichmann Verlag, 2004, S. 90–97
- [SCHULZ u. a. 2004] SCHULZ, Thorsten ; ZOGG, Hans-Martin ; INGENSAND, Hilmar: Terrestrisches Laserscanning und seine Anwendungen in der Ingenieurvermessung. In: INGENSAND, Hilmar (Hrsg.): *Ingenieurvermessungstage 2004*. Zürich : geomETH, 2004, S. 361–366
- [SCHWARZ 2001] SCHWARZ, Willfried: Geodätische Laborkalibrierung - Stand der Technik. In: *Qualitätsmanagement in der geodätischen Messtechnik, Schriftenreihe des DVW e.V., Band 42*. Stuttgart : Verlag Konrad Wittwer, 2001, S. 44–69
- [SIEG 1999] SIEG, Detlef: *Varianzkomponentenschätzung in ingenieurgeodätischen Netzen*, Technische Universität Darmstadt, Diplomarbeit, 1999. – unveröffentlicht
- [STAHLBERG 1997] STAHLBERG, Christian: Eine vektorielle Darstellung des Einflusses von Ziel- und Kippachsenfehler auf die Winkelmessung. In: *Zeitschrift für Vermessungswesen* 5 (1997), S. 225–235
- [STAIGER 2001] STAIGER, Rudolf: Motivation und Strategie zur Prüfung geodätischer Instrumente. In: *Qualitätsmanagement in der geodätischen Messtechnik, Schriftenreihe des DVW e.V., Band 42*. Stuttgart : Verlag Konrad Wittwer, 2001, S. 8–23
- [STAIGER 2005] STAIGER, Rudolf: *Terrestrisches Laserscanning - Sensoren, Methoden und Anwendungen*. Vortrag an der Technischen Universität Darmstadt am 08. 02. 2005
- [STERNBERG u. a. 2005] STERNBERG, Harald ; KERSTEN, Thomas ; CONSEIL, Nicole: Untersuchungen des terrestrischen Laserscanners Mensi GS100 - Einfluss unterschiedlicher Oberflächeneigenschaften auf die Punktbestimmung. In: LUHMANN, Thomas (Hrsg.): *Photogrammetrie Laserscanning Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2005*. Heidelberg : Herbert Wichmann Verlag, 2005, S. 56–65
- [THOMAS 2004] THOMAS, Carsten: *Arbeiten zur rechnergestützten Herstellung von Epithesen auf der Basis optischer phasenmessender Profilometrie*. Münster, Medizinische Fakultät der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster, Dissertation, 2004
- [TRIMBLE NAVIGATION LTD. 2007] TRIMBLE NAVIGATION LTD.: *Datenblatt Trimble GX 3D-Scanner*. PDF-Datei der technischen Daten des Trimble GX 3D-Scanner. 2007. – [http://trl.trimble.com/docushare/dsweb/Get/Document-391535/022543-404-D.GX\\_3Dscanner\\_advanced\\_DS.0907.lr.pdf](http://trl.trimble.com/docushare/dsweb/Get/Document-391535/022543-404-D.GX_3Dscanner_advanced_DS.0907.lr.pdf) (Letzter Zugriff am 21.09.2008)

- [TUM 2004] *Marktübersicht Terrestrische Laserscanner (Mid-Range)*. Technische Universität München. 2004. – <http://www.geo.bv.tum.de/de/forsch/Marktuebersicht-TLS.pdf> (Letzter Zugriff am 04.02.2008)
- [VDI/VDE 2002a] VDI/VDE: *Optische 3D-Messsysteme - Bildgebende Systeme mit punktförmiger Antastung*. VDI/VDE-Richtlinie 2634, Blatt 1. 05 2002. – Beuth-Verlag, Berlin
- [VDI/VDE 2002b] VDI/VDE: *Optische 3D-Messsysteme - Systeme mit flächenhafter Antastung*. VDI/VDE-Richtlinie 2634, Blatt 2. 08 2002. – Beuth-Verlag, Berlin
- [VDI/VDE 2005] VDI/VDE: *Genauigkeit von Koordinatenmessgeräten - Kenngrößen und deren Prüfung - Leitfaden zur Anwendung von DIN EN ISO 10360-2 zur Prüfung von Längenmaßen*. VDI/VDE-Richtlinie 2617, Blatt 2.1. 08 2005. – Beuth-Verlag, Berlin
- [VDI/VDE 2006] VDI/VDE: *Optische 3-D-Messsysteme - Bildgebende Systeme mit flächenhafter Antastung in mehreren Einzelansichten*. VDI/VDE-Richtlinie 2634, Blatt 3. 09 2006. – Beuth-Verlag, Berlin
- [WEHR 1997] WEHR, Aloysius: *Scannertechniken zur dimensionellen Oberflächenbestimmung*. In: *Hybride Vermessungssysteme, Schriftenreihe des DVW e.V., Band 29*. Stuttgart : Verlag Konrad Wittwer, 1997, S. 125–146
- [WITTE und SCHMIDT 1995] WITTE, Bertold ; SCHMIDT, Hubert: *Vermessungskunde und Grundlagen der Statistik für das Bauwesen*. 3., neubearbeitete Auflage. Stuttgart : Verlag Konrad Wittwer, 1995. – 748 S. – ISBN 3-87919-191-3
- [ZOGG 2003] ZOGG, Hans-Martin: *Untersuchungen des Laserscanners IMAGER 5003 von Zoller+Fröhlich*. Zürich, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich, Diplomarbeit, 2003
- [ZOLLER + FRÖHLICH GMBH 2005] ZOLLER + FRÖHLICH GMBH: *Technische Daten IMAGER 5003*. PDF-Datei der technischen Daten des Laserscanners IMAGER 5003 von ZOLLER+FRÖHLICH. 2005. – <http://www.zf-laser.com/Z.F.IMAGER.D.pdf> (Letzter Zugriff am 24.06.2008)

## Anhang A

# Die Parametrisierung der 3D-Rotationsmatrix

Unterschiedliche Interpretationen einer Drehung im 3D-Raum haben zu vielfältigen Parametrisierungen der Rotationsmatrix geführt.

Die bekannteste Parametrisierung verwendet die sogenannten **Euler-Winkel**. Sie beruht auf der Vorstellung, dass die Drehung durch drei Einzeldrehungen um jeweils eine Achse des Koordinatensystems verstanden werden kann.

Die Rotationsmatrix einer Rechtsdrehung um den Winkel  $\omega$  um die positive x-Achse des Koordinatensystems (gegen den Uhrzeigersinn bei Blick von der Achsenspitze zum Koordinatenursprung) lautet:

$$\mathbf{R}_\omega = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega & \sin \omega \\ 0 & -\sin \omega & \cos \omega \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Entsprechend können die Rotationsmatrizen für eine Drehung um den Winkel  $\varphi$  um die positive y-Achse

$$\mathbf{R}_\varphi = \begin{pmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

sowie um den Winkel  $\kappa$  um die positive z-Achse

$$\mathbf{R}_\kappa = \begin{pmatrix} \cos \kappa & -\sin \kappa & 0 \\ \sin \kappa & \cos \kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

aufgestellt werden.

Durch Multiplikation der Rotationsmatrizen der Einzeldrehungen erhält man die Rotationsmatrix der Gesamtdrehung. Hierbei ist auf die Reihenfolge der nacheinander ausgeführten Drehung zu achten, da diese nicht beliebig ist. Wird beispielsweise zunächst um die x-Achse, anschließend um die y-Achse und schließlich um die z-Achse gedreht, so ergibt sich die Rotationsmatrix der Gesamtdrehung zu [LUHMANN, 2003]:

$$\begin{aligned}
R &= R_\omega \cdot R_\varphi \cdot R_\kappa \\
&= \begin{pmatrix} \cos \kappa \cos \varphi & -\cos \varphi \sin \kappa & \sin \varphi \\ \cos \omega \sin \kappa + \cos \kappa \sin \varphi \sin \omega & \cos \kappa \cos \omega - \sin \kappa \sin \varphi \sin \omega & -\cos \varphi \sin \omega \\ -\cos \kappa \cos \omega \sin \varphi + \sin \kappa \sin \omega & \cos \omega \sin \kappa \sin \varphi + \cos \kappa \sin \omega & \cos \varphi \cos \omega \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

Ein Nachteil der Implementierung mit Eulerwinkeln stellt das so genannte **Gimbal-Lock**-Problem dar. Durch die nacheinander ausgeführten Drehungen um drei Achsen kann bei entsprechenden Winkelkombinationen die erste Achse in die dritte Achse gedreht werden. Dies führt zum Verlust eines Freiheitsgrades.

Ein weiterer Nachteil ergibt sich durch die trigonometrischen Funktionen in der Rotationsmatrix. Sind anhand der Rotationsmatrix die Eulerwinkel zu ermitteln, tritt ein Mehrdeutigkeitsproblem auf. Die Berechnung der Rotationswinkel  $\omega$ ,  $\phi$  und  $\kappa$  kann nur über die Arkusfunktionen erfolgen, die auf einen  $\pi$  umfassenden Wertebereich beschränkt sind. Die Rotationswinkel beziehen sich jedoch auf einen Wertebereich von 0 bis  $2\pi$ . Folglich erhält man für  $\omega$ ,  $\phi$  und  $\kappa$  jeweils zwei Ergebnisse, die bei richtiger Zuordnung der Winkel untereinander zwei Winkelsätze ergeben. Berechnet man aus jeweils einem Winkelsatz erneut die Rotationsmatrix, müssen beide Winkelsätze zur gleichen Rotationsmatrix führen.

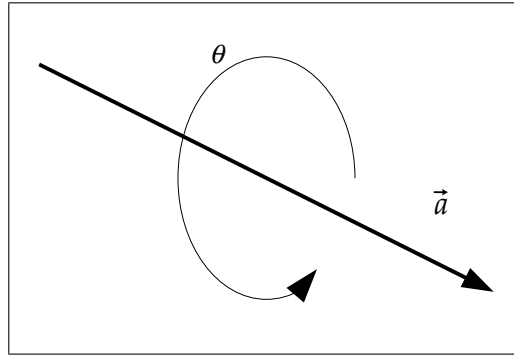


Abbildung A.1: Rotation um den Winkel  $\theta$  um eine beliebige Achse  $\vec{a}$

Eine alternative Parametrisierung der Rotationsmatrix gelingt, indem man von der Vorstellung der Einzeldrehungen um drei zueinander orthogonale Koordinatenachsen abrückt und stattdessen eine Drehung im 3D-Raum als **eine** Drehung um **eine beliebig im Raum gelagerte Achse** versteht, wie in Abbildung A.1 angedeutet. Diese Vorstellung legt die Verwendung einer **Quaternion** zur Beschreibung der Rotation nahe. Eine Quaternion  $\mathbf{q}$  kann als ein Vektor mit den vier Komponenten  $q_0$ ,  $q_x$ ,  $q_y$  und  $q_z$  verstanden werden [HORN, 1987]:

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_0 \\ q_x \\ q_y \\ q_z \end{pmatrix} \tag{A.4}$$

Generell wird in den Quaternionen die Erweiterung der komplexen Zahlen gesehen, so dass eine Quaternion ebenso als eine komplexe Zahl mit drei Imaginärteilen darstellbar ist:

$$\mathbf{q} = q_0 + i \cdot q_x + j \cdot q_y + k \cdot q_z, \tag{A.5}$$



wobei  $i, j$  und  $k$  eine Orthonormalbasis bilden. Für sie gilt [SCHMIDT und NIEMANN, 2001]:

$$\begin{aligned} i^2 &= j^2 = k^2 = -1 \\ i \cdot j &= -j \cdot i = k \\ j \cdot k &= -k \cdot j = i \\ k \cdot i &= -i \cdot k = j \end{aligned} \quad . \quad (\text{A.6})$$

Alternativ lässt sich  $\mathbf{q}$  auch als ein Zusammenschluss des Skalars  $q_0$  mit dem dreidimensionalen Vektor  $\vec{q}$  interpretieren:

$$\mathbf{q} = (q_0, \vec{q}) = (q_0, \begin{pmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{pmatrix}) \quad (\text{A.7})$$

Die Konjugierte der Quaternion  $\mathbf{q}$  ist definiert als

$$\mathbf{q}^{-1} = \begin{pmatrix} q_0 \\ -q_x \\ -q_y \\ -q_z \end{pmatrix} = q_0 - i \cdot q_x - j \cdot q_y - k \cdot q_z = (q_0, -\begin{pmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{pmatrix}) \quad (\text{A.8})$$

Die Interpretation einer Quaternion als Skalar und 3D-Vektor eignet sich für die Parametrisierung einer Drehung im dreidimensionalen Raum um eine beliebige Achse. Sind die Drehachse als Vektor  $\vec{a}$  sowie der Winkel  $\theta$  der Rechtsdrehung bekannt, kann die Quaternion  $\mathbf{q}$  zu dieser Drehung aufgestellt werden [SCHMIDT und NIEMANN, 2001]:

$$\mathbf{q} = (\cos \frac{\theta}{2}, \sin \frac{\theta}{2} \cdot \vec{a}) = (\cos \frac{\theta}{2}, \sin \frac{\theta}{2} \cdot \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}) \quad (\text{A.9})$$

Die Rotation eines Punktes  $\vec{p}$  im Koordinatensystem  $A$  in das Koordinatensystem  $B$  mittels der Quaternion  $\mathbf{q}$  gelingt durch Quaternionenmultiplikation nach den Regeln aus Gleichung A.6 [SCHMIDT und NIEMANN, 2001]. Der Punkt  $\vec{p}$  ist dazu als Quaternion  $\mathbf{p}$  mit dem Skalar 0 zu interpretieren:

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_B &= (0, \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{pmatrix}) \\ &= \mathbf{q} \cdot \mathbf{p}_A \cdot \mathbf{q}^{-1} \\ &= (q_0, \begin{pmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{pmatrix}) \cdot (0, \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{pmatrix}) \cdot (q_0, -\begin{pmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{pmatrix}) \\ &= (q_0 + iq_x + jq_y + kq_z) \cdot (0 + ix_i + jy_i + kz_i) \cdot (q_0 - iq_x - jq_y - kq_z) \\ &= \begin{pmatrix} \mathbf{q} \cdot \mathbf{q} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_0^2 + q_x^2 - q_y^2 - q_z^2 & 2(q_x q_y - q_0 q_z) & 2(q_x q_z + q_0 q_y) \\ 0 & 2(q_x q_y + q_0 q_z) & q_0^2 - q_x^2 + q_y^2 - q_z^2 & 2(q_y q_z - q_x q_0) \\ 0 & 2(q_x q_z - q_y q_0) & 2(q_y q_z + q_x q_0) & q_0^2 - q_x^2 - q_y^2 + q_z^2 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{p}_i \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

mit den Komponenten aus Gleichung A.9:

$$q_0 = \cos \frac{\theta}{2} \quad , \quad q_x = \sin \frac{\theta}{2} \cdot a_x \quad , \quad q_y = \sin \frac{\theta}{2} \cdot a_y \quad , \quad q_z = \sin \frac{\theta}{2} \cdot a_z \quad .$$

Die Rotationsmatrix aus einer Quaternion ergibt sich demnach mit den Komponenten  $q_0, q_x, q_y$  und  $q_z$  zu

$$R = \begin{pmatrix} q_0^2 + q_x^2 - q_y^2 - q_z^2 & 2(q_x q_y - q_0 q_z) & 2(q_x q_z + q_0 q_y) \\ 2(q_x q_y + q_0 q_z) & q_0^2 - q_x^2 + q_y^2 - q_z^2 & 2(q_y q_z - q_x q_0) \\ 2(q_x q_z - q_y q_0) & 2(q_y q_z + q_x q_0) & q_0^2 - q_x^2 - q_y^2 + q_z^2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.11})$$

Es bleibt anzumerken, dass zur Beschreibung einer Rotation im 3D-Raum drei unabhängige Parameter benötigt werden. Da eine Quaternion jedoch durch vier Komponenten definiert wird, soll die Rotationsquaternion die Bedingung einer Einheitsquaternion erfüllen:

$$|\mathbf{q}|^2 = q_0^2 + q_x^2 + q_y^2 + q_z^2 = 1 \quad (\text{A.12})$$

Damit kann eine Komponente einer Quaternion anhand der drei übrigen Komponenten ermittelt werden.

Die Komponenten einer Quaternion ergeben sich im Gegensatz zur Parametrisierung mit Eulerwinkeln ohne Mehrdeutigkeiten aus der Rotationsmatrix  $R$  mit folgenden Formeln:

$$\begin{aligned} q_0 &= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{sp(R) + 1} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{R_{11} + R_{22} + R_{33} + 1}, \\ q_x &= \frac{R_{32} - R_{23}}{2\sqrt{sp(R) + 1}} \quad , \quad q_y = \frac{R_{13} - R_{31}}{2\sqrt{sp(R) + 1}} \quad , \quad q_z = \frac{R_{21} - R_{12}}{2\sqrt{sp(R) + 1}} \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

## Anhang B

# Die Varianzkomponentenschätzung

### B.1 Die Gewichtsabstimmung mittels Varianzkomponentenschätzung

Im Allgemeinen ist ein Gewicht  $p_i$  der Beobachtung  $l_i$  in einer Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen gegeben durch den Quotienten der Varianz der Gewichtseinheit  $\sigma_0^2$  und der Varianz der Beobachtung  $\sigma_{l_i}^2$ :

$$p_i = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{l_i}^2} . \quad (\text{B.1})$$

Die Beobachtungsgewichte  $p_i$  werden a priori (vor der Ausgleichung) angesetzt, indem man für  $\sigma_0^2$  üblicherweise den Wert 1 vorgibt und  $\sigma_{l_i}^2$  nach Herstellerangaben oder Erfahrungswerten berechnet. Anhand der Schätzung  $\hat{\sigma}_0^2$  ist dann ersichtlich, ob das Beobachtungsgewicht  $p_i$  zu optimistisch (falls  $\hat{\sigma}_0^2 > 1$ ) oder zu pessimistisch (falls  $\hat{\sigma}_0^2 < 1$ ) veranschlagt wurde; im Fall  $\hat{\sigma}_0^2 = 1$  wurde  $p_i$  a priori richtig angesetzt.

Da die Beurteilung der Genauigkeit anhand der Varianz der Gewichtseinheit auf Beobachtungen gleichen Typs beschränkt bleibt, denkt man sich bei der Verarbeitung unterschiedlicher Beobachtungstypen eine Varianz-Kovarianz-Matrix  $\Sigma = \sigma_0^2 C$  der Beobachtungen in additive Komponenten  $\Sigma_i = \sigma_i^2 C_i$  zerlegt, die bis auf einen zu schätzenden Faktor  $\sigma_i^2$  von der Struktur her bekannt seien. Die Vorstellung entspricht ganz der bei der Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen, wenn man statt der Darstellung  $E\{l\} = Ax$  nun  $E\{l\} = \sum_i a_i x_i$  wählt, d.h. man sich die Beobachtungswerte (bzw. deren Erwartungswerte) aus Komponenten  $a_i x_i$  zusammengesetzt denkt, die bis auf den jeweils unbekannten Faktor  $x_i$  der Struktur her bekannt seien.

Mit dieser begrifflichen Erweiterung ist man über die Schätzung der Gewichte von Beobachtungsgruppen hinaus in der Lage, Parameter von Genauigkeitsfunktionen zu schätzen, etwa den konstanten und streckenabhängigen Anteil von Messabweichungen in den Beobachtungen [FÖRSTNER, 1979].

Die Schätzung der Gewichte von Beobachtungsgruppen ist identisch mit der Bestimmung von Varianzen für die Beobachtungsgruppen und wird daher als Varianzkomponentenschätzung bezeichnet.

## B.2 Das Modell der Varianzkomponentenschätzung

Im linearen GAUSS-MARKOV-Modell sei  $E\{l\}$  der Erwartungswert der Beobachtungen,  $l$  der  $n \times 1$ -Zufallsvektor der linearen oder linearisierten Beobachtungen und  $x$  der  $u \times 1$ -Vektor der unbekannten Parameter, die durch die  $n \times u$  Designmatrix  $A$  miteinander verknüpft sind. Dann gilt:

$$E\{l\} = Ax \quad (\text{B.2})$$

bzw.

$$l = Ax + \epsilon \quad (\text{B.3})$$

mit  $\epsilon$  als  $n \times 1$ -Vektor der Modellfehler.

Darüber hinaus sei  $C_{ll} = \Sigma$  die positiv definite Varianz-Kovarianz-Matrix des Beobachtungsvektors  $l$ , für die folgende Zerlegung gelten soll:

$$\Sigma_{ll} = \sum_{i=1}^m \Sigma_i = \sum_{i=1}^m \sigma_i^2 V_i = \sum_{i=1}^m \sigma_i^2 \alpha_i^2 T_i = \sigma_0^2 V. \quad (\text{B.4})$$

Die Faktoren  $\alpha_i^2$  seien bekannt und Näherungswerte für die Produkte  $\alpha_i^2 \sigma_i^2$ . Des Weiteren seien auch die  $n \times n$ -Matrizen  $T_i$  bekannt. Aus den  $m$  Produkten  $\alpha_i^2 T_i$  ergeben sich dann die  $n \times n$ -Matrizen  $V_i$ . Die Faktoren  $\sigma_i^2$  sind die unbekannten Varianzkomponenten, die im  $m \times 1$ -Vektor  $\sigma$  zusammengefasst werden.

Es seien  $\hat{x}$  und  $\hat{\sigma}$  die sich aus der Ausgleichung ergebenden Schätzungen für die unbekannten Parameter  $x$  sowie für die Varianzkomponenten  $\sigma$ . Unter den Voraussetzungen  $\det(A^T \Sigma_0^{-1} A) \neq 0$  und  $\det S \neq 0$  (s. u.) ergeben sich die Unbekannten durch

$$\hat{x} = (A^T \Sigma_0^{-1} A)^{-1} A^T \Sigma_0^{-1} l. \quad (\text{B.5})$$

Die Varianz-Kovarianz-Matrix  $\Sigma_0$  sei positiv definit. Der Index 0 steht für die enthaltenen Näherungen in dieser Matrix. Die Schätzung für die Varianz-Kovarianz-Matrix der Unbekannten folgt aus

$$C_{\hat{x}\hat{x}} = \hat{\sigma}_0^2 (A^T \Sigma_0^{-1} A)^{-1} \quad (\text{B.6})$$

mit dem Schätzwert für die Varianz der Gewichtseinheit

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\Omega}{n - u}, \quad (\text{B.7})$$

wobei  $\Omega$  die gewichtete Quadratsumme der Verbesserungen  $v$  ist, die sich aus

$$\Omega = v^T \Sigma_0^{-1} v \quad (\text{B.8})$$

ergibt.

Die gesuchten Varianzkomponenten  $\hat{\sigma}$  werden berechnet mit

$$\hat{\sigma} = S^{-1} q, \quad (\text{B.9})$$

wobei

$$S = \begin{pmatrix} sp(C_{vv}V_1C_{vv}V_1) & sp(C_{vv}V_1C_{vv}V_2) & \dots & sp(C_{vv}V_1C_{vv}V_m) \\ sp(C_{vv}V_2C_{vv}V_1) & sp(C_{vv}V_2C_{vv}V_2) & \dots & sp(C_{vv}V_2C_{vv}V_m) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ sp(C_{vv}V_mC_{vv}V_1) & sp(C_{vv}V_mC_{vv}V_2) & \dots & sp(C_{vv}V_mC_{vv}V_m) \end{pmatrix} \quad (B.10)$$

( $sp(\cdot)$  = Spuroperator)

und

$$q = \begin{pmatrix} l^T C_{vv} V_1 C_{vv} l \\ l^T C_{vv} V_2 C_{vv} l \\ \vdots \\ l^T C_{vv} V_m C_{vv} l \end{pmatrix} \quad (B.11)$$

mit

$$C_{vv} = \Sigma_0^{-1} - \Sigma_0^{-1} A (A^T \Sigma_0^{-1} A)^{-1} A^T \Sigma_0^{-1} \quad \text{und} \quad \Sigma_0 = \sum_{i=0}^m V_i \quad (B.12)$$

ist.

Die Varianzen der Schätzungen  $\hat{\sigma}_i^2$  ergeben sich aus

$$V(\hat{\sigma}_i^2) = 2s_{ii} \quad (B.13)$$

mit

$$S^{-1} = (s_{ij}) \quad (B.14)$$

Um die Schätzungen und ihre Varianzen von den gewählten Näherungswerten  $\alpha_i^2$  unabhängig zu erhalten, werden nach KOCH [2004] die Produkte  $\alpha_i^2 \hat{\sigma}_i^2$  als neue Näherungswerte  $\alpha_i^2$  in eine nächste Schätzung eingeführt. Dann sollte so lange iteriert werden, bis sich die Varianzkomponenten dem Wert 1 ausreichend genau angenähert haben, d.h. bis  $\hat{\sigma}_i^2 = 1$  ist.

Schließlich erhält man die gesuchte äußere Genauigkeit, indem man das Produkt aller Varianzkomponenten der einzelnen Iterationen mit dem ursprünglichen Näherungswert multipliziert. Dieses Gesamtprodukt wird im Folgenden nach SIEG [1999] als Varianzkomponente der iterierten Schätzung bezeichnet.

### B.2.1 Alternative Schätzung der Varianzkomponenten

In KOCH [1987] wird darauf hingewiesen, dass die Schätzungen  $\hat{\sigma}$  aus (B.9) bei ungünstig gewählten Näherungswerten  $\alpha_i^2$  negative Werte annehmen können. Um dies zu umgehen, wird für die ersten Iterationen ein alternativer Rechenweg aus FÖRSTNER [1979] vorgeschlagen: Anstatt mit (B.9) können die  $\hat{\sigma}$  auch durch

$$\hat{\sigma} = Hq \quad (B.15)$$

mit

$$H = \begin{pmatrix} 1/sp(C_{vv}V_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/sp(C_{vv}V_2) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1/sp(C_{vv}V_m) \end{pmatrix} \quad (B.16)$$

geschätzt werden. Diese Schätzungen stimmen im Konvergenzpunkt mit jenen aus (B.9) überein und liefern immer positive Werte. Zudem reduziert sich der Rechenaufwand, da es sich bei den Matrizen  $V_i$  um Diagonalmatrizen handelt und nur die Diagonalelemente der Matrix  $C_{vv}$  Verwendung finden. Nachteilig ist, dass die Schätzungen nach (B.15) langsamer konvergieren als nach (B.9).

Um für  $\hat{\sigma}$  auch Standardabweichungen angeben zu können, sollte die letzte Iteration immer nach (B.9) durchgeführt werden.

## B.2.2 Reihende Varianzkomponenten

Die Anwendung der Varianzkomponentenschätzung bietet sich insbesondere zur gemeinsamen Ausgleichung unterschiedlicher Beobachtungsarten innerhalb eines gemeinsamen Ausgleichungsprozesses an, da durch die Aufteilung des stochastischen Modells in einzelne Gruppen die spezifische Charakteristik jeder Beobachtungsart in der Form von individuellen Gewichten berücksichtigt werden kann.

Die Diagonalen der einzelnen Varianzmatrizen  $V_i$  einer jeden Beobachtungsgruppe sind nur teilweise besetzt. Erst in der Summe  $\Sigma_{ll}$  ergänzen sie sich zu einer Varianzmatrix mit einer voll besetzten Diagonalen. Das stochastische Modell lautet folglich:

$$\Sigma_{ll} = \sum_{i=1}^m \sigma_i^2 V_i \quad (\text{B.17})$$

mit

$$V_1 = \begin{pmatrix} \bar{V}_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

$$V_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \bar{V}_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

$\vdots$

$$V_m = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \bar{V}_m \end{pmatrix}$$

Diese Struktur der Varianzkomponentenschätzung wird im Folgenden nach NIEMEIER [2002] als reihende Varianzkomponenten bezeichnet.

### B.2.3 Überlappende Varianzkomponenten

Kann die Varianz einer Beobachtungsart als Gesetzmäßigkeit formuliert werden, so dass sich ihre Gesamtvarianz aus der Summe einzelner, von variablen Größen  $g$  abhängigen Termen  $f_i$  in der Form

$$\sigma_j^2 = \sum_{i=1}^m \alpha_i^2 \cdot f_i(g_j)^2 \quad (\text{B.18})$$

darstellt, ergibt sich eine überlappende Varianz-Struktur, da die zu addierenden Varianzmatrizen  $V_i(g)$  teilweise oder gänzlich an denselben Stellen  $j$  besetzt sind [NIEMEIER, 2002].

Ein populäres Beispiel ist die Genauigkeit einer elektrooptisch gemessenen Strecke. Die Gesetzmäßigkeit ihrer Genauigkeit kann in der Form

$$\sigma_{s_i}^2 = \alpha_1^2 + \alpha_2^2 \cdot s_i^2 \quad (\text{B.19})$$

angegeben werden, wobei  $\alpha_1^2$  für einen konstanten und  $\alpha_2^2$  für einen entfernungsabhängigen Anteil steht.

Werden die Koeffizienten  $\alpha_i^2$  in Gleichung B.18 (bzw.  $\alpha_1^2$  und  $\alpha_2^2$  in Gleichung B.19) als unbekannt aufgefasst, ergibt sich die Varianz-Struktur zu:

$$\Sigma_u = \sum_{i=1}^m \sigma_i^2 V_i(g) = \sum_{i=1}^m \sigma_i^2 \begin{pmatrix} f_i(g_{i,1})^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & f_i(g_{i,2})^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & f_i(g_{i,n})^2 \end{pmatrix} \quad (\text{B.20})$$

Im Falle der entfernungsabhängigen Gesamtvarianz der elektrooptischen Streckenmessung erhält man die Varianz-Struktur:

$$\Sigma_u = \sigma_1^2 V_1 + \sigma_2^2 V_2(s) = \sigma_1^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} + \sigma_2^2 \begin{pmatrix} s_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & s_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & s_n^2 \end{pmatrix} \quad (\text{B.21})$$





## Anhang C

# Die Funktionsweise des Streifenlichtmesssystems GOM ATOS

Zum Einsatz kommt beim GOM ATOS sowohl das Phasenverschiebungsverfahren als auch das codierte Lichtschnittverfahren [THOMAS, 2004].

Beim Phasenverschiebungsverfahren wird das Messobjekt mit einer Abfolge von sinusförmig modellierten Streifenmustern beleuchtet. Für die von den CCD-Kameras registrierten Intensitätsverläufe an der Streifenposition  $n$  gilt [LUHMANN, 2003]:

$$I_n(x, y) = I_0(1 + \gamma(x, y) \cos(\delta(x, y) + \varphi_m)) \quad (\text{C.1})$$

mit  $I_0$ : Gleichlicht- oder Hintergrundintensität  
 $\gamma(x, y)$ : Streifenmodulation  
 $\delta(x, y)$ : Phase  
 $\varphi_m$ : Phasendifferenz.

Um eine Lösung für die drei Unbekannten  $I_0$ ,  $\gamma(x, y)$  und  $\delta(x, y)$  der Beziehung C.1 zu erhalten, sind mindestens drei Gleichungen aufzustellen. Durch viermaliges sequentielles Verschieben des Streifenmusters um die Phasendifferenz  $\varphi_m$  erhält man die gesuchte Phase zu:

$$\delta(x, y) = \frac{I_2(x, y) - I_4(x, y)}{I_3(x, y) - I_1(x, y)}. \quad (\text{C.2})$$

Das Ergebnis ist aufgrund der Periodizität des Sinusmusters jedoch nur in einem Bereich von  $[-\pi, +\pi]$  eindeutig. Für ein endgültiges Ergebnis muss noch ein ganzzahliges Vielfaches von  $2\pi$  addiert werden.

Um den richtigen ganzzahligen Faktor zu bestimmen, wird das Phasenverschiebungsverfahren mit dem codierten Lichtschnittverfahren ergänzt. Hierzu wird eine Abfolge von sechs schwarz-weißen Linienmustern mit gleicher Breite des schwarzen und weißen Balkens auf das Messobjekt projiziert, wobei sich die Frequenz des Musters mit jeder Projektion verdoppelt (GRAY Code). Somit können quer zur Streifenrichtung insgesamt  $2^6$  verschiedene Projektionsrichtungen durch ein m-stelliges Code-Wort unterschieden werden.

Durch die Aufzeichnung des GRAY-Codes mittels der CCD-Kameras erhält man folglich ein grobes Tiefenbild, das ausreicht, die vom Phasenschieben gelieferten Werte einem eindeutigen Intervall zuzuordnen.

Das Höhenprofil ergibt sich aus:

$$z(x, y) = \frac{\lambda}{2 \cdot 2\pi} \cdot \delta(x, y) \quad (\text{C.3})$$

mit  $\lambda$ : Wellenlänge des Sinus-Streifenmuster.

Mit einem Shot (einer Messung) pro Aufstellung des GOM ATOS kann ein Bereich von  $2,0 \times 1,6m$  erfasst werden. Ist die Dimension des Objektes größer als dieser Messbereich, ist es möglich, anhand von identischen Punkten Messungen mehrerer Shots miteinander zu verknüpfen.

Die erfassbaren Messvolumina einer Aufnahme mit dem GOM ATOS II Messsystem liegen zwischen  $(30mm)^3$  und  $(2000mm)^3$ . Bei einem Messvolumen von  $(1000mm)^3$  wird eine Genauigkeit eines einzelnen Punktes von  $0,1mm$  oder besser erreicht.

# Curriculum Vitae

## Persönliche Daten

Bianca Gordon, geb. Klein  
geboren am 11.04.1976 in Lich (Oberhessen)

## Ausbildung

1983 - 1987	Grundschule Ockstadt, Wetteraukreis
1987 - 1996	Augustinerschule Friedberg (Hessen)
1996 - 2001	Studium des Vermessungswesens an der Technischen Universität Darmstadt Abschluss: Diplom-Ingenieurin (Dipl.-Ing.)

## Stipendium

1999 - 2001	Stipendium der Studienstiftung des Deutschen Volkes
-------------	---

## Berufstätigkeit

2000 - 2001	Dreimonatiges Praktikum am Institut für Photogrammetrie und Fernerkundung der Technischen Universität Delft / NL
2002	Systemingenieurin der THALES Air Traffic Management GmbH, Langen (Hessen)
2003 - 2008	Wissenschaftliche Mitarbeiterin am Institut für Photogrammetrie und Kartographie der Technischen Universität Darmstadt



# Danksagung

Ich danke allen, die zur Entstehung und zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Mein Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Schlemmer für die Übernahme des Referats, für seine Unterstützung, seine hilfreichen Anregungen sowie für die Kontakte, die er für mich herstellte.

Ich bedanke mich bei Herrn Prof. Dr. W. Göpfert für die Übernahme des Koreferats, die vielen motivierenden Worte sowie für den Freiraum, den er mir im Rahmen meiner Tätigkeit am Institut für Photogrammetrie und Kartographie stets gewährte.

Ich bedanke mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. R. Staiger (Hochschule Bochum) für den fachlichen Rat und die großzügige Bereitstellung des Laserscanners. Seinen Mitarbeitern E. Büttner und M. Weber danke ich für ihre kompetente Unterstützung.

Herrn Dr.-Ing. R.-D. Düppe danke ich für zahlreiche Anregungen, sein stets offenes Ohr, seine wertvollen Ratschläge und seinen unerschütterlichen Optimismus.

Mein Dank gilt meinen ehemaligen Kollegen Herrn D. Steineck und Herrn Chr. Wulff, die stets Zeit fanden und keine Mühen scheuten, wenn ich ihre Hilfe benötigte. Sie haben mit ihrer ausgesprochen kollegialen Art sowie ihren kreativen und unkonventionellen Problemlösungen einen wesentlichen Beitrag zu dieser Arbeit geleistet.

Herrn Dr.-Ing. M. Hirsch gilt mein besonderer Dank für sein kontinuierliches Interesse an meiner Arbeit, die unzähligen konstruktiven Diskussionen, die stetige Ermunterung und schließlich kritische Durchsicht des Manuskriptes.

Ich bedanke mich des Weiteren bei Herrn J. Winter und Herrn F. Niebel für die Errichtung des Testfeldes.

Herrn Dr.-Ing. A. Hendricks und Frau V. Willert danke ich für die „Wochenendarbeit“ und ihre tatkräftige Hilfe während der Messkampagnen.

Ebenso gilt mein Dank Herrn St. Händler der Sigma3D GmbH für die Bereitstellung des Lasertrackers sowie sein Engagement während eines arbeitsreichen Wochenendes.

Ich danke Herrn K. Zimmermann für das gewissenhafte Korrekturlesen der Arbeit.

Darüber hinaus bedanke ich mich bei meinen Freunden Kirsten und Alex für die Aufmunterungen und das nette Notfallquartier.

Insbesondere gilt mein Dank meinen Eltern und Großeltern, die mich in meinem Werdegang stets unterstützten.

Schließlich danke ich herzlich meinem Mann für seine unendliche Geduld sowie seine Hilfe und Unterstützung in den letzten Jahren, auf die ich mich immer verlassen konnte.